

برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال برای مسیو MIMO با ساندینگ پرش فرکانسی

Yiming Zhu, Student Member, IEEE, Jiawei Zhuang, Gangle Sun, Student Member, IEEE, Hongwei Hou, Graduate Student Member, IEEE, Li You, Senior Member, IEEE, and Wenjin Wang, Member, IEEE

چکیده — در سامانه‌های مسیو چندورودی-چندخروجی (MIMO)، عملکرد لینک پایین رو به شدت به اطلاعات وضعیت کانال (CSI) وابسته است. به دلیل محدودیت توان ارسال، تجهیز کاربر همواره سیگنال‌های مرجع ساندینگ (SRS) را از طریق پرش فرکانسی به ایستگاه پایه ارسال می‌کند؛ این سیگنال‌ها برای برآورد لینک بالا و سپس پیش‌بینی CSI لینک پایین به کار گرفته می‌شوند. این مقاله به بررسی برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال (FHS) برای مسیو MIMO با ساندینگ پرش فرکانسی (FHS) (JCEP) می‌پردازد. به طور خاص، یک مدل کانال چند-ساب‌بندی (MS) در دامنه‌ی تأخیر-زاویه-دابلر (DAD) (با پایه‌های خارج از گرید-off-grid) می‌کارد. این مدل کانال چندگانه (MMV) فرمول‌بندی می‌کنیم تا اشتراک CSI مشترک میان ساب‌بندهای مختلف تسهیل شود. برای حل این مسئله، یک الگوریتم کارآمد پیام‌گذرانی هیریدی چندساب‌بندی خارج از گرید (Off-Grid-MS HMP) تحت چارچوب انرژی آزاد یعنی مقید (BFE) پیشنهاد می‌دهیم. با هدف رفع نبود CSI اولیه در سناریوهای عملی، الگوریتم پیشنهادی می‌تواند با کمینه‌سازی تزمیتی مریوط در عبارت BFE، ابرپارامترهای کانال را به صورت تطبیقی یاد بگیرد. به منظور کاهش پیچیدگی یادگیری ابرپارامترهای کانال، از تقریب‌های ماتریس‌های خارج از گرید برای ساده‌سازی تخمین این ابرپارامترها استفاده می‌کنیم. نتایج عددی نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند مشکل نشت انرژی را مؤثرانه کاهش دهد و CSI مشترک میان ساب‌بندهای مختلف را استخراج کند و نسبت به روش‌های پیشرفته‌ی موجود، CSI دقیق‌تری به دست آورد.

واژگان کلیدی — برآورد کانال، پیش‌بینی کانال، پرش فرکانسی، سیگنال مرجع ساندینگ.

۱. مقدمه

سامانه MIMO-OFDM مسیو چندورودی-چندخروجی در سامانه‌های مخابراتی امروزی به طور گسترده به کار می‌رود؛ دلیل آن مزایای قابل توجهی مانند بازده طیفی و انرژی بالا، نرخ داده زیاد، و مقاومت قوی در برابر محوشدگی فرکانسی-انتخابی است [1]-[5]. در سامانه‌های massive MIMO-OFDM، تکنیک‌های مالتی‌پلکسینگ فضایی مانند پری‌کدینگ [6] و بیم‌فورمینگ [7] به شدت به اطلاعات دقیق وضعیت کانال (CSI) وابسته‌اند. با این حال، بودجه محدود پایلوت در سامانه‌های واقعی، چالش‌های جدی برای دستیابی به CSI دقیق ایجاد می‌کند. در سامانه‌های massive MIMO-OFDM مبتنی

بر دوپلکس زمان‌ تقسیمی (TDD)، برای افزایش دقت در دستیابی به CSI با وجود بودجه محدود پایلوت، فرایند اخذ CSI معمولاً به دو مرحله تقسیم می‌شود: برآورد کانال لینک بالا بر اساس سیگنال‌های مرجع ساندینگ [8] (SRSs)، پیش‌بینی کانال لینک پایین بر اساس کانال لینک بالا برآوردشده، برای رفع مشکلات انتقال ناشی از کهنه‌گی CSI. به دلیل محدودیت توان ارسال UE، ایستگاه پایه ترجیح می‌دهد UE را طوری پیکربندی کند که با پرش فرکانسی (FHS) کانال را صدا کند [8]-[11]؛ این کار توان دریافتی را نسبت به ارسال SRS در پهنه‌ی باند کامل به طور چشمگیری افزایش می‌دهد. اما حالت FHS موجب می‌شود که ایستگاه پایه تنها قادر باشد بخشی از کانال تمام باند را در یک ارسال SRS تخمین بزند، و این موضوع نیاز به الگوریتم‌های قدرتمندتر برای استخراج CSI تمام باند ایجاد می‌کند. این مقاله انتقال SRS با پرش فرکانسی و بودجه پایلوت محدود را در نظر می‌گیرد و هدف آن طراحی الگوریتم‌های کارآمد برای برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال (JCEP) است.

