



西北工业大学  
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY

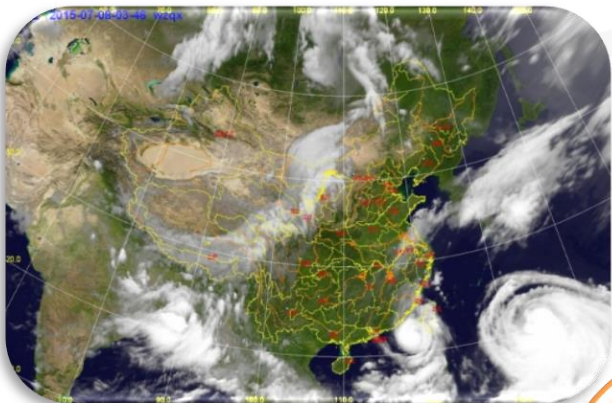


# 概率论与数理统计

徐爽

西北工业大学

数学与统计学院 应用概率统计系

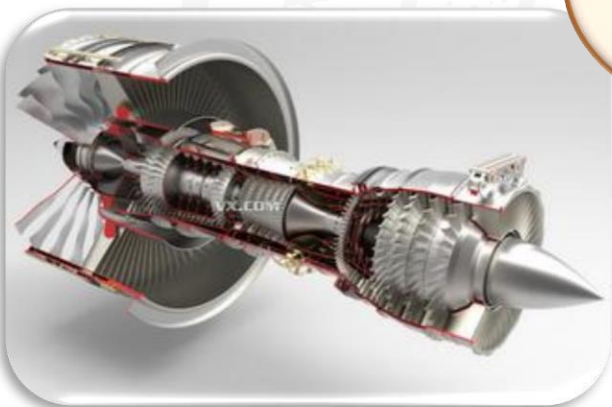


天气变换

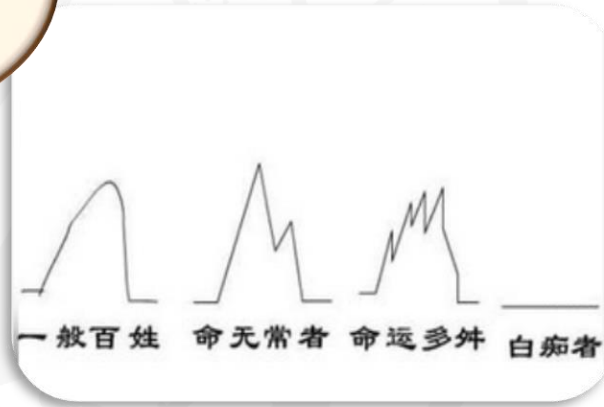


股市涨跌

随机现象



产品寿命



人生轨迹

生活在**随机不确定**的世界中，如何从随机现象中获取**确定**的信息，探索其**规律**，是我们研究的问题。



## 概率论(Probability)

研究**随机现象**统计规律性的数学分支。

## 数理统计(Statistic)

以概率论为理论基础，研究试验数据的收集、整理和分析的方法，并对考察的问题进行**推断**或**预测**，从而为某种采取决策提供依据或建议。



# 输入法预测文本

## 统计规律性

## 世间万物都有统计规律性吗？





## 《黄龙江一派全都带蓝牙》

你有这么高速运转的机械进入中国  
记住我给出的原理 小的时候  
就是研发人 研发这个东西的原理  
它是阴间政权管着呢  
它为什么为什么有生灵给他运转先位  
还有说专门饲养它  
为什么地下产这种东西  
它管着它  
说是五世同堂旗下子孙  
你以为我跟你闹着玩呢  
王龙江一派都带蓝牙  
王龙江化名我小舅  
我亲小舅赵金兰那个嫡子嫡孙

