

# Ejercicios en clase: Heap

Análisis y Diseño de Algoritmos

14 de octubre de 2023

## Heap

**Ejercicio 1.** Muestre que un heap con  $n$  elementos tiene altura  $\lfloor \lg n \rfloor$ .

**Ejercicio 2.** Muestre por inducción que existen como máximo  $\lceil n/2^{h+1} \rceil$  nodos de altura  $h$  en un heap con  $n$  nodos.

**Ejercicio 3.** Sea  $A[1..n]$  un heap, sea  $i$  un índice en el heap. ¿Cuáles son los elementos que aparecen en el subheap con raíz  $i$ ? Exprese su respuesta como expresión matemática de la forma más compacta posible.

**Ejercicio 4.** Ilustre la operación MAX-HEAPIFY desde el nodo 2 y desde el nodo 3 en el arreglo  $[27, 3, 3, 16, 13, 10, 1, 5, 7, 12, 4, 8, 9, 0]$ .

**Ejercicio 5.** Ilustre la operación BUILD-MAX-HEAP en el arreglo  $[5, 3, 17, 10, 84, 19, 6, 22, 9]$ . Debe mostrar todos los pasos involucrados.

**Ejercicio 6.** Ilustre la operación de HEAPSORT en el arreglo  $[5, 13, 2, 25, 7, 17, 20, 8, 4]$ . Debe mostrar todos los pasos involucrados.

**Ejercicio 7.** Ilustre la operación de HEAPSORT en el arreglo  $[21, 3, 15, 25, 17, 12, 10, 4, 8]$ . Debe mostrar todos los pasos involucrados.

**Ejercicio 8.** Ilustre la operación MAX-HEAP-INSERT( $A, 10$ ) en el heap  $[15, 13, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 0, 6, 2]$ .

**Ejercicio 9.** La operación HEAP-DELETE elimina el ítem en el nodo  $i$  del heap  $A$ . De una implementación de HEAP-DELETE que corre en  $O(\lg n)$  para un max-heap con  $n$  elementos.

**Ejercicio 10.** Escriba en seudocódigo cada uno de los siguientes procedimientos, que implementan una fila de prioridades con un min-heap: HEAP-MINIMO, HEAP-EXTRAЕ-MINIMO, HEAP-DISMINUYE-LLAVE y HEAP-INSERTA.

**Ejercicio 11.** Dado un arreglo  $A[1..n]$  de números diferentes, indique un algoritmo  $O(n \lg k)$  que encuentra el  $k$ -ésimo menor elemento. Por ejemplo, si  $A = [3, 1, 2, 7, 5]$  y  $k = 4$ , su algoritmo deberá devolver 5. **Deberá usar fila de prioridades** con MAXHEAP.