A. کارهای پیشین و انگیزه‌ها

به دلیل تعداد محدود پخش کننده‌های محلی، کانال‌های واقعی در سامانه‌های massive MIMO-OFDM ذاتاً پراکندگی کم (sparsity) دارند [12]. از این‌رو، طرح‌های گوناگونی برای برآورد کانال مبتنی بر پراکندگی در ادبیات برای سامانه‌های massive MIMO-OFDM بررسی شده‌اند. بر اساس پراکندگی حوزه تأخیر-زاویه در کانال‌های massive MIMO-OFDM، نویسنده‌گان در [3] روشی برای برآورد کانال بر پایه پایلوت‌های با شبکت فاز قابل تنظیم ارائه کردند. با تکیه بر مفهوم پیشنهادی زیرفضای مشترک تأخیر-زاویه، یک روش بازنیابی سیگنال پراکنده برای برآورد کارآمد کانال ارائه شد [13]. همچنین با بهره‌گیری از ماهیت پراکنده کانال‌های موج میلی‌متری (mmWave)، یک برآوردگر کارآمد حلقه‌باز بر اساس الگوریتم OMP برای سامانه MIMO ترکیبی در mmWave پیشنهاد شد [14]. اخیراً روش‌های استنباط آماری برای بازنیابی کارآمد کانال‌های پراکنده توسعه یافته‌اند. نسخه‌های EM از الگوریتم‌های EP، Vector-AMP و AMP-[15]، با بهره‌گیری از خاصیت پراکندگی کانال، کانال‌های AMP-[16]، با بهره‌گیری از خاصیت پراکندگی کانال، کانال‌های massive MIMO-OFDM را برآورد می‌کنند. بر اساس چارچوب انرژی آزاد بقی مقید (BFE)، طرحی برای برآورد کانال در [17] ارائه شد که ساختار پراکنده و وابستگی زمانی کانال‌های massive MIMO-OFDM را با استفاده از یک مدل احتمالاتی مارکوف پنهان ثبت می‌کند. در [18] و [19]، طرح‌های اخذ CSI با درنظرگرفتن عوامل نامنظم و نقصان‌ها پیشنهاد شده‌اند که با بهره‌گیری از پراکندگی پویا در کانال‌های massive MIMO

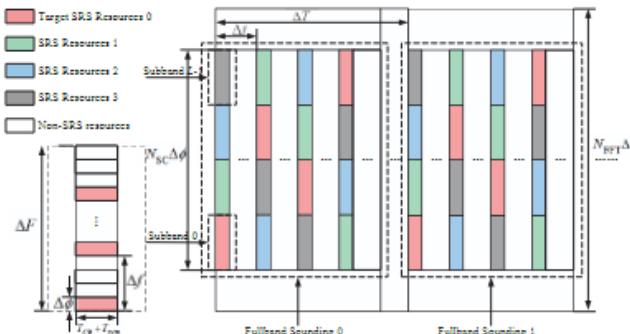
OFDM، مسیر را برای دستیابی دقیق CSI در سامانه‌های عملی TDD هموار می‌کند. در سامانه‌های مخابراتی عملی، اگر کanal‌های پایلوت آپلینک براورد شده مستقیماً در تکنیک‌های چندگانه‌سازی فضایی برای ارسال داده‌های داون‌لینک استفاده شوند، مشکل کهنه‌CSI به ویژه در شرایط تحرک بالا و زمان همدوسی کوتاه رخ می‌دهد؛ زیرا CSI با تأخیر دریافت می‌شود و در این فاصله کanal تغییر کرده است. برای رفع مشکل کهنه‌CSI، بیشترک کanal (JCEP) با مرتبه بر پیش‌بینی کanal تمرکز کرده‌اند؛ روشی که کanal‌های داده آینده داون‌لینک را با استفاده از همبستگی زمانی کanal‌های پایلوت گذشته پیش‌بینی می‌کند. روش‌های مختلفی برای پیش‌بینی کanal در سیستم‌های تک‌رودی تک‌خرجی پیشنهاد شده‌اند، مانند روش‌های مبتنی بر مدل خودگرسیو [20] (AR) و مدل جمع سینوس‌ها [21]. اخیراً تکنیک پیش‌بینی کanal به سامانه‌های massive MIMO-OFDM وجود آرایه‌های آنتنی بزرگ در massive MIMO فرست‌های تازه‌ای برای پیش‌بینی کanal ایجاد می‌کند. به دلیل پایداری محیط پراکنده، همبستگی قوی میان زیرحامل‌های مجاور و آنتن‌ها وجود دارد، که می‌توان آن را با تبدیل فوریه معکوس (IDFT) به کanal‌های باوضوح بالا در حوزه تأخیر-زاویه تبدیل کرد [2]-[4]. برخلاف روش‌های کلاسیک که تنها از همبستگی زمانی بهره می‌برند، در massive MIMO-OFDM روش‌های پیش‌بینی متعددی ارائه شده‌اند که از همبستگی فرکانسی، فضایی و زمانی استفاده می‌کنند [22]-[25]. نویسنگان [22] اثر نمایش‌های مختلف کanal را بر پیش‌بینی بررسی کردند و یک پیش‌بینی کننده AR کم‌پیچیدگی مبتنی بر sparsity کanal تأخیر-زاویه در سیستم‌های mmWave پیشنهاد دادند. برای مقابله با «نفرین تحرک»، روش PDA بر پایه ساختار تأخیر-زاویه-دوپلر (DAD) ارائه شد [23]. در [24] یک روش پیش‌بینی پهن‌باند DAD پیشنهاد شد که شیفت‌های دوپلر را با روش Matrix Pencil استخراج می‌کند. با بهره‌گیری از همبستگی زمانی با قیمانده بین عناصر کanal—که ناشی از نشت انرژی است—روش ST-AR در [25] پیشنهاد شد. از این بررسی مروری روشن است که کارهای پیشین براورد کanal و پیش‌بینی کanal را دو مژول مستقل در نظر می‌گیرند. اما در حقیقت، هر دو تحت عنوان استخراج CSI قرار می‌گیرند و تنها تفاوت آن‌ها محل زمانی CSI است: براورد کanal، CSI فعلی را روی نمادهای پایلوت آپلینک استخراج می‌کند، پیش‌بینی کanal، CSI آینده را روی نمادهای داده داون‌لینک به دست می‌آورد. بنابراین، می‌توان این دو را به صورت مشترک انجام داد تا با بهره‌گیری از پراکنده‌CSI کanal‌های massive MIMO-OFDM، دقت استخراج CSI افزایش یابد. علاوه بر این، اکثر پژوهش‌های گذشته بر استخراج CSI با پایلوت‌های فول‌باند تمرکز داشته‌اند، در حالی که این روش frequency hopping sounding در سامانه‌های دارای

(FHS) با افت عملکرد روبرو می‌شود. همین مسئله انگیزه اصلی پژوهش ما برای JCEP در ساناریوهای مبتنی بر FHS است.

