به نام او، برای او

پروژه شبیه‌سازی تصادفی | ۲۴ تیر ۱۳۹۹ | فرصت تحویل: ۱۵ مرداد

در کلیه سوالات هر زمان که گفته شد یک اتفاق با نرخی رخ خواهد داد، منظور این است که روی دادن اتفاق بعدی متغیری نمایی است که پارامتر آن برابر نرخ (میانگینش وارون نرخ است). به بیان دیگر اگر آن اتفاق تکرار شدنی باشد، رخ دادن آن اتفاق فرایندی پواسون با نرخ گفته شده است.

بخشی را در ابتدای کدتان به مقداردهی اولیه تمام پارامترهای مسئله اختصص دهید که بتوانید به راحتی آن‌ها را تغییر دهید. برای مقداردهی اولیه پارامترها خودتان مقادیری را مشخص کنید. در گروه سعی می‌کنیم محدوده مقادیر نهایی را هم هماهنگ کنیم.

در سوالاتی که از شما «نمودار پیشرفت زمانی بیماری» یا «نپزب» (!) خواسته شده است، منظور شبیه‌سازی تعداد افراد سالم، بیمار، بهبودیافته و فوتی در بازه‌ی زمانی $[0, T]$ و رسم نمودار آن است. نمونه مناسب چنین نموداری را در گروه به شما نشان می‌دهم. قاعدتا در چنین شبیه‌سازی‌ای استفاده از «روی‌کرد رخدادهای گسسته» کمک‌کننده است. برای نام‌گذاری متغیرها از نمادهای زیر استفاده کنید:

n_h : تعداد افراد سالم

n_r : تعداد افراد بهبود یافته

n_u : تعداد افراد در دوره نقاهت

n_s : تعداد افراد بیمار

n_d : تعداد افراد فوت‌شده

دقت کنید که افراد در دوره نقاهت بخشی از افراد بهبودیافته هستند ($n_u \leq n_r$) و تعداد آن‌ها در نپزب خواسته نشده است. اگر در نمادگذاری فوق n با N جایگزین شد، اشاره به اعضای آن مجموعه دارد. به عنوان مثال N_h مجموعه افراد سالم هستند.

فرض کنید جامعه‌ای متشکل از n نفر داریم که در زمان صفر تعداد n_i نفر از آن‌ها به یک بیماری مسری مبتلا می‌شوند. به علاوه فرض کنید هر شخصی که بیمار می‌شود، بعد از زمانی تصادفی مانند t_r که از توزیعی داده شده (برای شروع فرض کنید توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[a_r, b_r]$) می‌آید، با احتمال p_r سلامتی خود را باز می‌یابد و یا با احتمال $p_d = 1 - p_r$ فوت می‌کند. مریضی که بهبود می‌یابد دوره‌ی نقاهتی به طول t_u دارد. فرض کنید در مدت شبیه‌سازی تعداد اعضای جامعه زیاد نمی‌شود و این بیماری تنها دلیل مرگ است.

۱. آ) فرض کنید هر شخصی با نرخ μ دچار بیماری می‌شود. همچنین فرض کنید فرد پس از بهبود دیگر به بیماری دچار نشود. نپزب را رسم کنید.

ب) در صورتی که فرد بهبود یافته بعد از بهبود مانند یک فردی که به بیماری مبتلا نشده است باشد، نپزب را رسم کنید.

۲. آ) سوال ۱ را با فرض این که نرخ بیمار شدن افراد برابر با $n_s * \mu$ تکرار کنید.

ب) سوال ۱ را با فرض این‌که نرخ بیمار شدن افراد برابر با $(n_s + n_u) * \mu$ تکرار کنید.

۳. فرض کنید محل هر کدام از افراد جامعه نقطه‌ای تصادفی (ثابت) در مربعی $l \times l$ باشد و $f(i, j)$ تابع نزولی داده شده‌ای بر حسب $d(i, j)$، فاصله فرد i و j، است. به عنوان مثال این دو تابع را در نظر بگیرید:

$$f(i,j) = \mu \times \delta_{d(i,j)<c},$$
$$f(i,j) = \frac{\mu}{1 + d(i,j)} \times \delta_{d(i,j)<c},$$

که در آن $\delta_{d(i,j)<c}\times$ برابر با یک (به ترتیب صفر) است، اگر $d(i,j) < c$ ($d(i,j) \geq c$ به ترتیب).

آ) سوال ۱ را با فرض این که نرخ بیمار شدن فرد i به صورت

$$\mu_i = \sum_{j \in N_s \cup N_u} f(i,j)$$

باشد تکرار کنید.

ب) سوال ۱ را با فرض این که نرخ بیمار شدن فرد i به صورت

$$\mu_i = \sum_{j \in N_s} f(i,j)$$

باشد تکرار کنید.

ج) **مدل قرنطینه.** فرض کنید هر فردی که مریض می‌شود با احتمال p_q که عددی نزدیک به یک است (مثلا ۰,۹) قرنطینه می‌شود و معنی قرنطینه این است که در مدت بیماری فاصله‌اش از بقیه بی‌نهایت می‌شود که معادل با صفر شدن f است. سوال قسمت قبل را با این فرض حل کنید.

د) **مدل یک مرکز خرید.** فرض کنید که یک مرکز خرید وجود دارد که مربعی $l_{sc} \times l_{sc}$ خارج از مربع اولیه است. هر شخصی با نرخ μ_g به مرکز خرید می‌رود و تبدیل به نقطه‌ای در مرکز خرید می‌شود و برای زمان t_g که متغیری یکنواخت در بازه‌ی $[a_g, b_g]$ است در آن‌جا می‌ماند و سپس به خانه برمی‌گردد. دو قسمت قبلی سوال را با این فرض جدید تکرار کنید.

ه) **مدل چند مرکز خرید.** قسمت قبل را با بیش از یک مرکز خرید با اندازه‌های مختلف تکرار کنید.

۴. فرض کنید n_w محل کار داریم که هر کدام مربعی هستند. سایز این مربع‌ها از توزیعی مانند F_{ws} و تعداد کارمندانش از توزیع F_{wn} می‌آید که ممکن است این اعداد مستقل باشند یا همبستگی مثبتی داشته باشند. تعداد کل کارمندان جامعه را n_w می‌نامیم. تعداد این محل کارها و توزیع تعداد کارمندانش به گونه‌ای است که به طور متوسط کسر $p_w < \frac{۲}{۳}$ از جامعه شاغل است. فرض کنید این n_w، نفر به طور تصادفی از کل افراد جامعه انتخاب شده باشند. ساعت کاری محل کار i به صورت $[s_i, t_i]$ است که در آن s_i از توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[a_b, b_b]$ و t_i از توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[a_e, b_e]$ می‌آید. هر کارمند در ساعات کاری محل کارش تبدیل به نقطه‌ای تصادفی در محل کارش می‌شود. می‌توانید این نقطه را در روزهای مختلف ثابت بگیرید و یا تغییر دهید. هر کدام برایتان راحت‌تر است. سوال قبل را با این فرض‌های اضافه تکرار کنید.

۵. برای مدل کردن قرنطینه‌ی خانگی فرض کنید که مربع اصلی جامعه به $n_h \times n_h$ مربع کوچک افراز شده است و فاصله‌ی بین دو نقطه که در یک مربع کوچک نیستند بی‌نهایت است که معادل با صفر شدن f است.

آ) با این فرض جدید مدل یک مرکز خرید و چند مرکز خرید را بدون قرنطینه و یا با قرنطینه تکرار کنید.

موفق باشید.