我告诉你 他不听命于杜康  
我跟你讲句肝儿上的事儿  
你不刑警队的吗 他不听命于杜康  
为什么？他是韩国人  
它属于合合作方合伙人  
自有自己有自己的政权  
但是你进入亚洲了  
这块牡丹江号称小联合国  
你触犯了军权 就可以抓他  
但是你们为了什么  
你为了是碎银几两啊还是限制你的数  
还是你你定格不了你没有主权  
你这兵不硬啊！





## 《黄龙江一派全都带蓝牙》

你有这么高速运转的机械进入中国

记住我给出

就是研发人

它是阴间政

它为什么为

还有说专门

为什么地下

它管着它

说是五世同

你以为我跟

王龙江一派都带蓝牙

王龙江化名我小舅

我亲小舅赵金兰那个嫡子嫡孙

我告诉你 他不听命于杜康

我跟你讲 你听命于杜康

思维破裂：在没有智力损害、意识障碍、情绪激动和精神运动兴奋等情况时，病人的言语表现为句与句之间缺乏联系。各句本身是完整的，若**孤立地看每个句子，意思完全可以理解**，在语法上和措辞上没有重大错误，甚至无可挑剔，但在**思维联想的结构上**却十分明显地**缺乏连贯性和逻辑性**，句与句之间缺乏可以理解的联系。

你为了是碎银几两

还是你你定格不了你






你这兵不硬啊！

没有统计规律性





# 第一节 随机事件的概念

-  一、概率论的起源
-  二、随机现象
-  三、随机试验
-  四、样本空间 样本点
-  五、随机事件的概念



# 一、概率论的起源



真是耐人寻味，一门以赌博为起点的学科本应该是人类知识体系中最重要研究对象。

*It is remarkable that a science which began with the consideration of games of chance should have become the most important object of human knowledge.*

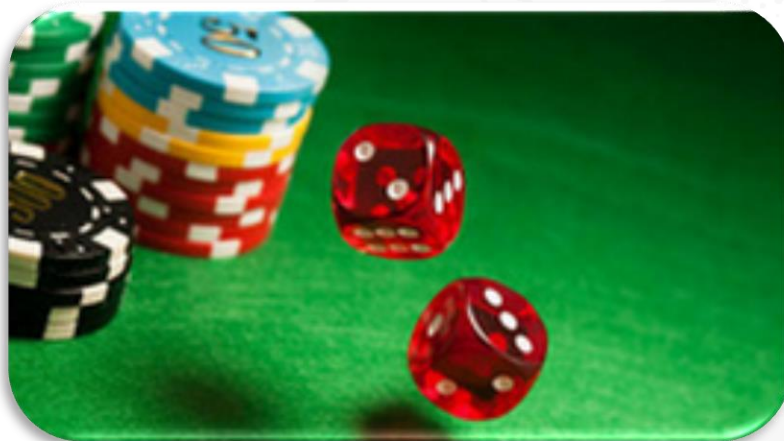
—— 皮埃尔-西蒙·拉普拉斯 (Pierre-Simon Laplace) | 法国著名天文学家和数学家 | 1749 ~ 1827