B. مشارکت‌های اصلی

با توجه به مباحث مطرح شده، این مقاله با هدف طراحی الگوریتم‌های کارآمد براورد و پیش‌بینی مشترک کanal (JCEP) با بهره‌گیری از ویژگی‌های سوندینگ با پرش فرکانسی (FHS) ارائه شده است. مشارکت‌های اصلی ما به شرح زیر است: اثبات رابطه بین وضوح حوزه پراکنده و تعداد نمونه‌های کanal: نشان می‌دهیم که وضوح کanal حوزه پراکنده مبتنی بر DFT مناسب با تعداد نمونه‌های کanal است. با توجه به اینکه در ساناریوهای عملی تعداد نمونه‌های کanal در حوزه فرکانس-فضا-زمان (FST) محدود است، تحلیل می‌کنیم که مشکل نشت انرژی در کanal حوزه تأخیر-زاویه-دوپلر (DAD) مبتنی بر اجتناب‌نایپذیر است. به همین دلیل، یک مدل کanal چند-ساب‌بندی (MS) در حوزه DAD با پایه off-grid پیشنهاد می‌کنیم تا این مشکل را برطرف کند. تبدیل مسئله JCEP با FHS به یک مسئله MMV تعمیم‌یافته: نشان می‌دهیم که کanal‌های مربوط به ساب‌بندهای مختلف مستقل و هم‌توزیع (i.i.d.) هستند؛ بنابراین می‌توان مسئله JCEP با FHS را به صورت یک مسئله بردار چنداندازه‌گیری (MMV) فرمولبندی کرد. بدین ترتیب، می‌توان از ویژگی‌های آماری مشترک کanal در میان ساب‌بندهای استفاده کرد تا دقت استخراج CSI افزایش یابد. برای دستیابی به JCEP کارآمد، مسئله MMV را به صورت کمینه‌سازی انرژی آزاد بته (BFE) با قیود هیبریدی تقریب می‌زنیم تا میان قابلیت حل و دقت تعادل برقرار شود. ارائه الگوریتم کارآمد Off-Grid-MS HMP: بر پایه BFE با قیود هیبریدی، الگوریتم پیام‌گذر هیبریدی کمینه‌سازی HMP را برای حل مسئله JCEP در شرایط FHS پیشنهاد می‌کنیم. برای رفع مشکل نبود ساناریوهای عملی، الگوریتم پیشنهادی می‌تواند هایپرپارامترهای کanal را به صورت تطبیقی یاد بگیرد؛ این پارامترها با تغییر ساناریوی کanal تغییر می‌کنند و معمولاً برای BS ناشناخته‌اند. همچنین، برای کاهش پیچیدگی محاسبه، تخمین هایپرپارامترهای off-grid را با استفاده از تقریب‌های ماتریس‌های off-grid سبک‌سازی می‌کنیم. باقی‌مانده این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: بخش III اصول بندی مسئله JCEP را ارائه می‌دهد. بخش IV اصول بندی مسئله FHS را آزاد بته (BFE) با قیود آغاز شده و الگوریتم FHS را توسعه می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی در بخش VII ارائه شده و جمع‌بندی در بخش VI بیان می‌شود.

نمادگذاری‌ها: ما از $\mathbb{V} = \mathbb{C}^{\frac{N}{M} \times M}$ برای نمایش واحد موهومی استفاده می‌کنیم. عبارت (τ, μ, χ) نشان‌دهنده توزیع گاوی مختلط دایروی متقارن برای متغیر x با میانگین μ و واریانس σ^2 است. i, j و j_i به ترتیب نشان‌دهنده مؤلفه‌آمیک بردار و مؤلفه‌یکی ماتریس هستند. $E[\cdot]$ و $V[\cdot]$ به ترتیب امید ریاضی و واریانس است. $\text{Tr}\{\cdot\}$ (Trace) است. $M \times M$ مقدار مختلط را می‌گیرد \mathbf{IM} . ماتریس همانی با ابعاد $N \times N$ است. \mathbf{ON} به ترتیب بردار تمام‌یک و تمام‌صفر. \mathbf{N} بعدی هستند. $\text{diag}\{x\}$ ماتریسی قطری است که قطر اصلی آن برابر x است. اعداد اسکالر، بردارهای ستونی، و ماتریس‌ها به ترتیب با حروف کوچک، کوچک بولد و بزرگ بولد نمایش داده می‌شوند. توان‌های T ، H ، $*(\cdot)$ ، $(\cdot)^*$ ، \mathbf{R} ، \mathbf{Z} ، \mathbf{C} ، \mathbf{R} ، \mathbf{C} ، \mathbf{Z} ، \mathbf{R} به ترتیب نمایانگر میدان اعداد مجموعه‌های \mathbb{R} ، \mathbb{C} ، \mathbb{Z} ، \mathbb{R} به ترتیب نمایانگر هستند. عملگر \otimes ضرب کرونکر است. توابع دلتا δ ، Dirac و Kronecker به ترتیب با $\delta(\cdot)$ و $\delta(\cdot)$ نمایش داده می‌شوند. همچنین، $\|\mathbf{F}\|$ فروbenius نورم فروبنیوس است.



