

Степенные и логарифмические функции

Мерзляк А.Г. - Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Углублённый уровень (2023)

§1. Степень с произвольным действительным показателем. Показательная функция

1.2. Вычислите значение выражения:

$$1) 5^{(\sqrt{3}-1)^2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{2\sqrt{3}}.$$

$$5^{(\sqrt{3}-1)^2} : \left(\frac{1}{5}\right)^{2\sqrt{3}} = 5^{(\sqrt{3}-1)^2} : (5^{-1})^{2\sqrt{3}} = 5^{(\sqrt{3}-1)^2+2\sqrt{3}} = 5^4 = 625, \text{ это ответ.}$$

1.16. Упростите выражение:

$$1) \frac{(a^{2\sqrt{6}} - 1)(a^{\sqrt{6}} + a^{2\sqrt{6}} + a^{3\sqrt{6}})}{a^{4\sqrt{6}} - a^{\sqrt{6}}}.$$

$$\begin{aligned} \frac{(a^{2\sqrt{6}} - 1)(a^{\sqrt{6}} + a^{2\sqrt{6}} + a^{3\sqrt{6}})}{a^{4\sqrt{6}} - a^{\sqrt{6}}} &= \frac{(a^{2\sqrt{6}} - 1)a^{\sqrt{6}}(1 + a^{\sqrt{6}} + (a^{\sqrt{6}})^2)}{a^{\sqrt{6}}((a^{\sqrt{6}})^3 - 1)} = \\ &= \frac{(a^{\sqrt{6}})^3 - 1}{(a^{\sqrt{6}})^3 - 1} = 1, \text{ это ответ.} \end{aligned}$$

1.47. Исследуйте на четность функцию $y = \frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}$.

$$y(-x) = \frac{2^{-x} - 3^{-x}}{2^{-x} + 3^{-x}} = \frac{\frac{1}{2^x} - \frac{1}{3^x}}{\frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x}} = \frac{(3^x - 2^x)2^x 3^x}{2^x 3^x (3^x + 2^x)} = -\frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}.$$

Ответ: функция нечетная.

§2. Показательные уравнения

2.1. Решите уравнение:

$$9) 0,25^{x^2-4} = 2^{x^2+1}$$

$$0,25^{x^2-4} = 2^{x^2+1}; \quad (2^{-2})^{x^2-4} = 2^{x^2+1}; \quad 2^{-2(x^2-4)} = 2^{x^2+1};$$

$$-2(x^2 - 4) = x^2 + 1; \quad 3x^2 = 7; \quad x^2 = 7/3; \quad x = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}, \text{ это ответ.}$$

§3. Показательные неравенства

3.9. Решите неравенство:

$$4) \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right)^{x-1} > 9^{-0,5}$$

$$\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right)^{x-1} > 9^{-0,5}; \quad (\sqrt{3})^{x-1} > ((\sqrt{3})^4)^{-0,5}; \quad x-1 > -4 \cdot 0,5; \quad x > -2+1;$$

$x > -1$, это ответ.

§4. Логарифм и ее свойства

4.

§5. Логарифмическая функция и ее свойства

5.

§6. Логарифмические уравнения

6.

§7. Логарифмические неравенства

7.

§28. Упражнения для повторения курсов математики, алгебры, алгебры и начал анализа

28.356. Решите неравенство:

$$3) 0,5^{x+3} - 0,5^{x+2} + 0,5^{x+1} < 0,375;$$

$$0,5^{x+3} - 0,5^{x+2} + 0,5^{x+1} < 0,375; \quad 0,5^x \cdot 0,5^3 - 0,5^x \cdot 0,5^2 + 0,5^x \cdot 0,5^1 < 0,375;$$

$$0,5^x \cdot (0,125 - 0,25 + 0,5) < 0,375; \quad 0,5^x \cdot 0,375 < 0,375; \quad 0,5^x < 1; \quad x > 0, \text{ это}$$

ответ.