# 一、概率论的起源



## 赌博问题



一枚骰子连掷4次至少出现1个六点的可能性



同时将两枚骰子连掷24次，至少出现1个双六的可能性

## 德.梅耳问题



## 德.梅耳问题 → 分赌注问题



布莱士·帕斯卡图册



皮耶·德·费玛图册

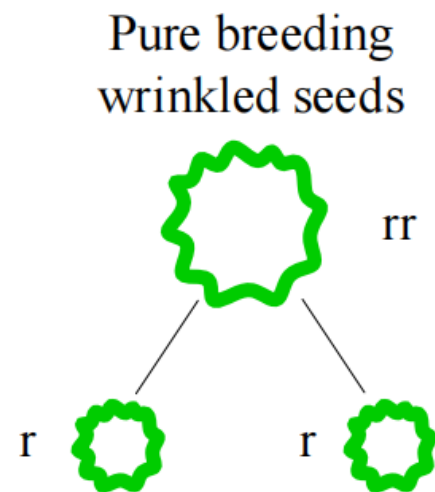
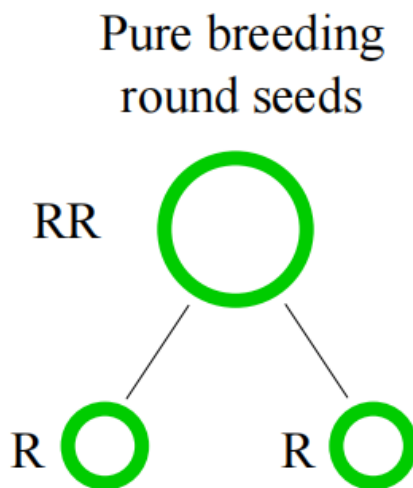