شکل ۱. پیکربندی SRS

۱.۱. مدل سیستم

این مقاله یک سیستم massive MIMO-OFDM TDD را در نظر می‌گیرد. ایستگاه پایه (BS) با یک آرایه صفحه‌ای یکنواخت (UPA) چندین کاربر (UE) را که هر یک مجهز به یک آنتن $M = Mv$ شامل همه جهته‌اند، سرویس دهدی می‌کند. آرایه UPA شامل Mh آنتن است که در آن Mv آنتن در راستای عمودی، و Mh آنتن در راستای افقی قرار گرفته‌اند، و فاصله میان آنتن‌ها برابر نصف طول موج است. پیش از ارسال، سیگنال با OFDM مدوله می‌شود که شامل N_{FFT} زیرحاممل با فاصله فرکانسی $\Delta\phi$ ، و پیشوند چرخه‌ای (CP) با طول N_{CP} است. تعداد زیرحاممل‌های اختصاص

یافته به انتقال داده برابر NSC است. بنابراین، فاصله نمونه‌برداری سیستم، مدت زمان سمبول OFDM و مدت زمان CP به صورت زیر هستند:

$$T_{\text{sam}} = \frac{1}{N_{\text{FFT}} \Delta\phi}, \quad T_{\text{sym}} = N_{\text{FFT}} T_{\text{sam}}, \quad \text{and} \quad T_{\text{CP}} = N_{\text{CP}} T_{\text{sam}},$$

به ترتیب. به لطف تقارن کanal در سیستم‌های TDD، ایستگاه پایه (BS) می‌تواند CSI پایین‌دست را بر اساس SRS بالا داشت اندازه‌گیری کند. اگر ساندینگ کل باند (fullband) فقط با یک انتقال SRS انجام شود، به دلیل توان ارسالی محدود UE، توان دریافتی BS کم خواهد بود و این موضوع باعث کاهش دقیق CSI می‌شود. برای افزایش توان دریافتی BS، در این مقاله پرش فرکانسی ساندینگ (FHS) را در نظر می‌گیریم؛ این روش مطابق با استاندارد 3GPP [8] و در شکل ۱ نشان داده شده است. پیکربندی FHS در حالت FHS: پهنه‌ی باند موجود به L زیرباند تقسیم می‌شود. فاصله فرکانسی میان زیرباندهای برای Comb با: عدد کامب ($\Delta f = NSC \Delta\phi / L$) سمبول پایلوت برای SRS مالق پلکس فرکانسی برابر NTC است. بنابراین در هر انتقال: $S_{\text{NTC}} = N_{\text{SC}} N_{\text{CP}} \Delta\phi$ باشد. فاصله زیرحاممل‌ها در این حالت برابر است $\Delta f = N_{\text{SC}} \Delta\phi / L$: فرض می‌شود هر UE برای ساند کردن کل باند K بار اقدام می‌کند که نیازمند KL انتقال SRS است. انتقال SRS شماره $(kL+i)$ مربوط به زیرباند شماره زمانی i است که مقدار آن بین $0 \leq i < L$ قرار دارد. مدل زمانی فاصله زمانی بین دو انتقال SRS متوالی برابر است با Δt : فاصله زمانی بین دو ساندینگ کامل متوالی برابر است با ΔT (fullband).

۱.۲. مدل سیگنال

با توجه به اینکه منابع SRS هدف، از نظر فرکانس، زمان و تقسیم کد با سایر منابع SRS ارتوگونال هستند، می‌توانیم فقط بر پردازش سیگنال روی منابع SRS مربوط به یک UE تمرکز کنیم، و سیگنال‌های سایر منابع SRS نیز به صورت همزمان و مشابه پردازش می‌شوند [10]. بنابراین، سیگنال دریافتی ایستگاه پایه (BS) روی زیرباند i را می‌توان به صورت زیر نمایش داد: $y_i = \sum_{l=1}^{n_{\text{SC}}} \sum_{k=1}^{m_{\text{SC}}} s_l g_{lk} + z_i$

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{Sg}_i + \mathbf{z}_i, \quad (1)$$

که در آن، مؤلفه s_l یعنی نمایانگر سیگنال دریافتی بین UE و آنتن m ایستگاه پایه است. ماتریس روی زیرحاممل n از منبع SRS شماره $(kL+i)$ است. ماتریس

پایلوت $S = \text{diag}\{s\}$ بوده و مؤلفه $(nMK + mK + k)$ ام بردار $\in CN^{MK + MK + k}$ برابر است. توجه کنید که توان سمبل‌های پایلوت $\in CN^{MK + MK + k}$ برابر ۱ است، یعنی $\text{SSH} = \text{INMK}$: بردار اپاسخ کانال در دامنه فرکانس-فضا-زمان (FSTCRV) را نشان می‌دهد که شکل دقیق آن در بخش B-آلتوضیح داده خواهد شد. بردار اینویز مختلط گاوی روی زیرباند است که مؤلفه $(nMK + mK + k)$ ام آن دارای توزیع گاوی مختلط‌با واریانس σ_z و میانگین صفر است: $z \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_z)$.

B. مدل کanal

یک کanal massive MIMO-OFDM را در نظر می‌گیریم که در آنسیگنانل‌های ارسالی از طریق مسیرهای چندگانه (Multipath) (Elevation AoA) $\tau \in [0, \pi]$: که در آن τ $\in [0, \pi]$ تأخیر مسیر $\theta \in [0, \pi]$ ارتفاعی ورود (Azimuth AoA) $v \in [0, \pi]$ شیفت داپلر بر اساس مدل سازی کanal در ۲۵، مسیرهای فیزیکی با مقادیر DAD مشابه را ترکیب کرده‌و یک مسیر مجازی تعریف می‌کنیم که باعث گروه‌بندی و جداسازی نسی مسیرها می‌شود. پس از ساخت مسیرهای مجازی، بهره مختلط یک مسیر مشخص بین UE و BS را به صورت تابعی از DAD تعریف می‌کنیم: $a(\tau, \theta, \varphi, v)$: فرض می‌کنیم کanal جندمسیره از مدل ریلی غیرهمبسته (Uncorrelated Rayleigh Fading) پیروی می‌کند. بنابراین مسیرهای متفاوت مستقل هستند و بهره مختلط مسیر $a(\tau, \theta, \varphi, v)$ باید برقرار کند [26]:

$$\begin{aligned} E[a(\tau, \theta, \varphi, v)a^*(\tau', \theta', \varphi', v')] \\ = A(\tau, \theta, \varphi, v)\delta(\tau - \tau')\delta(\theta - \theta')\delta(\varphi - \varphi')\delta(v - v'), \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن $A(\tau, \theta, \varphi, v)$ طیف توان DAD بین UE و BS را نشان می‌دهد. در مقایسه با ضرایب محوش‌گی (Fading Coefficients)، پارامترهای فیزیکی کanal مانند تأخیرها، زاویه‌ها و شیفت داپلر سیار آهسته‌تر تغییر می‌کنند. پیش از معرفی مدل کanal، این فرض را بیان می‌کنیم که زمان ایستایی کanal‌یعنی بازه‌ای که در آن پارامترهای فیزیکی ثابت هستند از زمان ساندینگ $K\Delta T$ طولانی‌تر است، همان‌طور که در [24] اشاره شده است. بنابراین محیط پراکنده‌ی تقریباً ثابت می‌ماند و پارامترهای فیزیکی کanal را می‌توان در طول ساندینگ به عنوان ثابت نسبت به ضرایب فیدینگ در نظر گرفت. بر این اساس، بردار اپاسخ کanal در حوزه فرکانس-فضا-زمان (FSTCRV) را زیرباند به شکل زیر نوشتہ می‌شود [26]:

$$g_l = \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} a(\tau, \theta, \varphi, v) \mathbf{w}(\tau, \theta, \varphi, v) \psi_l(\tau, v) dv d\varphi d\theta d\tau, \quad (3)$$

عنصر $(nMK + mK + k)$ می‌عنى همان UE و آنتن $\in CN^{MK + MK + k}$ ام روی نیزحامن n از منع SRS شماره m است. توجه کنید که آنتن m ایستگاه پایه متناظر با آنتن با اندیس عمودی mv و اندیس افقی mh است که به صورت $w(\tau, \theta, \varphi, v) \triangleq b(\tau) \otimes c_v(\theta) \otimes c_h$: $c_h, c_v(\theta) \in CM_v$, $b(\tau) \in CN$, $w(\varphi; \theta) \in CK_d$, $d(v) \in CK_d$, $(\varphi; \theta) \in CM_h$ بردارهای جهت دهندر حوزه تأخیر، زاویه ارتفاع، زاویه سمی و داپلر هستند و ۲۵ آن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$[c_v(\theta)]_n \triangleq e^{-j\pi n \cos \theta}, \quad [c_h(\varphi; \theta)]_n \triangleq e^{-j\pi n \sin \theta \cos \varphi}.$$

اختلاف فاز زیرباند α به صورت زیر تعریف می‌شود: $e^{-j2\pi(\Delta t)v - q(\Delta f)\tau}$ (الطباق رابطه (3)، هر عنصر از FSTCRV شامل جمعی از کanal‌های تمام مسیرهای است، که منجر به غیراسپارسی بودن کanal در حوزه FST شده و چالشی بزرگ برای تخمین و پیش‌بینی کanal با سریار پایلوت محدود ایجاد می‌کند. با توجه به همبستگی بالا ناشی از محیط پراکنده محدود در [12]، می‌توان از ماتریس بردار ویژه (decouple eigenvector matrix) برای جداسازی FSTCRV و تبدیل آن به یک حوزه اسپارس استفاده کرد. ماتریس‌های بردار ویژه متداول برای اپاسخ کanal در حوزه فرکانس OFDM، اپاسخ کanal در حوزه فضا در آرایه ULA در حوزه زمان با نمونه‌برداری یکنواخت، همگی توسط ماتریس DFT بیان می‌شوند [27]. بردار اپاسخ کanal در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر (DADCRV) را زیرباند α بر اساس DFT نشان داده می‌شود، $\{C\}^N \in CN^{MK}$ و $h \in CN^{MK}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \bar{h}_l &= (\mathbf{F}_N^H \otimes \bar{\mathbf{F}}_{M_v}^H \otimes \bar{\mathbf{F}}_{M_v}^H \otimes \bar{\mathbf{F}}_K) g_l \\ &= \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} a(\tau, \theta, \varphi, v) \mathbf{w}(\tau, \theta, \varphi, v) \psi_l(\tau, v) dv d\varphi d\theta d\tau, \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن F_N^H و $F_{M_v}^H$ به ترتیب ماتریس DFT و با شیفت فاز هستند،

که به صورت زیر تعریف می‌شوند: $[F_N]_{i,j} \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{i}{N}}$ and $[F_{M_v}]_{i,j} \triangleq \frac{1}{\sqrt{M_v}} e^{-j2\pi \frac{i(j-M_v/2)}{M_v}}$

$$\mathbf{w}(\tau, \theta, \varphi, \nu) = \bar{\mathbf{b}}(\tau) \otimes \mathbf{c}_v(\theta) \otimes \mathbf{c}_h(\varphi; \theta) \otimes \bar{\mathbf{d}}(\nu), \quad (5)$$

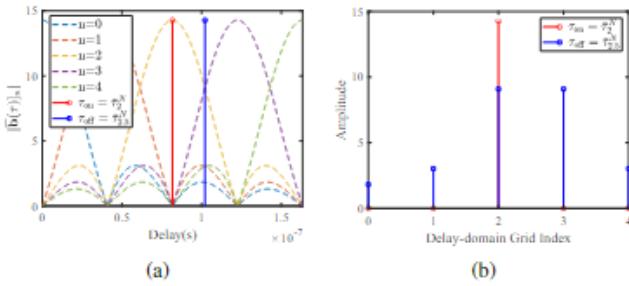
where $\bar{\mathbf{b}}(\tau) = \mathbf{F}_N^H \mathbf{b}(\tau)$, $\bar{\mathbf{c}}_v(\theta) = \mathbf{F}_{M_v}^H \mathbf{c}_v(\theta)$, $\bar{\mathbf{c}}_h(\varphi; \theta) = \mathbf{F}_{M_h}^H \mathbf{c}_h(\varphi; \theta)$, $\bar{\mathbf{d}}(\nu) = \mathbf{F}_K \mathbf{d}(\nu)$.

