



آمار و کاربردها	۲۸ آذر ۱۳۹۸
تمرین : سری ۳	
مدّرس: دکتر محسن شریفی تبار	مهلت تحویل ۵ دی

علیرضا درویشی..... ۹۶۱۰۹۶۷۴

### مسأله ۱

با توجه به اینکه این بازه ی اطمینان با محاسباتی روی تعدادی متغیر تصادفی بدست آمده است، می توانیم متغیر تصادفی  $z$  را تعریف کنیم که اگر  $\theta$  در بازه ی اطمینان قرار داشت،  $z = 1$  و در غیر این صورت  $z = 0$ . حال  $Pr(z = 1) = 0.95$  اگر بازه ی اطمینان ساخته شده، بازه ی اطمینان 95% باشد. نحوه ی دیگر نگاه کردن به این مسئله این است که اگر تعداد زیادی بازه ی اطمینان 95% بسازیم، فقط 95% از بازه های اطمینان،  $\theta$  را دربر می گیرند.

### مسأله ۲

	<i>spending before rise</i>	<i>spending after rise</i>	<i>diffrence</i>
1	500	542	42
2	371	403	32
3	604	591	-13
4	70	39	-31
5	43	54	11
<i>mean</i>	—	—	8.2
<i>s</i>	—	—	30.42

$$\begin{cases} H_0 & \mu = 0 \\ \neg H_0 & \mu \neq 0 \end{cases}$$

$$t_{4,0.05} = 2.776 \Rightarrow (-t_{4,0.05}s/\sqrt{5}, t_{4,0.05}s/\sqrt{5}) = (-37.7, 37.7)$$

$$p_{value} = 1 - Pr(|x| < 8.2 | \mu = 0, \sigma = 30.42/\sqrt{5})$$

$$= 1 - Pr(|T| < 0.60 | T \sim t - student(df = 4, \mu = 0, \sigma = 1)) = 0.58 > 0.05$$

پس فرض صفر رد نمی شود

### مسأله‌ی ۳

(الف)

$$\begin{cases} H_0 & \mu = 75 \\ \neg H_0 & \mu = 80 \end{cases}$$

$$s = 3.20, df = 9$$

$$mean = 76.91$$

$$p_{value} = Pr(x > 76.91 | \mu = 75) = Pr\left(\frac{x-75}{\frac{3.2}{\sqrt{10}}} > 0.378125\right)$$

$$= Pr(T > 1.89 | T \sim t - student(df = 9, \mu = 0, \sigma = 1)) = 0.046 < 0.05$$

پس فرض صفر را می توان رد کرد

(ب)

$$T = \frac{76.91-80}{3.20/\sqrt{10}} = -3.05$$

$$\beta = Pr(T < -3.05 | T \sim t - student(df = 9)) = 0.0069$$

### مسأله‌ی ۴

$$\begin{cases} H_0 & \pi_1 - \pi_2 = 0 \\ \neg H_0 & \pi_1 - \pi_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$P_1 = \frac{17}{17+584} = 0.028, P_2 = \frac{23}{23+376} = 0.058$$

$$\pi = P_1 - P_2 \Rightarrow Var(\pi) = Var(P_1) + Var(P_2) \Rightarrow Var(\pi) = \frac{P_1(1-P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1-P_2)}{n_2}$$

$$\Rightarrow \pi \in (-z_{0.05}\sqrt{Var(\pi)}, z_{0.05}\sqrt{Var(\pi)}) \rightarrow H_0 \text{ is not rejected with } 90\% \text{ confidence}$$

$$z_{0.05} = 1.64 \Rightarrow 90\% \text{ confidence interval} : (-0.022, 0.022), \pi = -0.03$$

$$\Rightarrow H_0 \text{ is rejected}$$

### مسأله‌ی ۵

$$\Pi = 0.34$$

$$\begin{cases} H_0 & \pi = \Pi \\ \neg H_0 & \pi < \Pi \end{cases}$$

$$P = 0.23$$

$$Z = \frac{P-\Pi}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$$

$$Z = -6.13 \Rightarrow p_{value} = Pr(z < -6.13) = 4 \times 10^{-10} < 0.04 \Rightarrow$$

$$H_0 \text{ is rejected with } 96\% \text{ confidence}$$

پس تحصیل در خارج از کشور (با قطعیت ۹۶ درصد) در احتمال قبولی تاثیر دارد.