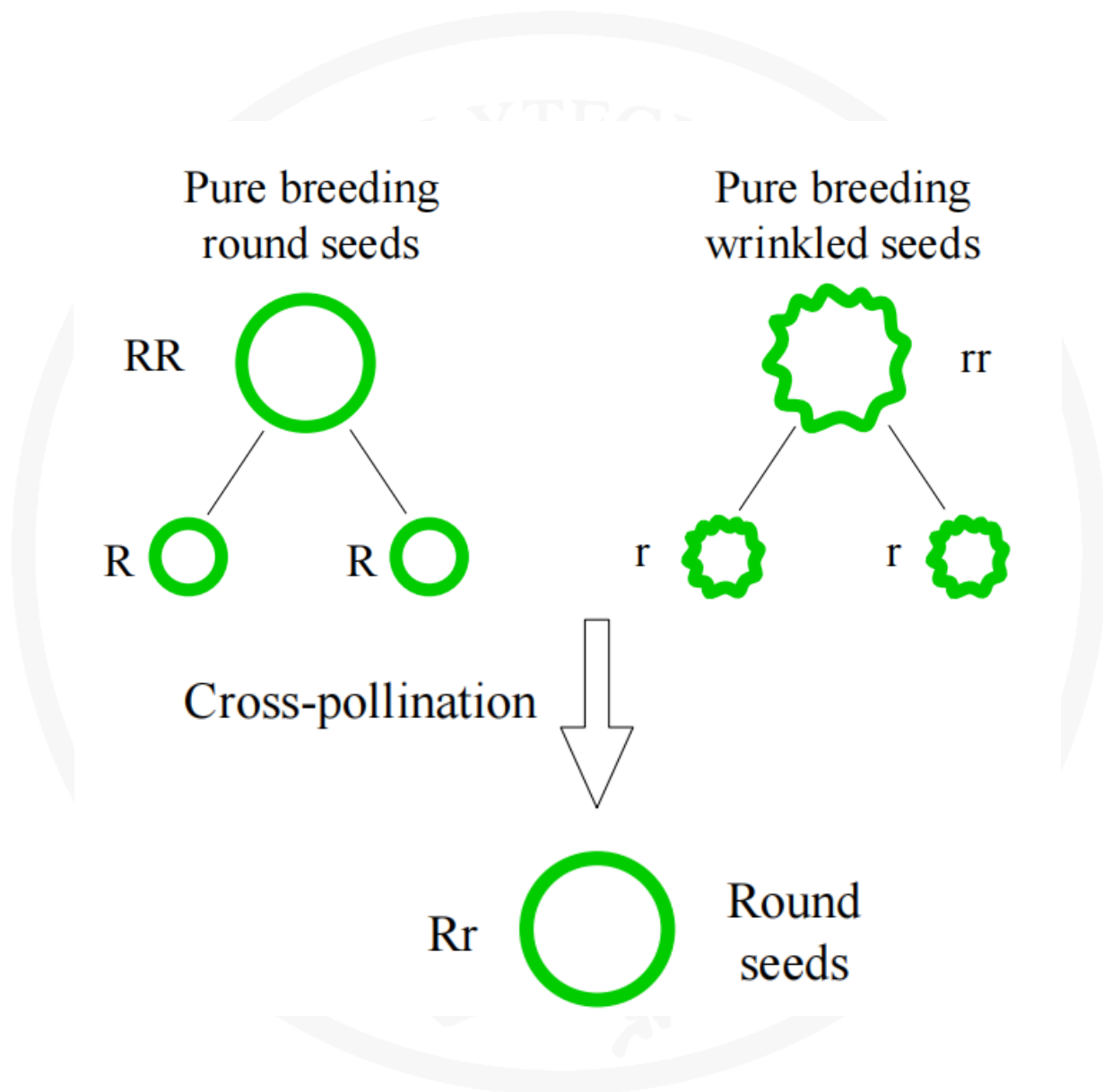
克里斯蒂安·惠更斯图册



# 概率推动科学发展

**孟德尔** (Gregor Mendel, 1822 ~ 1884) 之前，生物遗传机制主要是基于猜测，而不是试验。









Cross-pollination

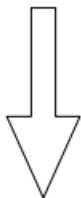


Rr



Round  
seeds

Self-pollination



RR



Rr



Rr



rr



孟德尔遗传定律

比例3:1



## 二、随机现象

自然界所观察到的现象：确定性现象，随机现象。

### 1.确定性现象

**在一定条件下**可以准确预言结果的现象称为确定性现象.又称必然现象。

**确定性现象的特征** ■■■ **条件完全决定结果.**



## 2. 随机现象

在**基本条件完全相同**的条件下，可能发生也可能不发生的现象称为**随机现象**。

**随机现象的特征** ■■■ **条件不能完全决定结果。**

保持条件不变，重复试验现象的结果不唯一  
(至少2个)，试验之前不能确定结果。

想一想，生活中有哪些随机现象呢？



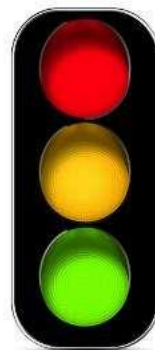
## 现实生活中的随机现象:



正反面



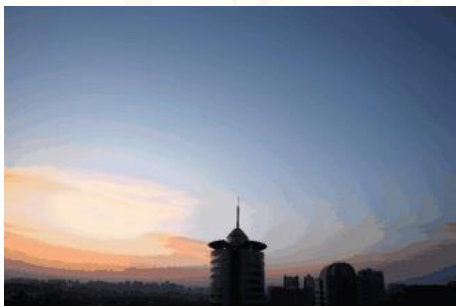
骰子点数



交通灯颜色



灯泡寿命



天气状况



弹着点位置



零件尺寸





**统计规律性：**

大量同类随机现象所呈现出来的集体规律性。

**概率论和数理统计：**

研究**随机现象统计规律性**的数学学科。



### 三、随机试验

如何来研究随机现象？

“观察”、“测量”、  
“检验”、“检测”等

**定义** 具有以下**两个特征**的试验称为**随机试验**，  
简称为试验，通常用  $E$  来表示。

1. 允许在**相同的条件下**重复地进行；
2. 每次试验的结果具有**随机性**。

（结果不一定相同，试验之前不能确定哪一个  
结果出现，**但能事先明确试验的所有可能结果。**）



**实例** “抛掷一枚硬币，**观察**正面、反面出现的情况”。



**分析** (1) 试验可以在**相同的条件下重复地进行**;

(2) 试验的所有可能结果: **正面**, **反面**;

