

Modelos y Optimización

Axel Lijdens (95772)

Contents

Trabajo Práctico	1
Impresión del problema	1
Coloreo de grafo	1
Resolución	1
Heurística: Algoritmo greedy	1
Solución por PLE	2
Resolución con CPLEX	2
1 - Corrida con la heurística	2
2 - Ejecución del código sin cambios	3
3 - Ejecución del código restringiendo colores	4
4 - Ejecución descomentando la restricción de simetría	6
5 - Ejecución descomentando la restricción de simetría y 15 lavados	8
6 - Comparar el paso 3 y el 5, repetir la prueba sabiendo que existe una solución de 11 lavados	9
7 - Comparar en el informe la heurística (paso 1) con la solución mediante programación lineal entera	10
Conclusión	11

Trabajo Práctico

Impresión del problema

El problema a simple vista parece complicado: para encontrar una solución óptima sería necesario probar todas las combinaciones de subconjuntos formados por las prendas y finalmente quedarse con la configuración que resulte en el menor tiempo. Esto significa que si hay n prendas, habrían 2^n subconjuntos para probar. Claramente una solución de este estilo sería intratable para valores relativamente bajos de n .

Coloreo de grafo

El problema puede modelarse como un coloreo de grafo, donde podemos considerar que cada color es un lavado (y por lo tanto, los nodos que tengan el mismo color van al mismo lavado). En general (¿siempre?) va a ser positivo tener menos colores, ya que por cada color solamente se va a sumar el mayor tiempo del grupo. Por lo tanto, si se aplica un algoritmo de coloreo que busque la menor cantidad de colores posibles, sería una buena aproximación a una solución. Lamentablemente, encontrar este número es NP-hard, pero existen varios algoritmos que mediante heurísticas encuentran soluciones “decentes”. Realicé una prueba pero los resultados del algoritmo no fueron mejores que la solución greedy actual (aunque el algoritmo para encontrar el coloreo también era greedy).

Resolución

Heurística: Algoritmo greedy

El problema es complejo debido a las restricciones: si no hubiera ninguna, la solución sería trivial (un único lavado con todas las prendas). La primera idea que se me ocurre entonces es implementar un algoritmo greedy el cual tomaría las prendas con mayor tiempo de lavado primero y luego tratar de agregar las demás en los grupos existentes. De esta forma estaría asignando la mayoría de las prendas a lavados donde estén las más pesadas.

Es claro que este algoritmo no necesariamente resultaría en una solución óptima, ya que podría armarse una configuración distinta que reduzca la cantidad de lavados totales.

Comentarios sobre la heurística El algoritmo greedy parece tener un buen desempeño. Intenté mejorar el resultado manualmente pero me fue difícil encontrar un mejor (aunque realizar este trabajo manualmente es complicado, ¡ja!) y su ejecución es bastante rápida.

Solución por PLE

Al poder modelarse como un problema de coloreo de grafos, podemos tomar la misma idea pero en este caso cambiar el funcional (en el cual queremos minimizar los costos en lugar de la cantidad de colores). Podemos considerar cada prenda como un nodo en el grafo. Luego, ponemos una arista entre las prendas que son incompatibles (es decir, que no pueden ir en el mismo lavado). Luego es una cuestión de colorear el grafo resultante pero considerando los tiempos de lavado para la minimización.

Constantes:

- N = cantidad de prendas
- $M = N$ = cantidad de lavados
- T_i = tiempo de lavado para la prenda i

Nota: pongo $M = N$ porque en el peor de los casos, cada prenda va a tener su propio lavado (si todas fueran incompatibles entre sí). En el caso de no ser así, esos lavados van a quedar vacíos.

