

تمرین سوم آمار و کاربرد

مدرس: دکتر شریفی تبار

۲۸ آذر ۱۳۹۸

۱ بازه تصادفی

فرض کنید بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای پارامتر θ بر اساس نمونه‌ای تصادفی، $(1.2, 1.5)$ گزارش شده است. با توجه به این که θ عددی ثابت است، یا θ در این بازه قرار می‌گیرد و یا نمی‌گیرد! پس در نگاه اول به نظر می‌آید معنایی ندارد که بگوییم $\Pr(1.2 \leq \theta \leq 1.5) = 95\%$. با این تفاسیر، این «بازه اطمینان ۹۵ درصدی» چه معنایی دارد؟

۲ همان سوال میان‌ترم، این بار با خیال راحت‌تر:

می‌خواهیم اثر افزایش قیمت بنزین را بر تغییر میزان استفاده از حمل و نقل عمومی بسنجیم. برای این کار، تعدادی از افراد جامعه‌مان را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. سپس میزان هزینه مصرفی برای حمل و نقل عمومی در یک سال منتهی به افزایش قیمت و یک سال شروع شده از افزایش قیمت را به دست می‌آوریم و در جدولی یادداشت می‌کنیم. (فرض می‌کنیم قیمت حمل و نقل عمومی تغییری نکرده است.) آزمون فرضی با سطح دقت ۹۵٪ برای بررسی فرض عدم تغییر میزان استفاده طراحی کنید و با محاسبه p -مقدار، فرض صفر را رد کنید یا نشان دهید که رد نمی‌شود.

	هزینه سالانه پیش از افزایش قیمت	هزینه سالانه پس از افزایش قیمت
۱	۵۰۰	۵۴۲
۲	۳۷۱	۴۰۳
۳	۶۰۴	۵۹۱
۴	۷۰	۳۹
۵	۴۳	۵۴

۳ شلّی در درمانگاه

شلّی (SHALLI) که از فارغ‌التحصیلان ریاضی شریف و از پژوهشگران و دانشمندان خفن حوزه ریاضیات است، با وجود شایستگی‌های بسیار، به دلیل سیاست‌های اشتباه جذب هیئت علمی، نتوانسته

عضو هیئت علمی شریف شود؛ لذا موقتاً مسئول درمانگاه شریف شده است. او برای درمانگاه، از کارخانه‌ی کپسول‌سازان فیروز، تعدادی کپسول اکسیژن ۷۵ درصدی سفارش داده. می‌دانیم که کارخانه‌ی کپسول‌سازان فیروز، دو نوع کپسول اکسیژن با غلظت‌های مختلف تولید می‌کند: ۸۰ درصدی و ۷۵ درصدی.

بعد از دو ماه، شلی متوجه می‌شود که برخی از بیمارانی که از کپسول‌های اکسیژن استفاده کرده‌اند، رفتارهایی غیر عادی از خود نشان می‌دهند؛ گویی که کپسول ۸۰ درصدی را استنشاق کرده‌اند (لازم به ذکر است که کپسول‌های ۸۰ درصدی این کارخانه، بسیار شادی‌آور هستند!!) شلی شک کرده است که کارخانه به اشتباه کپسول‌های ۸۰ درصدی را به جای کپسول‌های ۷۵ درصدی ارسال کرده است. برای آزمایش این فرضیه، او غلظت اکسیژن ده کپسول را به عنوان نمونه بررسی و یادداشت کرده است:

76.2, 78.9, 74.3, 73.9, 75.4, 82.5, 72.4, 80.9, 78.2, 76.4
الف) در سطح $\alpha = 5\%$ با محاسبه‌ی p -مقدار، فرضیه‌ی صداقت کارخانه را بیازمایید.
ب) خطای نوع دو را برای این آزمون حساب کنید.

۴ شلی در مرکز مشاوره

جناب شلی، پس از موفقیت‌های پرشمارشان در درمانگاه (البته با کمک شما!)، با حفظ سمت به ریاست مرکز مشاوره دانشگاه منصوب شدند تا مرکز مشاوره را نیز از دانش بی‌کران‌شان بهره‌مند سازند.

شلی می‌خواهد بررسی کند که آیا خوابگاهی بودن اثری در ابتلا به افسردگی دارد یا خیر. داده‌های مربوط به هزار دانشجوی تصادفی، نتایج زیر را نشان می‌دهد:

	غیر خوابگاهی	خوابگاهی
افسرده	۱۷	۲۳
غیر افسرده	۵۸۴	۳۷۶

برای کمک به جناب شلی، لطف کنید ابتدا فرض صفر و فرض مقابل را دقیق بنویسید. سپس آزمون فرضی در سطح اطمینان ۹۰٪ طراحی کنید و نتیجه را گزارش کنید.

۵ و اما: آیا شلی هیئت علمی می‌شود...؟

شلی اخیراً به مستنداتی از کمیته جذب هیئت علمی دانشگاه دست پیدا کرده که باعث شده این شایعه‌ی معروف، در ذهنش تقویت شود:

«شریف، از فارغ‌التحصیلان داخل کشور کمتر هیئت علمی جذب می‌کند و علاقه بیشتری به سمت جذب فارغ‌التحصیلان خارج از کشور دارد.»

آن مستندات را در ادامه می‌بینید:

«از بین ۵۵۰ نفری که برای عضویت در هیئت علمی شریف در سال‌های اخیر انتخاب شده‌اند، تنها ۲۳٪ فارغ‌التحصیل داخل کشور بوده‌اند. در حالی که حدود ۳۴٪ درخواست‌ها از طرف فارغ‌التحصیلان

داخل کشور بوده.» (لازم به ذکر است سال‌ها پیش، شلّی با وجود دعوت‌های بسیار زیاد دانشگاه‌های خارج از کشور، برای کمک به مردم کشور خودش در شریف ماند!)
فرض کنید که قوت علمی داوطلبان فارغ‌التحصیل داخل و خارج تفاوت خاصی ندارد.
جناب شلّی اگر بتواند از نظر آماری ثابت کند که این شایعه درست است، با نوشتن نامه‌ای خطاب به ریاست دانشگاه، از کمیته جذب شکایت می‌کند و احتمالاً به زودی عضو هیئت علمی می‌شود و نسل‌های زیادی را از دانش بی‌کرانش بهره‌مند می‌سازد.
حال با نوشتن فرض صفر و طراحی آزمون فرضی با $\alpha = 4\%$ و محاسبه p -مقدار، به آزمون شلّی کمک کنید تا تصمیم خود را بگیرد. (راهنمایی: پذیرفته‌شدگان هیئت علمی، عملاً نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ی درخواست‌دهندگان است.)

در پناه لطف «او»، سالم باشید :