进行一次**试验之前不能确定哪一个结果会出现**,

故为随机试验。

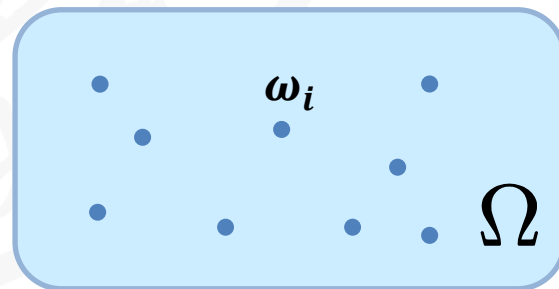


## 四、样本空间 样本点

随机试验的结果怎么去**定量**表述？

**定义** 随机试验  $E$  的**所有可能结果**组成的**集合**称为  $E$  的样本空间, 记为  $\Omega$  。

样本空间的元素, 即试验  $E$  的**每一个可能结果**, 称为样本点, 记作  $\omega_i$  。







## 例1 下面试验的样本空间.

考察一枚硬币的结果

1 代表正面, 0 代表反面



$$\Omega = \{0, 1\}$$

考察一个骰子的结果



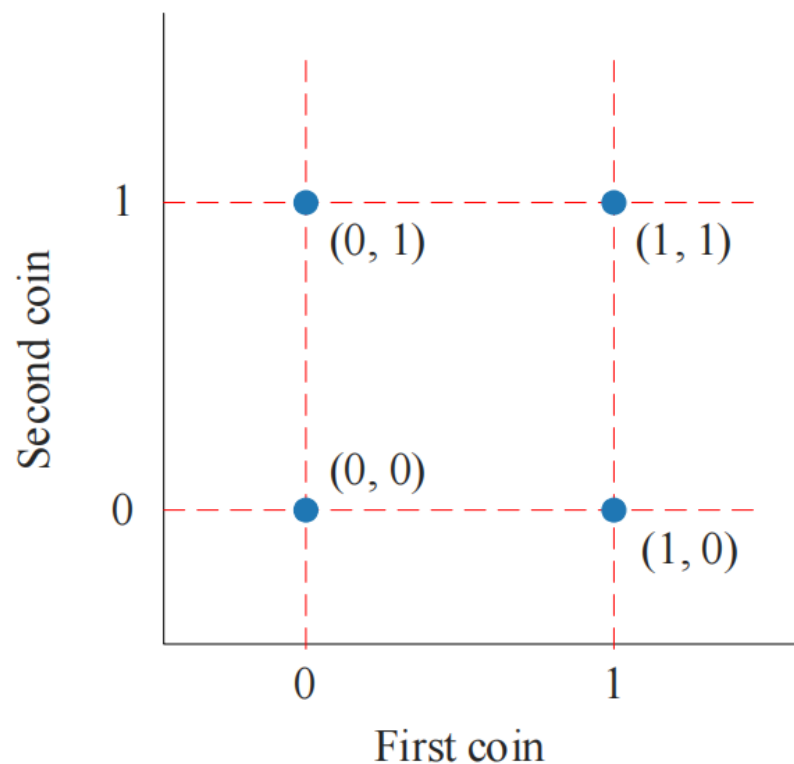
$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$