Variables:

- $Y_{ij} = [Bivalente]$: 1 cuando la prenda i es asignada al lavado $j \forall i \in 1..N, \forall j \in 1..M$
- $MAX_j = [Entera]$: el valor de tiempo más alto entre las prendas asignadas al lavado j

Restricciones Todas las prendas deben pertenecer exactamente a 1 lavado:

$$\sum_{j=1}^M Y_{ij} = 1 \quad \forall i$$

No se pueden colocar 2 prendas “incompatibles” en el mismo lavado:

$$Y_{ij} + Y_{kj} \leq 1 \quad \forall j \in 1..M, (i, k) \in \text{prendas_incompatibles}$$

MAX_j toma el valor del mayor T_i dentro del lavado j :

$$T_i Y_{ij} \leq MAX_j \quad \forall i \in 1..N, j \in 1..M$$

Nota: no es necesario poner una cota superior al máximo porque el funcional es de minimización, por lo que MAX_j siempre va a tomar el valor más bajo posible (que es el más alto de las prendas).

Funcional

$$Z_{min} = \sum_{j=1}^M MAX_j$$

Resolución con CPLEX

1 - Corrida con la heurística

Resultado de correr la cuarta entrega con la heurística desarrollada en los pasos anteriores:

- Lavado 1 (20): 79, 129, 55, 105, 106, 132, 119, 102, 11, 24, 41, 34, 43, 90, 19, 93, 56, 23, 25, 42, 1
- Lavado 2 (19): 136, 69, 27, 68, 109, 112, 127, 84, 33, 10, 8, 35, 117, 77, 12, 134, 52, 122, 40, 124, 9
- Lavado 3 (14): 29, 123, 64, 130, 100, 53, 21, 89, 115, 133, 7, 101
- Lavado 4 (13): 18, 70, 126, 61
- Lavado 5 (12): 138, 32
- Lavado 6 (11): 45, 20, 83, 108, 99, 54
- Lavado 7 (9): 135, 72
- Lavado 8 (9): 57, 95, 78, 81
- Lavado 9 (8): 36
- Lavado 10 (5): 116
- Lavado 11 (3): 74

total 123

Es decir, el tiempo total del proceso es de 123 con la repartición de prendas en los 11 lavados indicados anteriormente.

2 - Ejecución del código sin cambios

Resultado de la ejecución (luego de ser detenida):

solution: 119 /size: 138 /time: 5917.046

Registro del motor:

Tried aggregator 1 time.

MIP Presolve eliminated 120467 rows and 0 columns.

MIP Presolve modified 12013 coefficients.

Reduced MIP has 34783 rows, 19182 columns, and 121915 nonzeros.

Reduced MIP has 19044 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Presolve time = 0,41 sec. (253,66 ticks)

Found incumbent of value 2760,000000 after 0,59 sec. (403,01 ticks)

Probing time = 0,14 sec. (12,13 ticks)

Tried aggregator 1 time.

Detecting symmetries...

Reduced MIP has 34783 rows, 19182 columns, and 121915 nonzeros.

Reduced MIP has 19044 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Presolve time = 0,73 sec. (391,75 ticks)

Probing time = 0,13 sec. (11,35 ticks)

Clique table members: 15739.

MIP emphasis: balance optimality and feasibility.

MIP search method: dynamic search.

Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.

Root relaxation solution time = 1,38 sec. (475,39 ticks)

	Nodes					Cuts/		
	Node	Left	Objective	IInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap
*	0+	0			2760,0000	0,0000		100,00%
*	0+	0			1467,0000	0,0000		100,00%

[...]

Elapsed time = 964,45 sec. (209449,37 ticks, tree = 25,34 MB, solutions = 26)

2794	2039	87,8299	519	119,0000	37,0000	5718382	68,91%
2885	2123	98,0000	420	119,0000	37,0000	5944836	68,91%
2960	2186	77,0000	993	119,0000	44,1979	6159389	62,86%
3005	2271	105,0000	527	119,0000	44,1979	6319980	62,86%
3074	2318	70,0000	652	119,0000	44,1979	6516069	62,86%
3149	2393	108,0000	281	119,0000	44,1979	6699615	62,86%

3244	2446	78,0000	911	119,0000	46,0000	6863563	61,34%
3313	2459	94,0000	562	119,0000	46,0000	6917093	61,34%
3338	2513	77,9752	619	119,0000	46,0000	7065903	61,34%

[...]

Performing restart 1

Repeating presolve.

Tried aggregator 1 time.

MIP Presolve eliminated 1108 rows and 552 columns.

