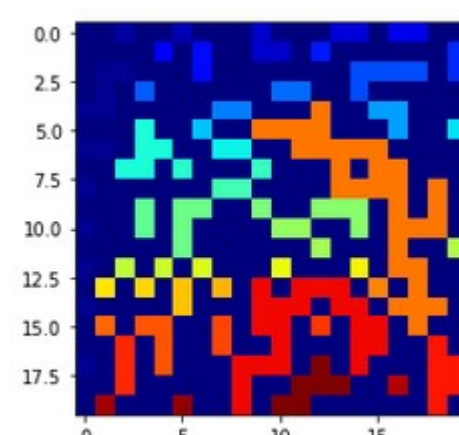
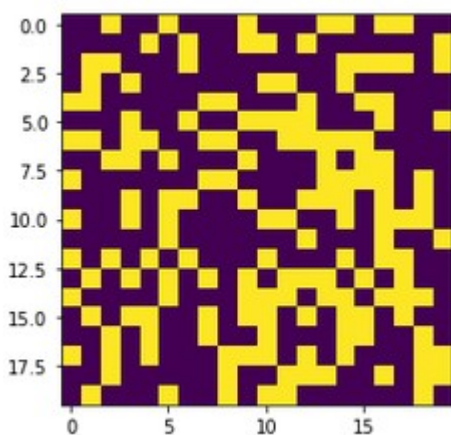
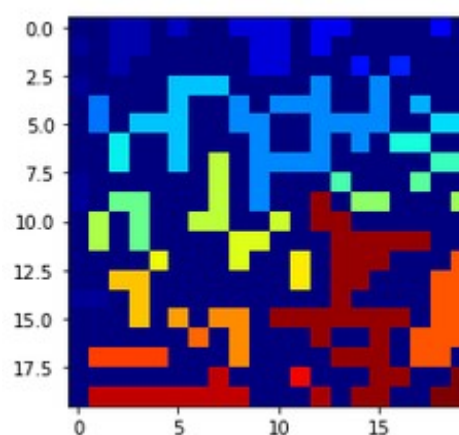
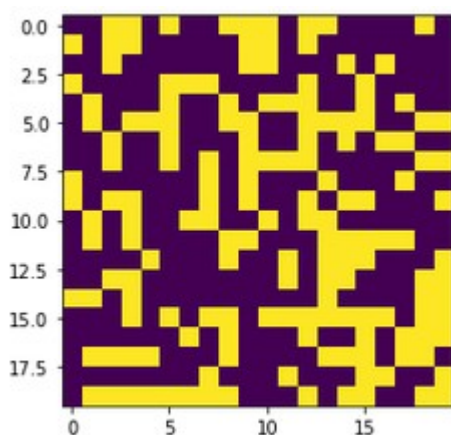


تشخیص وجود خوشه بینهایت به کمک الگوریتم هوشن کوپلمن:

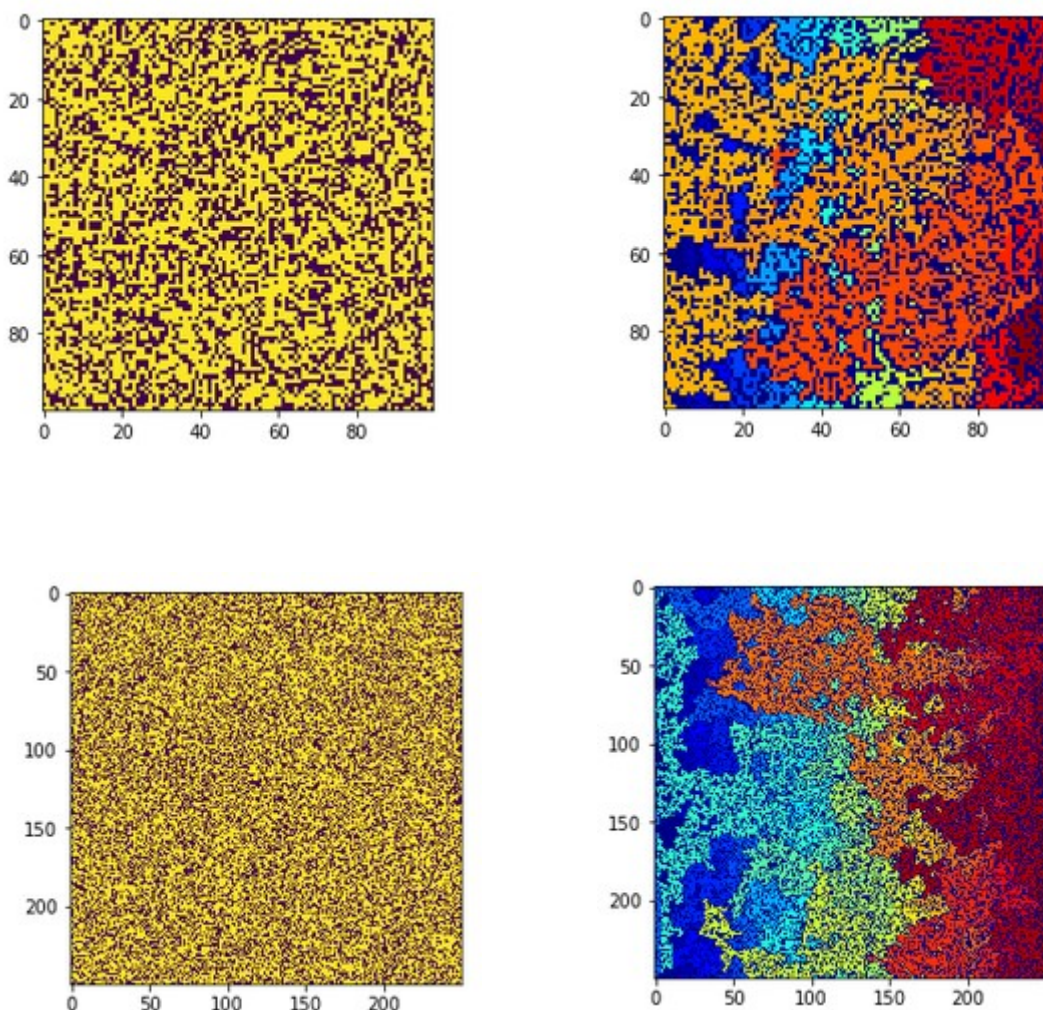
خروجی :

به کمک یک تابع بازگشتی میتوان خروجی الگوریتم هوشن کوپلمن را به صورت تصویری درآورد و کلاسترهای مختلف را به نمایش گذاشت. اما به دلیل بازگشتی بودن تابع مبدل، امکان این کار برای خوشه های با L بیشتر از ۵۰ اختار زیاد بودن عمق تابع بازگشتی را از پایتون دریافت خواهیم کرد. در شکل زیر نمونه ای از خروجی این بخش از کد را مشاهده میکنید:

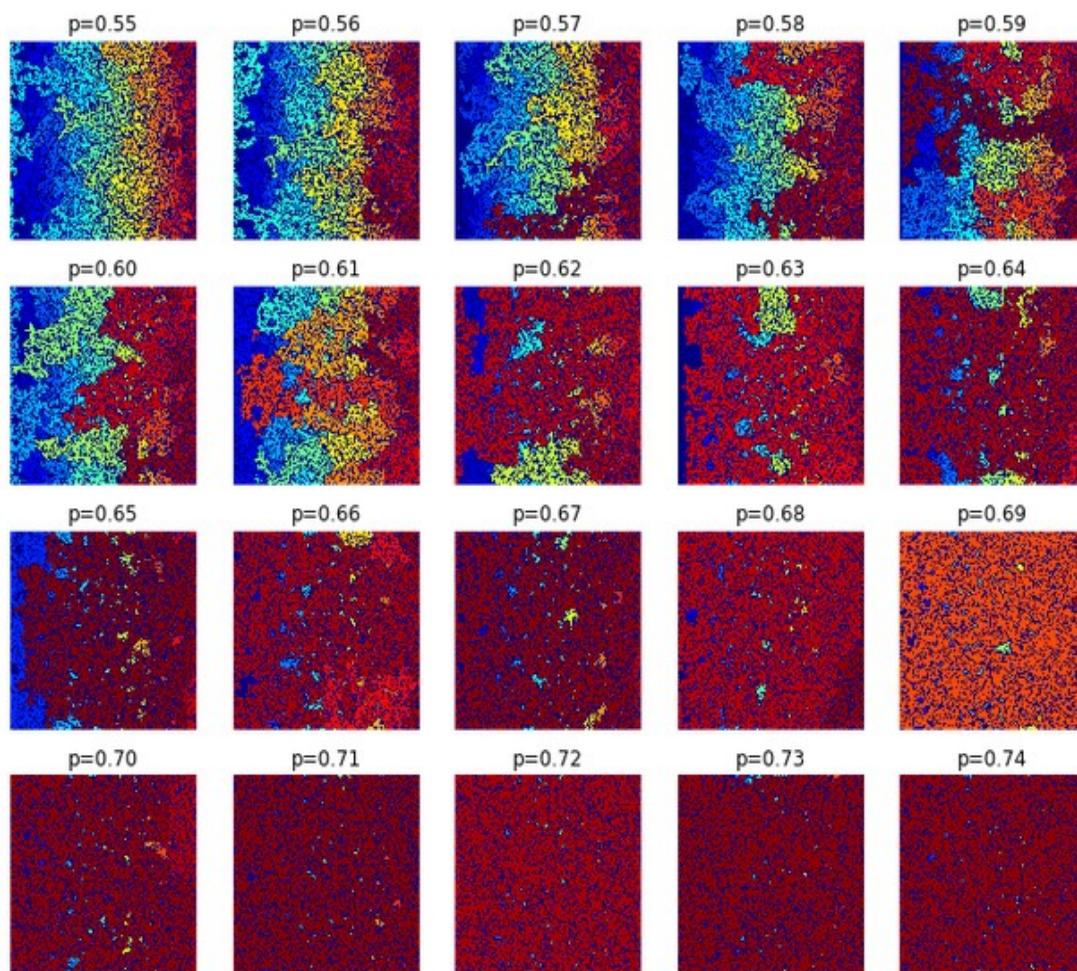


(توجه: شاید در نگاه اول به نظرتان بیاید که خانه هایی حدوداً در یک سطر اما جدا از هم قرار دارند هم رنگ هستند اما اگر بیشتر دقت کنید (و یا `color_matrix` موجود در کد را پرینت بگیرید) متوجه می شوید

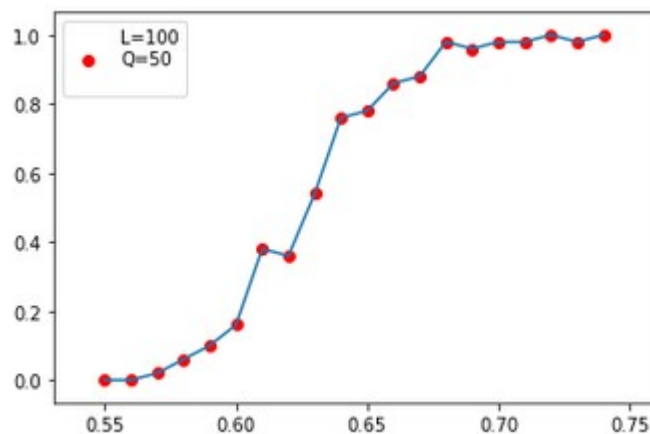
که این خانه‌ها هم رنگ نیستند بلکه به دلیل محدود بودن بازه cmap هم رنگ به نظر می‌رسند. کالر‌مپ موجود بهترین کالر‌مپی بود که این خطای دید در آن حداقل است) الگوریتمی که برای موارد بالا به کار برده شده بود در دل خود یک تابع بازگشتی داشت که امکان تولید این تصاویر را برای lattice سایزهای بزرگ غیر ممکن میکرد. با تغییر این الگوریتم به الگوریتمی بهینه‌تر میتوان رنگ‌آمیزی خوشه‌ها را راحت‌تر انجام داد:



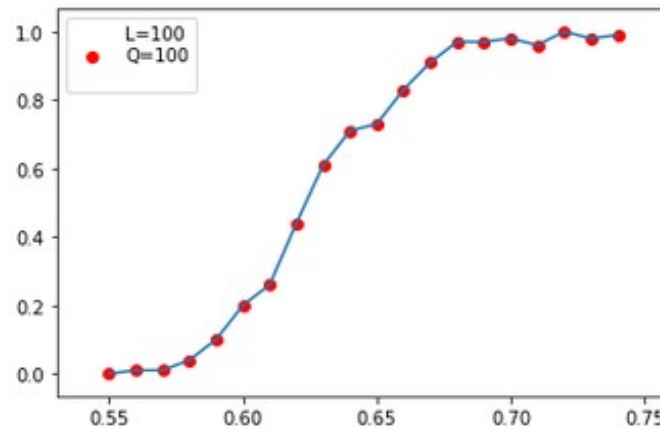
با تغییر دادن مقدار p به نظر می‌رسد که اتفاقی در سیستم می‌فتد. زیرا شکل جزیره‌ها متفاوت می‌شود. برای دیدن این تفاوت‌ها، شکل زیر را درست کردم تا ببینیم چه بلایی سر سیستم می‌آید: به نظر می‌رسد که در حوالی $p=0.61$ یک اتفاق‌هایی در سیستم می‌افتد.



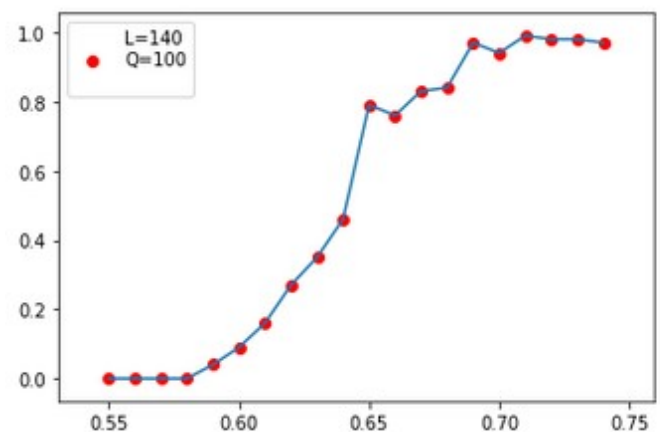
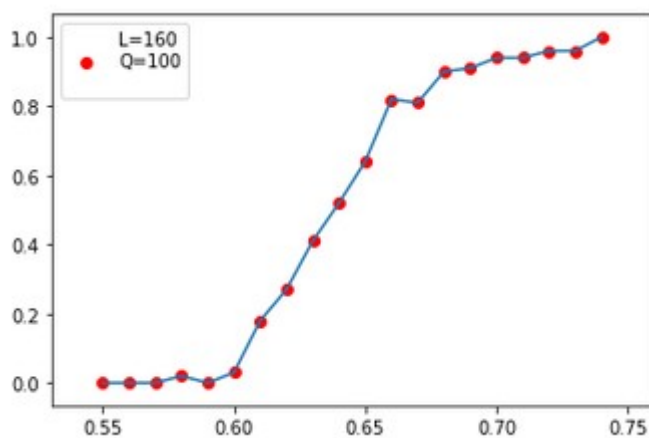
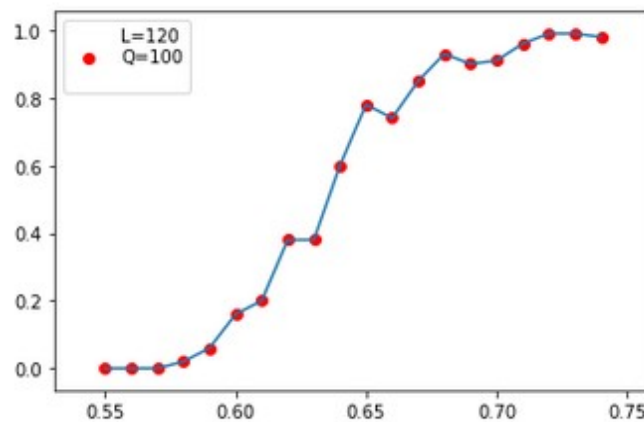
برای آنکه بینم در سیستم چه خبر است، به یک نمونه از سیستم بسنده نمیکنیم بلکه آنسامبلی از آن را برای p های مختلف تشکیل میدهیم. بعد از این اندازه این آنسامبل را Q قرار میدهیم. اگر سائز شبکه را $L=100$ بگیریم و به ازای $Q=50$ از سیستم ران بگیریم و رسانایی یا نارسانایی سیستم را در هر آنسامبل میانگین گیری کنیم به شکل زیر دست خواهیم یافت.



جالب است! انگار در حوالی $p = 0.63$ در سیستم گذر فازی دیده میشود. تقریباً نزدیک به حدسی که داشتیم. تعداد آزمایش Q را بالا میبریم تا ببینیم چه بلایی بر سر نمودار می آید.