**例1** 下面试验的样本空间.

**考察两枚硬币的结果**

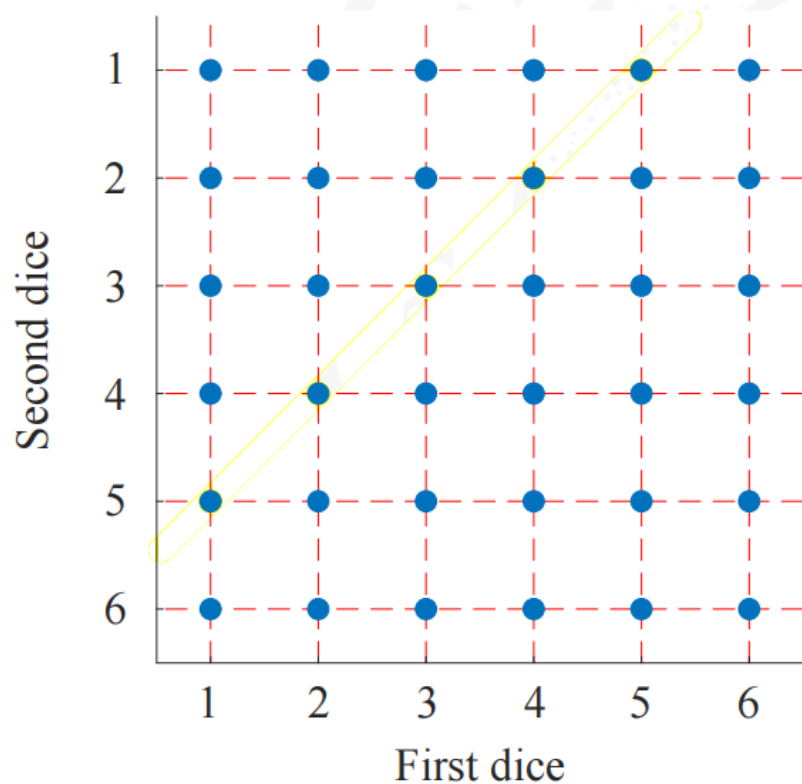


$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cc} (0,0) & (0,1) \\ (1,0) & (1,1) \end{array} \right\}$$



## 例1 下面试验的样本空间.

考察两个骰子的结果

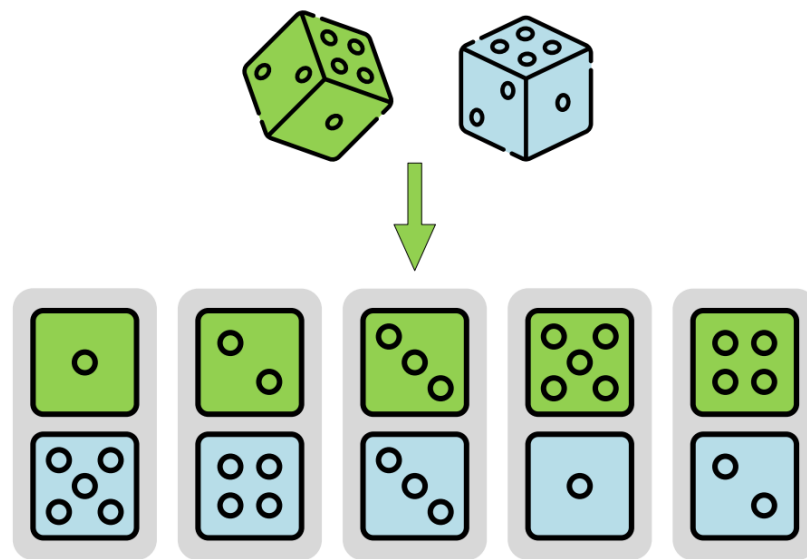
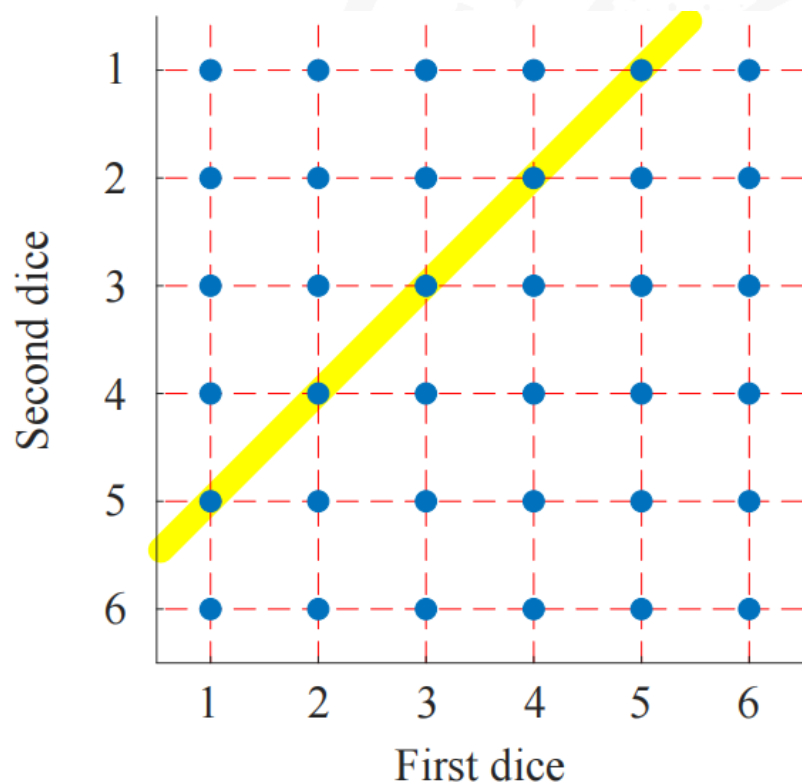