Reduced MIP has 33675 rows, 18630 columns, and 119155 nonzeros.

Reduced MIP has 18492 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Presolve time = 0,17 sec. (170,22 ticks)

Tried aggregator 1 time.

Reduced MIP has 33675 rows, 18630 columns, and 119155 nonzeros.

Reduced MIP has 18492 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Presolve time = 0,19 sec. (167,19 ticks)

Represolve time = 0,83 sec. (464,06 ticks)

[...]

3439	73	36,3358	864	119,0000	46,0000	7951599	61,34%
------	----	---------	-----	----------	---------	---------	--------

Elapsed time = 1627,31 sec. (416862,04 ticks, tree = 1,47 MB, solutions = 26)

3461	97	37,5516	698	119,0000	46,0000	8066769	61,34%
3500	114	51,4438	645	119,0000	46,0000	8128162	61,34%

Implied bound cuts applied: 1419

Flow cuts applied: 544

Mixed integer rounding cuts applied: 833

Zero-half cuts applied: 50

Root node processing (before b&c):

Real time = 112,45 sec. (69110,10 ticks)

Parallel b&c, 8 threads:

Real time = 1581,48 sec. (358658,02 ticks)

Sync time (average) = 193,70 sec.

Wait time (average) = 0,03 sec.

Total (root+branch&cut) = 1693,94 sec. (427768,12 ticks)

3 - Ejecución del código restringiendo colores

Al saber que existe una solución con 15 colores, podemos restringir el modelo para que trabaje sabiendo que (en el peor de los casos), va a necesitar 15. La ventaja de este cambio es que, a diferencia del caso anterior donde debíamos considerar la posibilidad de que cada prenda tuviera su propio lavado, estamos reduciendo el espacio de búsqueda. Por ejemplo, la cantidad de formas de acomodar m prendas en n lavados está dada por:

$$n^m$$

ya que podemos asignar a cada una de las n cualquiera de los m distintos lavados. Podemos observar que al reducir n se disminuye la base de la exponencial, pero de todas formas continua habiendo una cantidad exponencial de posibles combinaciones.

Registro del motor (recortado):

Version identifier: 22.1.0.0 | 2022-03-09 | 1a383f8ce

Legacy callback pi
Tried aggregator 1 time.
MIP Presolve eliminated 13053 rows and 0 columns.
MIP Presolve modified 1347 coefficients.
Reduced MIP has 3945 rows, 2085 columns, and 13532 nonzeros.
Reduced MIP has 2070 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0,03 sec. (23,27 ticks)
Found incumbent of value 300,000000 after 0,05 sec. (37,25 ticks)
Probing time = 0,02 sec. (4,04 ticks)
Tried aggregator 1 time.
Detecting symmetries...
Reduced MIP has 3945 rows, 2085 columns, and 13532 nonzeros.
Reduced MIP has 2070 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0,00 sec. (12,94 ticks)
Probing time = 0,03 sec. (4,04 ticks)
Clique table members: 1875.
MIP emphasis: balance optimality and feasibility.
MIP search method: dynamic search.
Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.
Root relaxation solution time = 0,16 sec. (155,55 ticks)

	Nodes					Cuts/		
	Node	Left	Objective	IInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap
*	0+	0			300,0000	0,0000		100,00%
*	0+	0			171,0000	0,0000		100,00%
	0	0	20,0000	1078	171,0000	20,0000	1897	88,30%
*	0+	0			162,0000	20,0000		87,65%

[...]

*	0+	0			117,0000	28,9190		75,28%
	0	2	28,9190	772	117,0000	38,0000	30706	67,52%

Elapsed time = 10,50 sec. (6305,57 ticks, tree = 0,02 MB, solutions = 14)

[...]

Performing restart 2

Repeating presolve.
Tried aggregator 1 time.
MIP Presolve eliminated 130 rows and 0 columns.
Reduced MIP has 3691 rows, 2025 columns, and 19179 nonzeros.
Reduced MIP has 2010 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0,03 sec. (19,74 ticks)
Tried aggregator 1 time.
Reduced MIP has 3691 rows, 2025 columns, and 19179 nonzeros.
Reduced MIP has 2010 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0,03 sec. (17,13 ticks)
Represolve time = 9,25 sec. (119,52 ticks)

[...]