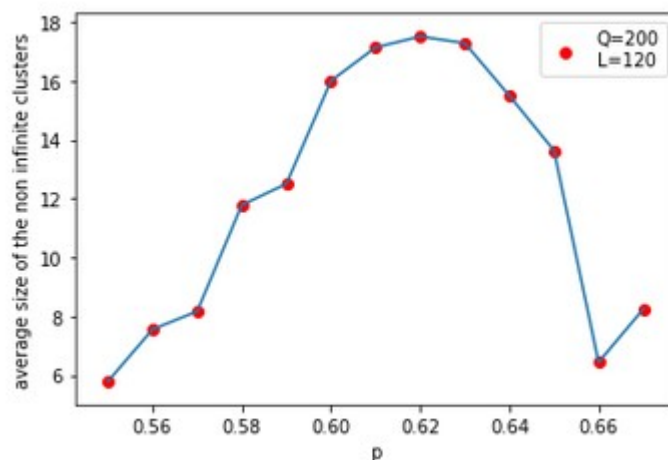
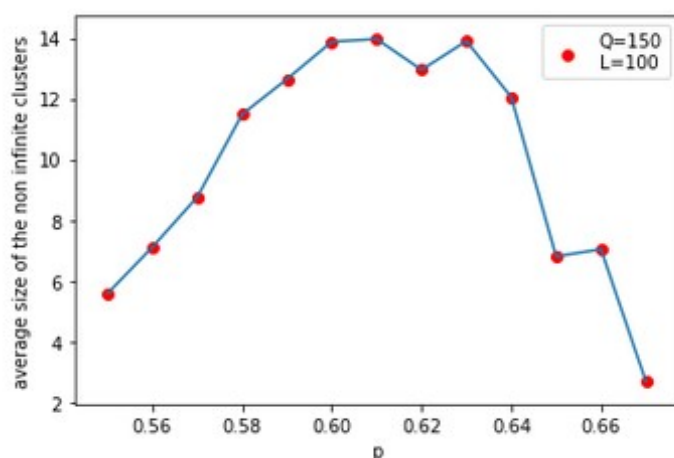
به ازای آنسامبل $Q = 100$ نمودار نرم تر شد. پس انگار نتیجه‌ای که دیده شده بود اتفاقی نیست. حال تحول سیستم به ازای L های مختلف را بررسی میکنیم:



به نظر میرسد با افزایش مقدار L عرض تغییر فاز باریک‌تر میشود.

پس تا الآن دیدیم که در شبکه با نزدیک شدن p به مقدار 0.65 اتفاق هایی در سیستم می افتد. به نظر میرسد اگر طول خوشه های غیر بینهایت موجود در شبکه را مطالعه کنیم، شاید این اتفاق عجیب آنجا نیز بیفتد.

پس کاری که میکنیم این است که به ازای هر مقدار p ، یک آنسامبل Q تایی از لتیس ها را تشکیل میدهم. در هر کدام خانه ای را به صورت تصادفی انتخاب میکنیم. این خانه نباید «خانه روشن» و یا «عضو شاخه بینهایت» باشد. از سایز این خوشه رادیکال گرفته و در آنسامبل میانگین میگیریم. نمودار زیر خروجی این مطالعه است.



زیاتر از این نمیشد! میبینیم که میانگین اندازه خوشه های غیر بینهایت با نزدیک شدن به عدد جادویی (همان $p=0.61$) افزایش میابد.

توضیح بیشتر: در این نمودار ها مشاهده میکنیم که با نزدیک شدن p به مقدار جادویی 0.61 متوسط طول خوشه های غیر بینهایت رفته رفته زیاد می شود تا اینکه در نقطه ی بحرانی بیشترین مقدار را پیدا کرده و سپس شروع به کاهش میکند.

به دست آوردن نمای بحرانی نو:

با ران های قسمت قبلی مقدار تقریبی p بحرانی برابر 0.615 شد. حال اگر بخواهیم نمای بحرانی نو را حساب کنیم میتوان نوشت:

$$|p_c(L) - P_c(\infty)| \sim L^{-\frac{1}{\nu}}$$

از طرفی میدانیم بنا به راهنمایی تمرین $P(\text{inf})$ برابر 0.5 است. پس به دست میآید:

$$\nu=2.086$$