$$[\bar{\mathbf{b}}(\tau)]_n = f_N (\Delta f \tau - n/N), \quad (6)$$

$$f_N(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j\pi(N-1)x \frac{\sin(\pi x)}{\sin(\pi x)}}. \quad (7)$$

بر اساس ساده‌سازی فوق، تابع $n[\bar{\mathbf{b}}(\tau)]_n$ را می‌توان به عنوان یک تابع نمونه‌برداری [25] در حوزه تأخیر در نظر گرفت و نقطه اوج آن برابر است با $(\tau - nN, N)$ که در آن توجه کنید که $\tau - nN$ و n' on-grid delay-شبکه را تأخیر روی-شبکه $\{Z\}_{n \in Z}$ با $n' \notin Z$ (off-grid delay) می‌کنیم. به طور مشابه، تابع $m[\mathbf{c}_h(\varphi; \theta)]_{mN}$ در حوزه زاویه ارتفاع، زاویه سمتی، و داپلر در نظر گرفته شوند، که شبکه‌های نمونه‌برداری آن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند: $\theta^m v M v = \arccos((Mh, 2mvMv - 1))$ $Mh = \arccos((Mh, \theta^m v M v - 1))$

نمونه‌برداری مبتنی بر DFT را تحلیل می‌کنیم، همان‌طور که در لم ۱ خلاصه شده است. لم ۱: در حالت پنهانی، تابع نمونه‌برداری به صورت مجانی برابر با تابع دلتا کرونکر می‌شوند. برهان: از آنجا که تابع نمونه‌برداری حالت‌های خاصی از تابع $f_N(x)f_N(x)f_N(x)f_N(x)f_N(x)f_N(x)$ می‌کنیم.



شکل ۲. نمایش مسئله نشت انرژی بر پایه DFT با $N = 204$ و $\Delta f = 120$ kHz: (الف) منحنی‌های تابع $n[\bar{\mathbf{b}}(\tau)]_n$ برای تأخیر روی شبکه و تأخیر خارج از شبکه (ب) دامنه‌های متناظر شبکه‌های حوزه تأخیر در حالت روی شبکه و خارج از شبکه.

وقتی NNN به پنهانی میل می‌کند، (x) غیرصفر است اگر و تنها اگر عددی صحیح باشد. برای مثال $n[\bar{\mathbf{b}}(\tau)]_n$ را در نظر بگیرید،

چون $0 \leq \tau < 1/\Delta f$ و $0 \leq n < N$ ، داریم $1 - \Delta f \tau - Nn < 1$ -بنابراین خصوصیت زیر را ارضاء می‌کند:

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{N}} [\bar{\mathbf{b}}(\tau)]_n = \begin{cases} 1, & \tau = \bar{\tau}_n^N, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} = \delta[\tau - \bar{\tau}_n^N]. \quad (8)$$

استنتاج سایر توابع نمونه‌برداری نیز الگوی مشابهی را دنبال می‌کند. این موضوع اثبات را کامل می‌سازد. با الهام از لم ۱، در حالت پنهانی، پاسخ حوزه تأخیر-زاویه-داپلر (DADCR) مبتنی بر DFT معادل با نمونه‌برداری روی نقاط شبکه ثابت در حوزه DAD است، که با جایگذاری تقریب‌های نامتناهی توابع نمونه‌برداری در رابطه (4) به دست می‌آید. علاوه بر این، با افزایش بعد ماتریس DFT، فاصله‌ای بین شبکه‌های نمونه‌برداری کاهش می‌یابد؛ این موضوع نشان می‌دهد که در شرایط پنهانی، شبکه‌های نمونه‌برداری می‌توانند دقیقاً با مقادیر واقعی منطبق شوند و هیچ نشت انرژی رخ نمی‌دهد.

C. پایه خارج از شبکه برای کanal حوزه تأخیر-زاویه-داپلر

در سناریوهای عملی، شرط پنهانی اغلب قابل تحقق نیست، به دلایل زیر: در سناریوهای FHS، پهنهای باند کامل به LLL زیرباند با تعداد محدود زیرحامول تقسیم می‌شود. به دلیل هزینه، BS معمولاً با تعداد آتن محدود پیکربندی می‌شود. در سناریوهای با تحرک متوسط یا زیاد، تعداد نمونه‌های حوزه زمان روی بازه ایستای محدود است. بنابراین، فواصل نمونه‌برداری مبتنی بر DFT ممکن است به اندازه کافی کوچک نباشند و ممکن است شبکه نمونه‌برداری با مقادیر واقعی منطبق نشود. این حالت خارج از شبکه (off-grid) می‌تواند به مشکل نشت انرژی منجر شود (30) برای نمایش بهتر مشکل نشت انرژی در حالت محدود، نمونه حوزه تأخیر را بررسی می‌کنیم. در شکل ۲(a)، منحنی‌های تابع $n[\bar{\mathbf{b}}(\tau)]_n$ برای $\tau_{eff} = \tau_{2,1}^N$ و $\tau_{eff} = \tau_{2,3}^N$ شاخص‌های مختلف با خطوط نقطه‌چین نشان داده شده‌اند. تأخیر روی شبکه $\tau_{ton} = \tau - 2N\tau_{eff}$ با خط قرمز و تأخیر خارج از شبکه با خط آبی مشخص شده‌اند. در حالت روی شبکه، تنها دامنه مربوط به همان نقطه تأخیری غیرصفر است) مطابق خطوط قرمز شکل ۲(b). اما در حالت خارج از شبکه، انرژی به همه نقاط شبکه نشت پیدا می‌کند) مطابق خطوط آبی در شکل ۲(b) تحلیل‌های مشابه در حوزه زاویه و داپلر به دلیل محدودیت فضای حذف شده‌اند. بر اساس تحلیل‌های فوق، مشکل نشت انرژی موجب کاهش sparsity و افزایش مؤلفه‌های چندمسیره در نقاط شبکه حوزه DAD می‌شود، که چالش‌های مهمی را برای تخمین و پیش‌بینی کanal ایجاد می‌کند. ما فرض می‌کنیم که محیط پراکنندگی شامل P مسیر در مجموع است. تأخیرها، زوایا و