Nodefile size = 1616,83 MB (1472,83 MB after compression)

187181	96659	116,0000	310	117,0000	106,7212	22710754	8,79%
187850	97092	112,6667	307	117,0000	106,7354	22798723	8,77%

188615	97766	111,0213	378	117,0000	106,7639	22945511	8,75%
189344	98360	109,8504	488	117,0000	106,7797	23087763	8,74%
190059	99073	111,0769	386	117,0000	106,8057	23242417	8,71%
190760	99570	109,0000	429	117,0000	106,8333	23335809	8,69%
191459	100305	114,0000	409	117,0000	106,8371	23498355	8,69%
192159	100294	109,0000	415	117,0000	106,8419	23484752	8,68%
192902	100971	112,0000	341	117,0000	106,8486	23623730	8,68%
193551	101742	109,6667	395	117,0000	106,8557	23794928	8,67%
Elapsed time = 2093,66 sec. (609017,00 ticks, tree = 3937,00 MB, solutions = 14)							
Nodefile size = 1883,23 MB (1718,76 MB after compression)							
194056	102293	115,1693	312	117,0000	106,8636	23914105	8,66%
194740	102588	111,7487	400	117,0000	106,8636	23978864	8,66%
195405	103003	111,8947	384	117,0000	106,8728	24108028	8,66%
196274	104039	113,0000	303	117,0000	106,8944	24314422	8,64%

Nota: a pesar de ejecutar varias veces con esta configuración, CPLEX no imprimió en ningún caso el reporte final con el agregado de la información.

Comparación Corrida 1:

Reduced MIP has 34783 rows, 19182 columns, and 121915 nonzeros.
 Reduced MIP has 19044 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Corrida 2:

Reduced MIP has 3945 rows, 2085 columns, and 13532 nonzeros.
 Reduced MIP has 2070 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Podemos observar que (como era esperado), el tamaño del problema es mucho menor en el segundo caso que en el primero, aunque en ninguno de los 2 se llegó a encontrar la solución final luego de 30 minutos de ejecución.

Otro detalle importante es que la segunda ejecución logró encontrar una mejor solución (columna *best integer*) de 117 a diferencia de la primera (119).

4 - Ejecución descomentando la restricción de simetría

La restricción de simetría evita que el modelo asigne un lavado (color) sin que el lavado anterior (si le damos un orden numérico a los lavados) tenga al menos una prenda. Es decir, el lavado 2 no puede tener prendas si el lavado 1 está vacío. Esta restricción permite reducir el espacio de búsqueda al eliminar soluciones que si bien son distintas, resultan equivalentes en la práctica. Por ejemplo, se llegaría a las mismas soluciones si enumeramos los lavados en forma inversa (el último como el primero y el primero como el último). Sin la restricción, el modelo explora ambos casos, pero con ella no puede, ya que para poner una prenda en el último lavado debe haber puesto al menos 1 en cada uno de los otros.

Resultado de la ejecución:

```
Tried aggregator 1 time.
Detecting symmetries...
Reduced MIP has 34898 rows, 19182 columns, and 122062 nonzeros.
Reduced MIP has 19044 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0,16 sec. (144,06 ticks)
Probing time = 0,14 sec. (11,37 ticks)
Clique table members: 15717.
MIP emphasis: balance optimality and feasibility.
MIP search method: dynamic search.
Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.
Root relaxation solution time = 3,24 sec. (1168,99 ticks)
```

Nodes					Cuts/		
Node	Left	Objective	IInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap

*	0+	0		2760,0000	0,0000		100,00%
*	0+	0		2631,0000	0,0000		100,00%
*	0+	0		2442,0000	0,0000		100,00%

[...]

*	0+	0		127,0000	36,8358		71,00%
*	0+	0		125,0000	36,8358		70,53%
	0	0	-1,00000e+75	0	125,0000	36,8358	26927 70,53%

Repeating presolve.