$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cccccc} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{array} \right\}$$



**例1** 下面试验的样本空间.

考察两个骰子之和为6的结果







注

1° 试验不同，样本空间不同。

2° 同一试验，若**试验目的**不同，则对应的**样本空间**也不同。

3° 一个样本空间可以概括许多内容大不相同的实际问题。

**如：**只包含两个样本点的样本空间，

$$\Omega = \{H, T\}$$

**0-1模型**

- ◆ 抛掷硬币出现 **正面** 或出现 **反面**
- ◆ 产品检验中**合格与不合格**
- ◆ 排队现象中**有人排队与无人排队**



所以在具体问题的研究  
中，描述随机现象的第一步  
就是建立样本空间.



## 五、随机事件的概念

在随机试验中，我们往往会关心**某个或某些结果**是否会出现。这就是随机事件。

### 1. 基本概念

**(1) 随机事件** 随机试验  $E$  的样本空间  $\Omega$  的**子集**称为  $E$  的**随机事件**，简称**事件**，并以大写英文字母  $A, B, C, \dots$  表示。



## 实例



$$A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

“点数为偶数”

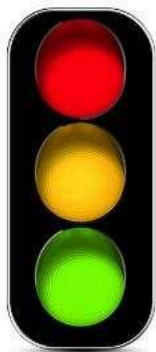
---



$$B = \{t \mid t \geq 2000\} \subset \Omega = \{t \mid t \geq 0\}.$$

“灯泡寿命大于2000小时”

---



$$C = \{\text{绿灯、黄灯}\}$$

$$\subset \Omega = \{\text{绿灯、黄灯、红灯}\}.$$

“通行”



(2) 基本事件  $\{\omega_i\}$  由一个样本点组成的单点集。

如：“出现1点”，“晴天”，...，“85分”。

(3) 复合事件 由若干个样本点组成的点集。  $\{\omega_1, \omega_2 \cdots \omega_n\}$

如：“点数大于2”，“射击环数小于5环”。

(4) 必然事件  $\Omega$  随机试验中必然会出现的结果。



对立  
事件

如：“点数不大于6”

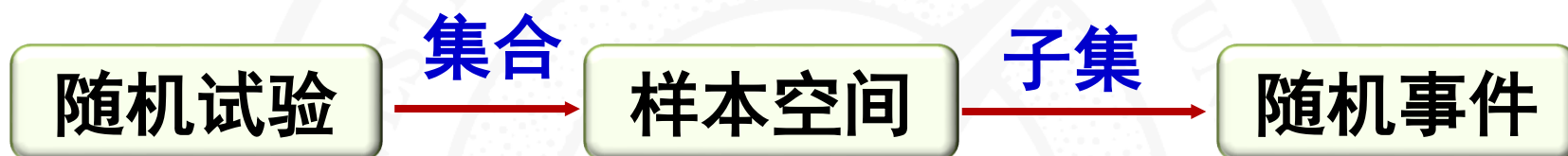
(5) 不可能事件  $\emptyset$  随机试验中不可能出现的结果。

如：“点数大于6”



