Min-partition problem

miércoles, 31 de mayo de 2023 9:53

Def:

- $A = \{a_1, a_2, \_\_\_, a_n\}$.

Una partición P de Tamaño K es una subsecuencia

$$P = (0 = i_1, i_2, \_\_\_, i_k, i_{k+1} = n)$$

$$0 = i_1 < i_2 < \_\_\_ < i_k < i_{k+1} = n$$

Relacionada a los subarreglos

$$A[i_1+1, \dots i_2], A[i_2+1 \dots i_3], \_\_\_, A[i_k+1 \dots i_{k+1}]$$

$$\rightarrow A[i_j+1 \dots i_{j+1}]$$

El peso de una partición P es

$$w(P) = \max_{j \in \{1, -, k\}} \left| \sum_{T = i_j+1}^{i_{j+1}} A[T] \right|$$

En los llamados, hemos

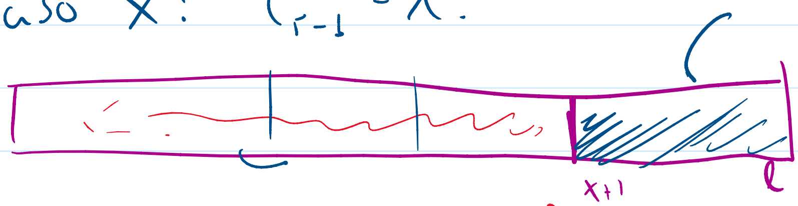
$dp(\ell, r)$: el mínimo peso de una partición de tamaño r, del arreglo $A[1 \dots \ell]$

¿$dp(n,k)$?

Calculando $dp(\ell, r)$: $A[1, \text{—}, \ell]$

$$P' = (0 = i_1, i_2, \text{—}, i_{r-1}, i_r = \ell)$$

Caso x: $i_{r-1} = x$.



$$w(P') = \max_{j=\{1,\text{—},r\}} \Big\{ \underbrace{\sum_{T=i_j+1}^{i_{j+1}} A[T]}_{\text{Trozo } j} \Big\}$$

$$= \max\Big\{ \sum_{T=i_{r-1}+1}^{i_r} A[T], \max_{j=\{1,\text{—},r-1\}} \Big\{ \sum_{T=i_j+1}^{i_{j+1}} A[T] \Big\} \Big\}$$

$$Q' = (0, i_2, i_3, \text{—}, x)$$

Q' es una $r-1$ partición del arreglo $A[1, \text{—}, x]$.

- $P' = Q' \cup [\ell]$.
- $w(Q') = \max\limits_{j=\{1,\dots,r-1\}} \left\{ \sum\limits_{r=i_j+1}^{i_{j+1}} A[r] \right\}$

$$w(P') = \max\{\text{sum}\{A[x+1 \dots \ell]\}, w(Q')\}$$

Vemos que el mejor valor de $w(P')$ se obtiene con el mejor valor de $w(Q')$

$$w(Q'_{opt}) = dp(x, r-1)$$

Caso x: $w(P'_{opt}) = \max\{\text{sum } A[x+1,\dots,\ell], dp(x, r-1)\}$

Vemos que x puede variar entre $\{1, \overset{r-1}{\nabla} \dots, \ell-1\}$

$$dp(\ell, r) = \min_{1 \le x \le \ell-1} \{ \max\{\text{sum } A[x+1, \dots \ell], dp(x, r-1)\}\}$$