Tried aggregator 1 time.

MIP Presolve eliminated 10986 rows and 6034 columns.

MIP Presolve modified 2115 coefficients.

Reduced MIP has 23912 rows, 13148 columns, and 81142 nonzeros.

Reduced MIP has 13010 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Presolve time = 0,11 sec. (93,12 ticks)

Probing time = 0,19 sec. (21,85 ticks)

Tried aggregator 1 time.

Detecting symmetries...

Reduced MIP has 23912 rows, 13148 columns, and 81142 nonzeros.

Reduced MIP has 13010 binaries, 138 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.

Presolve time = 0,09 sec. (87,59 ticks)

Represolve time = 0,53 sec. (395,36 ticks)

Probing time = 0,19 sec. (21,80 ticks)

Clique table members: 10768.

MIP emphasis: balance optimality and feasibility.

MIP search method: dynamic search.

Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.

Root relaxation solution time = 1,36 sec. (728,29 ticks)

	Nodes					Cuts/		
	Node	Left	Objective	IInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap
*	0+	0			125,0000	36,8358		70,53%
	0	0	38,0526	516	125,0000	38,0526	26951	69,56%
*	0+	0			118,0000	38,0526		67,75%
	0	0	44,0000	361	118,0000	Cuts: 86	38011	62,71%
	0	0	44,0000	379	118,0000	Cuts: 289	38955	62,71%
	0	0	44,0000	399	118,0000	Cuts: 98	40075	62,71%
*	0+	0			117,0000	44,0000		62,39%

[...]

Elapsed time = 71,97 sec. (44809,58 ticks, tree = 76,65 MB, solutions = 24)

1981	1026	109,2778	150	117,0000	91,7011	138584	21,62%
2609	1259	112,0921	231	117,0000	97,4807	164931	16,68%
3258	1486	111,0000	136	117,0000	101,3444	192079	13,38%
4065	1697	cutoff		117,0000	105,7273	217807	9,63%
4819	1551	113,0000	154	117,0000	108,1250	240382	7,59%
5707	1385	infeasible		117,0000	110,5000	267637	5,56%
6989	376	cutoff		117,0000	114,7222	292041	1,95%

Clique cuts applied: 5

Implied bound cuts applied: 1571

Mixed integer rounding cuts applied: 3

Zero-half cuts applied: 30
 Lift and project cuts applied: 1
 Gomory fractional cuts applied: 5

Root node processing (before b&c):
 Real time = 63,16 sec. (41316,55 ticks)
 Parallel b&c, 8 threads:
 Real time = 28,77 sec. (10559,30 ticks)
 Sync time (average) = 5,30 sec.
 Wait time (average) = 0,00 sec.

 Total (root+branch&cut) = 91,92 sec. (51875,85 ticks)

Podemos observar que se llegó a una solución óptima (117) en tan solo 92 segundos. Es una **gran** mejora con respecto a las corridas anteriores. Esto demuestra que la gran mayoría de las soluciones que se exploran en este problema son equivalentes entre sí (lo cuál no es sorprendente, ya que es un derivado el problema de coloreo). Esto puede observarse comparando las columnas Node y Noes Left: al agregar explorar una solución parcial, los problemas anteriores debían probar insertar cada prenda en los n lavados. En este caso, solamente puede probar las prendas en los lavados ya ocupados o en el siguiente que esté vacío. Esto implica muchas menos particiones del branch & bound para las bivalentes.

5 - Ejecución descomentando la restricción de simetría y 15 lavados

Como en este caso estamos aplicando las 2 restricciones que nos reducen el problema, es esperable que la ejecución tarde menos tiempo. Sin embargo, tampoco es esperable una disminución tan drástica en el tiempo de ejecución, ya que muchas de las soluciones que la restricción de los 15 lavados dejan afuera de la exploración ya fueron eliminados por la restricción de simetría.

