

Отчёт по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Гайсина Алина Ринатовна

Содержание

Цель работы	1
Задание	1
Вариант №35:	1
Теоретическое введение	2
Выполнение лабораторной работы	2
Программный код на Julia	2
Результат выполнения программы	3
Выводы	4

Цель работы

Рассмотреть простейшую задачу об эпидемии, научиться решать её.

Задание

Придумать свой пример задачи об эпидемии, задать начальные условия и коэффициенты пропорциональности. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае, если: \$

а) $I(0) < I^*$; б) $I(0) > I^*$. \$

Вариант №35:

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=12300$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=140$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=54$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае, если: \$ а) $I(0) < I^*$; б) $I(0) > I^*$. \$

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ - это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -aS, I(t) > I^* \\ \frac{dS}{dt} = 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = aS - bI, I(t) > I^* \\ \frac{dI}{dt} = -bI, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = bI$$

Постоянные пропорциональности a и b - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Выполнение лабораторной работы

Программный код на Julia.

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
a = 0.4
b = 0.5
N = 12300
I0 = 140
R0 = 54
S0 = N - I0 - R0
x0 = [S0; I0; R0]
```

```

tspan = (0.0, 200.0)

#случай, когда  $I(0) \leq I^*$ 
function syst(dx, x, p, t)
    dx[1] = 0
    dx[2] = -b*x[2]
    dx[3] = b*x[2]
end

prob = ODEProblem(syst, x0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

S = [x[1] for x in sol.u]
I = [x[2] for x in sol.u]
R = [x[3] for x in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

p = plot(T, S, label = "S(t)")
plot!(p, T, I, label = "I(t)", color=:purple)
plot!(p, T, R, label = "R(t)", color=:pink)
savefig("6_1.png")

#случай, когда  $I(0) > I^*$ 
function syst(dx, x, p, t)
    dx[1] = -a*x[1]
    dx[2] = a*x[1] - b*x[2]
    dx[3] = b*x[2]
end

prob = ODEProblem(syst, x0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

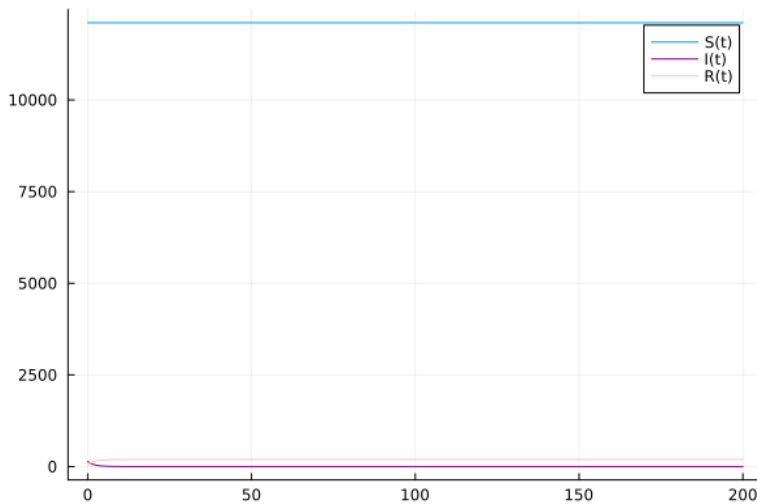
S = [x[1] for x in sol.u]
I = [x[2] for x in sol.u]
R = [x[3] for x in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

p = plot(T, S, label = "S(t)")
plot!(p, T, I, label = "I(t)", color=:purple)
plot!(p, T, R, label = "R(t)", color=:pink)
savefig("6_2.png")

```

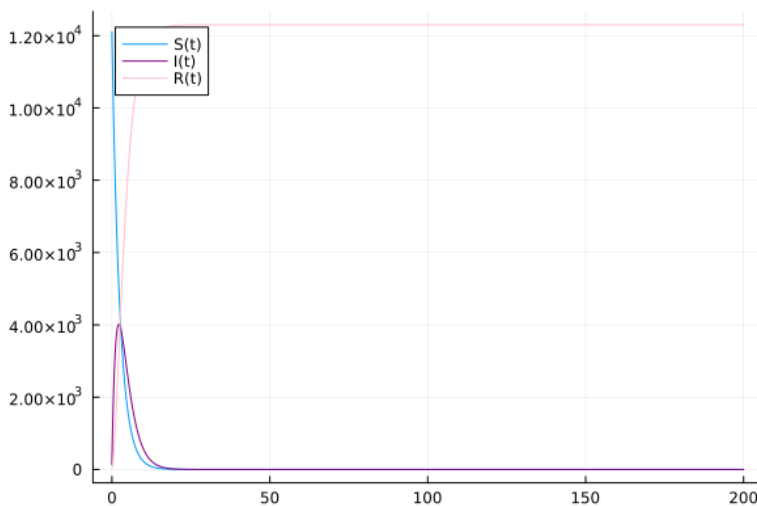
Результат выполнения программы

1. Построила график изменения числа людей в каждой из трёх групп в случае, когда $I(0) \leq I^*$ (рис. [-@fig:001]).



Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) < I^*$, с начальными условиями $I(0) = 140$, $R(0) = 54$, $S(0) = 12106$

2. Построила график изменения числа людей в каждой из трёх групп в случае, когда $I(0) > I^*$ (рис. [-@fig:002]).



Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$, с начальными условиями $I(0) = 140$, $R(0) = 54$, $S(0) = 12106$

Выводы

Изучила задачу об эпидемии.