

Лабораторная работа №2

Математическое моделирование

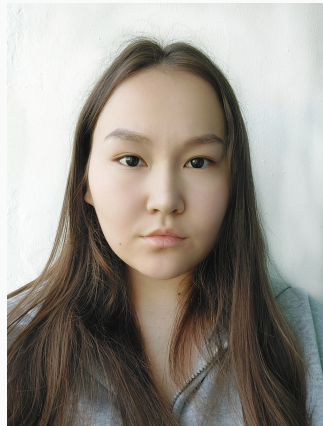
Гайсина А. Р.

20 апреля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Гайсина Алина Ринатовна
- Студентка группы НКНбд-01-21
- Студ. билет 1032216464
- Российский университет дружбы народов



Изучить основы языка программирования Julia: библиотеки языка, которые используются для построения графиков и решения дифференциальных уравнений. Решить задачу о погоне.

Справка о языках программирования:

Julia — высокоуровневый высокопроизводительный свободный язык программирования с динамической типизацией, созданный для математических вычислений. Эффективен также и для написания программ общего назначения. Синтаксис языка схож с синтаксисом других математических языков (например, MATLAB и Octave), однако имеет некоторые существенные отличия. Julia написан на Си, C++ и Scheme. Имеет встроенную поддержку многопоточности и распределённых вычислений, реализованные в том числе в стандартных конструкциях.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 18 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

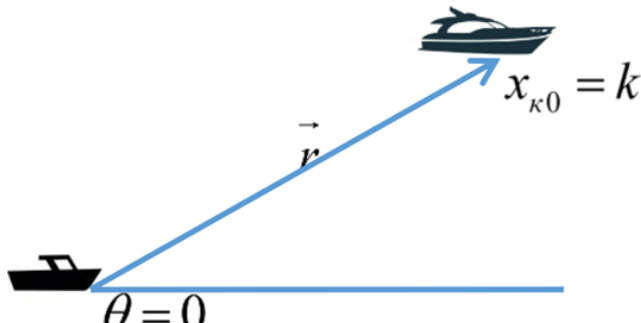
Задачи:

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Математическая модель

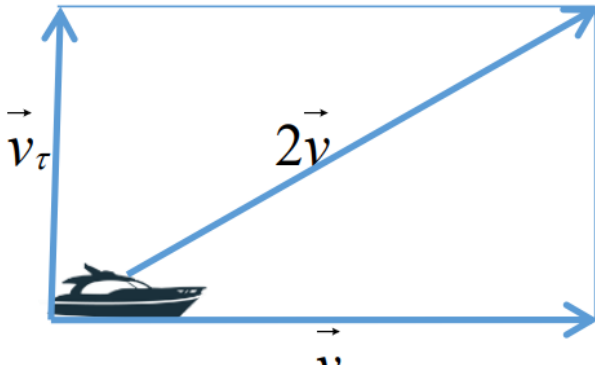
1. Принимаем за $t_0 = 0$, $x_l 0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_k 0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой



3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса $tetha$, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{k - x}{2v}$ ($\frac{x}{v} + \frac{k}{2v}$ - во втором случае). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из одного из следующих уравнений: $\frac{x}{v} = \frac{k - x}{2v}$ или $\frac{x}{v} = \frac{x}{v} + \frac{k}{2v}$. Отсюда мы найдём значения $x_1 = k/3$ и $x_2 = k$, задача решается для этих двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: радиальная скорость и тангенциальная скорость.



6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ \frac{d(\text{tetha})}{dt} = \sqrt{3}v \end{cases}$$

. Проводя аналогичные рассуждения необходимо решить задачу о погоне для своего варианта (Вариант №35).

Julia

Решить дифференциальное уравнение, расписанное в постановке задачи лабораторной работы, поможет библиотека DifferentialEquations. Итоговые изображения в полярных координатах будут строиться через библиотеку Plots. [1]

```
using DifferentialEquations  
using Plots
```

```
k = 18
```

```
n = 4.9
```

```
function dr(u, p, t)  
    return u/sqrt(n*n - 1)  
end
```

```
# Первый случай
r0 = k/(n + 1)
tetha = (0, 2*pi)

prob = ODEProblem(dr, r0, tetha)
sol = solve(prob, abstol = 1e-8, reltol = 1e-8)
r_ang = [sol.t[rand(1:size(sol.t)[1])]] for i in 1:size(sol.t)[1]
```



```
plt = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, title="Первый случай задачи о по  
plot!(plt, [r_ang[1], r_ang[2]], [0.0, sol.u[size(sol.u)[1]]], label="Путь ло  
plot!(plt, sol.t, sol.u, label="Путь катера", color=:pink)  
savefig("2_1.png")
```

```
# Второй случай
r0 = k/(n - 1)
tetha = (-pi, pi)

prob = ODEProblem(dr, r0, tetha)
sol = solve(prob, abstol=1e-8, reltol=1e-8)
r_ang = [sol.t[rand(1:size(sol.t)[1])]] for i in 1:size(sol.t)[1]
```

```
plt = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, title="Второй случай задачи о по  
plot!(plt, [r_ang[1], r_ang[2]], [0.0, sol.u[size(sol.u)[1]]], label="Путь ло  
plot!(plt, sol.t, sol.u, label="Путь катера", color=:pink)  
savefig("2_2.png")
```

Первый случай задачи о погоне

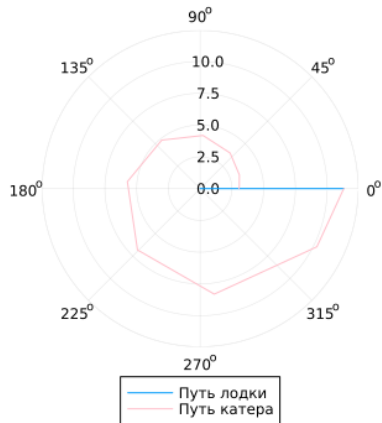


Рис. 1: Траектория движения катера и лодки для первого случая

Второй случай задачи о погоне

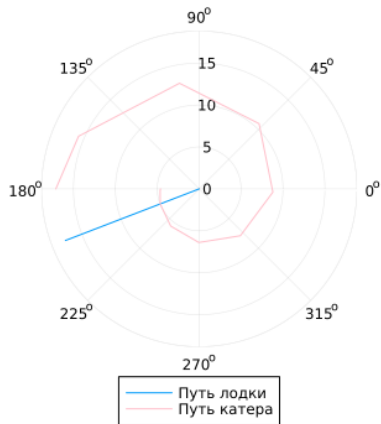


Рис. 2: Траектория движения катера и лодки для второго случая

При помощи языка программирования Julia я построила графики решения задачи о погоне для двух случаев. Изучая графики можно узнать примерные точки пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров.

Были изучены основы языка программирования Julia. Решена задача о погоне.

[1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/> [2] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>