Registro del motor:

Tried aggregator 1 time.
 Detecting symmetries...
 Reduced MIP has 3962 rows, 2085 columns, and 13578 nonzeros.
 Reduced MIP has 2070 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
 Presolve time = 0,01 sec. (12,66 ticks)
 Probing time = 0,03 sec. (4,28 ticks)
 Clique table members: 1878.
 MIP emphasis: balance optimality and feasibility.
 MIP search method: dynamic search.
 Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.
 Root relaxation solution time = 0,16 sec. (126,25 ticks)

	Nodes					Cuts/		
	Node	Left	Objective	IInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt	Gap
*	0+	0			300,0000	0,0000		100,00%
*	0+	0			298,0000	0,0000		100,00%
	0	0	20,0000	1177	298,0000	20,0000	1749	93,29%
*	0+	0			159,0000	20,0000		87,42%

[...]

1715	1024	92,0681	264	118,0000	70,2013	137299	40,51%
2205	1352	112,0000	184	118,0000	74,6921	167596	36,70%
2760	1703	87,0628	295	118,0000	80,5075	192539	31,77%
3410	2051	108,9265	217	118,0000	82,8780	222419	29,76%

Performing restart 1


```

Repeating presolve.
Tried aggregator 1 time.
MIP Presolve eliminated 1120 rows and 592 columns.
MIP Presolve modified 2354 coefficients.
Reduced MIP has 2842 rows, 1493 columns, and 9481 nonzeros.
Reduced MIP has 1478 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0,02 sec. (9,65 ticks)
Tried aggregator 1 time.
MIP Presolve eliminated 124 rows and 0 columns.
MIP Presolve modified 14 coefficients.
Reduced MIP has 2718 rows, 1493 columns, and 9233 nonzeros.
Reduced MIP has 1478 binaries, 15 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
Presolve time = 0,01 sec. (8,59 ticks)
Represolve time = 0,06 sec. (61,52 ticks)
* 3484+    0                117,0000      91,6599      21,66%
   3484    0      92,5629    341      117,0000    Cuts: 241    236502    20,89%
   3484    0      92,6039    346      117,0000    Cuts: 280    236876    20,85%

```

[...]

```

Elapsed time = 16,67 sec. (10141,01 ticks, tree = 0,02 MB, solutions = 8)
 3536    15      101,5000    279      117,0000      101,4461    265760    13,29%
 3714    83      105,4286    274      117,0000      101,4461    281747    13,29%
 4341   351      106,5106    256      117,0000      101,4461    333315    13,29%
 5699   659      cutoff      117,0000      106,0240    427378     9,38%

```

```

Clique cuts applied: 5
Implied bound cuts applied: 8
Flow cuts applied: 53
Mixed integer rounding cuts applied: 162
Zero-half cuts applied: 13
Gomory fractional cuts applied: 6

```

```

Root node processing (before b&c):
  Real time          = 4,50 sec. (2816,53 ticks)
Parallel b&c, 8 threads:
  Real time          = 21,24 sec. (11630,53 ticks)
  Sync time (average) = 3,39 sec.
  Wait time (average) = 0,01 sec.
  -----

```

```

Total (root+branch&cut) = 25,73 sec. (14447,06 ticks)

```

Efectivamente, la resolución es más rápida (por un factor de 4 aproximadamente) con respecto a la anterior. Podemos observar que los “cortes” aplicados son mucho menores (8 contra 1571) y que la cantidad de nodos explorados es mucho más baja. A pesar de esperar una disminución en la duración, no esperaba un factor tan grande.

6 - Comparar el paso 3 y el 5, repetir la prueba sabiendo que existe una solución de 11 lavados

La diferencia más grande entre las ejecuciones 3 y 5 es la cantidad de nodos que se exploran como puede observarse en los logs de ejecución.

Al reducir la cantidad de lavados a 11 (con la eliminación de simetría), la ejecución finaliza en 10 segundos. Otra vez, esto es esperable ya que se reduce la base del exponente que muestra las posibles combinaciones:

```

Tried aggregator 1 time.
Detecting symmetries...
Reduced MIP has 2935 rows, 1529 columns, and 9909 nonzeros.