شیفت‌های داپلر واقعی توسط $\{tp, \theta p, \varphi p, vp\} = OP - 1$ نمایش داده می‌شوند. شبکه‌های نمونه‌برداری حوزه DAD نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} & \text{برای حوزه تأخیر } \tau \text{، } n=0 \text{~} N-1 \\ & \text{برای زاویه ارتفاع } \theta \text{، } mv=0 \text{~} M-1 \\ & \text{برای زاویه آزیموت } \varphi \text{، } mh=0 \text{~} M-1 \\ & \text{برای حوزه داپلر } v-k \text{، } k=0 \text{~} K-1 \end{aligned}$$

که در آن N, M, K تعداد نقاط شبکه هستند که به صورت یکنواخت کل حوزه DAD را پوشش می‌دهند. برای سادگی، ما اندیس‌های شبکه DAD را حذف کرده $M=v=M=h$ را را تعریف می‌کنیم. برای برآورده کردن نیازهای پیش‌بینی کanal حوزه زمان، مقدار $SvK = SvN$ انتخاب می‌شود تا تخمین پارامترهای داپلر با دقت بیشتری انجام شود، که در آن عامل است در حوزه تأخیر زاویه، مقادیر $N = Sv$ ، $M = v$ در نظر گرفته می‌شوند تا در بخش IV-C کاهش $M=h=M$ ، و $v=h$ پیچیدگی تسهیل شود. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، فرض قرارگیری دقیق مقادیر واقعی روی شبکه‌های ثابت حوزه DAD غیرعملی است. بنابراین، ما مدل خارج از شبکه (off-grid) را معرفی می‌کنیم تا فاصله بین مقادیر واقعی و نقاط شبکه کاهش یابد، که به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$x_p = \bar{x}_{n_p} + y_{n_p}, y_{n_p} \in \left[\frac{\bar{x}_{n_p-1} - \bar{x}_{n_p}}{2}, \frac{\bar{x}_{n_p+1} - \bar{x}_{n_p}}{2} \right], \quad (9)$$

که در آن $x \in \{\tau, \theta, \varphi, v\}$ و $n_p \in \{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}$ می‌توانند. نزدیک‌ترین نقطه شبکه نمونه‌برداری به x_p را نشان می‌دهد. با تبدیل فاصله خارج از شبکه (off-grid gap) بردارهای جهت‌دهی (steering vectors) به ماتریس‌ها بر اساس ترتیب اندیس‌های شبکه نمونه‌برداری، می‌توان ماتریس‌های خارج از شبکه متناظر را به دست آورد. این ماتریس‌ها عبارت‌اند از $B(\alpha)$: برای حوزه تأخیر $Cv(\beta)$ ، برای حوزه زاویه ارتفاع $Ch(\gamma)$ ، برای حوزه زاویه آزیموت $D(\eta)$ ، برای حوزه داپلر که هر کدام با بردار آبریارامترهای خارج از شبکه $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ و تعريف می‌شوند و به صورت زیر داده شده‌اند:

$$\begin{aligned} [B(\alpha)]_{:,n} &\triangleq b(\bar{\tau}_n + \alpha_n), [C_v(\beta)]_{:,m_v} \triangleq c_v(\bar{\theta}_{m_v} + \beta_{m_v}), \\ [C_h(\gamma)]_{:,m_h} &\triangleq c_h(\bar{\varphi}_{m_h} + \gamma_{m_h}), \text{ and } [D(\eta)]_{:,k} \triangleq d(\bar{v}_k + \eta_k). \end{aligned}$$

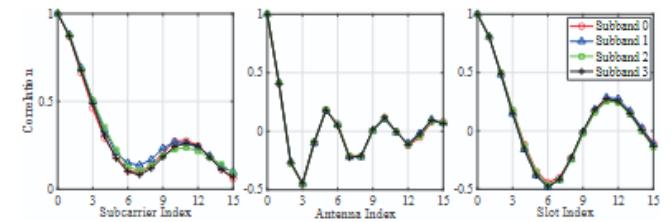
توضیح ۱: ماتریس تبدیل DFT یک حالت ویژه از ماتریس‌های خارج از شبکه بالا است، زمانی که مقدارهای واقعی دقیقاً با شبکه نمونه‌برداری یکنواخت منطبق باشند و تعداد نقاط نمونه‌برداری

نیز با تعداد مشاهدات برابر باشد. بنابراین، تبدیل بین بردار پاسخ کanal در حوزه فرکانس-فضا-زمان ω و بردار پاسخ کanal در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر مبتنی بر ماتریس خارج از شبکه دقیق به صورت زیر داده می‌شود:

$$g_l = \tilde{W}(\omega) \tilde{h}_l, \quad (10)$$

where $\omega \triangleq [\alpha^T, \beta^T, \gamma^T, \eta^T]^T$. $\tilde{W}(\omega) \triangleq B(\alpha) \otimes C_v(\beta, \gamma) \otimes D(\eta)$ denotes the accurate DAD-domain off-grid matrix and $C_v(\beta, \gamma) \triangleq C_v(\beta) \otimes C_h(\gamma)$.

توضیح ۲: مدل کanal (۱۰) می‌تواند با جایگذاری ماتریس خارج از شبکه حوزه تأخیر زاویه $B(\alpha)$ با ماتریس همانی I_K ، به مدل کanal حوزه تأخیر-زاویه در [19] تزلیل یابد؛ و همچنین با جایگذاری ماتریس خارج از شبکه حوزه تأخیر $C_v(\beta)$ با ماتریس همانی I_N ، بیشتر به مدل کanal حوزه زاویه در [30] تزلیل یابد.



شکل ۳. همبستگی فرکانسی، فضایی و زمانی زیرباندهای مختلف.

