

8.5

(a)

$$\nabla_x (a^T x - b) = 2(a^T x - b)a$$

$$\nabla_x \left(\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_{i+1})^2 \right) = 2 \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} x = 2Bx$$

$$\Rightarrow \nabla f = 2(A^T A + \alpha B + \eta I)x - 2A^T b$$

و مسئله هیچ قیدی ندارد پس راه حل به ازای $\nabla f = 0$ بدست می آید.

$$x^* = (A^T A + \alpha B + \eta I)^{-1} A^T b$$

(b) اگر مادی و بدون استفاده از sparse بودن B حل کنیم مرتبه $\frac{1}{3}n^3$ ∇f نیاز هست.