```

Reduced MIP has 1518 binaries, 11 generals, 0 SOSs, and 0 indicators.
 Presolve time = 0,00 sec. (9,08 ticks)
 Probing time = 0,00 sec. (3,06 ticks)
 Clique table members: 1407.
 MIP emphasis: balance optimality and feasibility.
 MIP search method: dynamic search.
 Parallel mode: deterministic, using up to 8 threads.
 Root relaxation solution time = 0,13 sec. (103,70 ticks)

	Nodes				Cuts/		
	Node	Left	Objective	IInf	Best Integer	Best Bound	ItCnt
*	0+	0			220,0000	0,0000	100,00%
*	0+	0			218,0000	0,0000	100,00%

[...]

	0	2	64,5392	394	118,0000	80,8627	23421	31,47%
Elapsed time = 6,89 sec. (3794,95 ticks, tree = 0,02 MB, solutions = 7)								
	105	28	110,4781	179	118,0000	80,8627	34088	31,47%
	728	326	115,5385	75	118,0000	95,7751	54124	18,83%
	1333	629	cutoff		118,0000	102,5994	67457	13,05%
	1910	713	110,6800	99	118,0000	108,1333	83465	8,36%
	2511	743	cutoff		118,0000	110,4000	106722	6,44%
*	2846+	539			117,0000	113,0000		3,42%
*	2889	500	integral	0	117,0000	113,0000	120674	3,42%
	3224	47	cutoff		117,0000	114,3053	127394	2,30%

Clique cuts applied: 3
 Implied bound cuts applied: 782
 Mixed integer rounding cuts applied: 125
 Zero-half cuts applied: 41
 Multi commodity flow cuts applied: 9

Root node processing (before b&c):
 Real time = 6,84 sec. (3718,51 ticks)
 Parallel b&c, 8 threads:
 Real time = 2,80 sec. (1518,77 ticks)
 Sync time (average) = 0,53 sec.
 Wait time (average) = 0,00 sec.

 Total (root+branch&cut) = 9,64 sec. (5237,28 ticks)

En cuanto a la ejecución sin la eliminación de simetría, no termina de probar todas las soluciones luego de 30 minutos (lo cual es esperable ya que sigue siendo un espacio exponencial de 1^{138})

7 - Comparar en el informe la heurística (paso 1) con la solución mediante programación lineal entera

La heurística inicial es muy rápida, ya que es de $n \log(n) + m$ con n siendo la cantidad de prendas y m la de restricciones. Esto es porque el algoritmo realiza un ordenamiento de las prendas por su duración y luego arma el grafo como una lista de adyacencias para poder identificar compatibilidades.

Si bien la heurística es muy rápida, no garantiza una solución óptima, pero comparando contra la obtenida por el modelo de PLE podemos ver que no es tan distinta (siendo 123 la obtenida por la heurística y 117 la óptima). Si bien en este caso la solución es relativamente buena, no significa que para otras configuraciones de prendas y restricciones el resultado vaya a ser bueno. Es muy posible que existan casos en los cuales las soluciones obtenidas sean malas.

Por otro lado, utilizar PLE nos garantiza una solución óptima al problema planteado, pero para instancias

suficientemente grandes del problema la ejecución va a tardar un tiempo mucho menos razonable que la heurística por la naturaleza del problema (que es NP-completo).

Conclusión

Los modelos de PLE son una excelente herramienta para plantear la soluciones de problemas lineales, pero en caso de utilizarse para resolver problemas combinatorios es necesario agregar restricciones extra para reducir el espacio del problema. Esas restricciones son dependientes del problema en cuestión, por lo que no existe una herramienta (hasta el momento) que pueda resolverlos eficientemente (nosotros debemos identificar el problema y agregar los cambios necesarios o utilizar un “solver” específico). Además, este tipo de problemas tiene un crecimiento exponencial, por lo que eventualmente se alcanzará un límite que impedirá su resolución en un tiempo razonable, incluso con la eliminación de simetrías.

Por otro lado, tenemos heurísticas que nos permiten resolver estos problemas de una forma mucho más rápida, pero con la desventaja de no ser óptimos. En algunos casos incluso es difícil saber que tan buena es la solución obtenida. El algoritmo a utilizar depende de los requerimientos sobre la exactitud de la solución y también del tiempo de resolución.