注

## 随机试验、样本空间与随机事件的关系



随机事件

基本事件  $\{\omega\}$

复合事件  $\{\omega_1, \omega_2, \dots\}$

必然事件  $\Omega$

不可能事件  $\phi$

互为对立事件





# 内容小结

关键词：

随机现象、随机试验、样本空间、随机事件

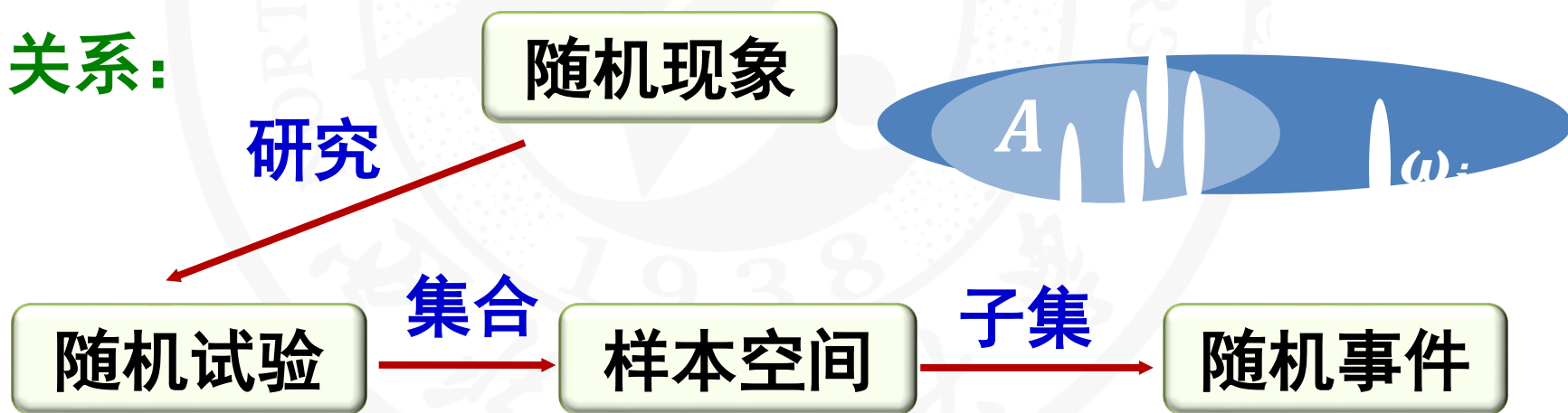
随机试验

1. 同条件下可重复
2. 试验结果明确可知，且不止一个
3. 试验之前不知哪个结果会发生



- **样本点**：试验结果中每个最简单、最基本（不可再分的结果），是样本点（基本事件），记作  $\omega$ 。
- **样本空间**：所有样本点组成的集合是样本空间，记为  $\Omega$ 。
- **随机事件**：样本空间的子集叫随机事件，记为英文大写字母  $A, B, C \dots\dots$ 。

关系：



$E$

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2 \cdots \omega_n\} \supset A = \{\omega_i, \omega_j \cdots\}$$



西北工业大学

NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY



## 1-1 随机事件的概念

*Thank You!*





# 备用题

**例1-1** 写出下列随机试验的样本空间。

- 1) 记录一个小班一次数学考试的平均分数(设以百分制记分)。
- 2) 生产产品直到得到10件正品,记录生产产品的总件数。

**答案:**

- 1)  $\Omega = \{\frac{i}{n}, i = 0, 1, \dots, 100n\}$ . (其中 $n$ 小班人数)
- 2)  $\Omega = \{10, 11, 12, \dots\}$ .