برای ایجاد توازن میان قابلیت حل و دقت، ماتریس دقیق خارج از شبکه در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر با استفاده از بسط سری تیلور تقریب زده می‌شود به صورت:

$$\begin{aligned} W(\omega) = & W + \dot{W}_\alpha \text{diag}\{R_\alpha \alpha\} + \dot{W}_\beta \text{diag}\{R_\beta \beta\} \\ & + \dot{W}_\gamma \text{diag}\{R_\gamma \gamma\} + \dot{W}_\eta \text{diag}\{R_\eta \eta\}, \end{aligned} \quad (11)$$

where $W \triangleq \tilde{W}(0_{\bar{N} \bar{M} \bar{K}})$ denotes the transform matrix without off-grid hyper-parameters. \dot{W}_x is the first-order partial derivation of W concerning $x \in \{\tau, \theta, \varphi, v\}$. $R_\alpha \triangleq I_{\bar{N}} \otimes I_{\bar{M}_v} \otimes I_{\bar{M}_h} \otimes I_{\bar{K}}$, $R_\beta \triangleq I_{\bar{N}} \otimes I_{\bar{M}_v} \otimes I_{\bar{M}_h} \otimes I_{\bar{K}}$, $R_\gamma \triangleq I_{\bar{N} \bar{M}_v} \otimes I_{\bar{M}_h} \otimes I_{\bar{K}}$, and $R_\eta \triangleq I_{\bar{N} \bar{M}_v \bar{M}_h} \otimes I_{\bar{K}}$.

III. فرمول‌بندی مسئله

در این بخش، ابتدا ویژگی‌های آماری زیرباندها را تحلیل کرده و مسئله JCEP-چندزیرباندی (MS-JCEP) را به صورت یک مسئله بردار چندمشاهدهای تعمیم‌یافته (MMV) فرمول‌بندی می‌کنیم. سپس یک مدل احتمالاتی توسعه داده و مسئله بیشینه‌سازی پسین (MAP) متناظر را ارائه می‌دهیم.

A. فرمول‌بندی مسئله JCEP

حالت FHS (تست کanal با پرش فرکانسی) مفهوم زیرباندها را معرفی می‌کند، که ما را ترغیب می‌کند ویژگی‌های آماری چندزیرباندی را برای دستیابی به دقت بالاتر در CSI بررسی کنیم. همبستگی فرکانسی، فضایی و زمانی میان زیرباندهای مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است و بیان می‌کند که زیرباندها همبستگی مشترک دارند. این مشاهده در گزاره زیر رسمی‌سازی می‌شود.

گزاره ۱ ویژگی‌های آماری زیرباندها، یعنی $E[g_l g_l^H]$ ، مستقل از شاخص زیرباند است. اثبات: ماتریس همبستگی بردار پاسخ کanal در حوزه زمان-فضا-فرکانس (FSTCRV) روی زیرباند ۱ به صورت زیر داده شده است:

$$E \left[g_l (g_l)^H \right] \stackrel{(a)}{=} \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} A(\tau, \theta, \varphi, \nu) \cdot w(\tau, \theta, \varphi, \nu) (w(\tau, \theta, \varphi, \nu))^H d\nu d\varphi d\theta d\tau, \quad (12)$$

که در آن، رابطه (a) با قرار دادن معادله (2) در عبارت $E[g_l g_l^H]$ و ساده‌سازی آن به دست می‌آید. این امر اثبات را کامل می‌کند. پس از تحلیل ویژگی آماری یک زیرباند، اکنون به بررسی همبستگی بین زیرباندهای مختلف می‌پردازیم، که در گزاره ۲ خلاصه شده است.

گزاره ۲ در سناریوهای دارای پراکندگی غنی، مؤلفه‌های یکسان کanal در زیرباندهای مختلف مستقل از یکدیگر هستند.

اثبات: همبستگی بین عناصر یکسان کanal در زیرباندهای مختلف به شکل زیر بیان می‌شود:

$$E[g_{nmkl} g_{nmkl'}^*] = \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} A(\tau, \theta, \varphi, \nu) \cdot \psi_l(\tau, \nu) \psi_{l'}^*(\tau, \nu) d\nu d\varphi d\theta d\tau. \quad (13)$$

به طور قابل توجهی، همبستگی $E[g_{nmkl} g_{nmkl'}^*]$ در سناریوهای دارای پراکندگی غنی برابر با صفر است، بر اساس قضیه حد مرکزی [31]. این امر اثبات را کامل می‌کند. گزاره ۱ و گزاره ۲ نشان می‌دهند که یکسان‌ترین عناصر کanal در زیرباندهای مختلف، مستقل و همتوزیع (i.i.d.) هستند. بر این اساس، می‌توان مسئله JCEP چندزیرباندی (MS JCEP) را به صورت یک مسئله MMV تعمیم‌یافته مدل‌سازی کرد. در نتیجه: می‌توان استخراج CSI هر زیرباند را به صورت مستقل

انجام داد، در حال که از ویژگی‌های آماری مشترک کanal بین زیرباندها نیز بهره‌برداری می‌شود، که این امر می‌تواند کارایی JCEP را به شکل قابل توجهی افزایش دهد. همچنین فرض می‌شود که دنباله SRS یکسانی را در تمام زیرباندها ارسال می‌کند. بنابراین، بردارهای سیگنال دریافتی در زیرباندهای مختلف را می‌توان در یک ماتریس واحد به صورت زیر تجمعی کرد، $\mathbf{Y} = \mathbf{S}\mathbf{W}(\omega)\mathbf{H} + \mathbf{Z}$ ، یعنی:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S}\mathbf{W}(\omega)\mathbf{H} + \mathbf{Z}, \quad (14)$$

که در آن \mathbf{H} ماتریس پاسخ کanal در حوزه تأخیر-زاویه-دابلر (DADCRM) بر پایه ماتریس تقریب‌زدۀ off-grid است، که عنصر (i, l, n, M, K, m, k) ام آن برابر است همچنین $H(\omega) \triangleq W(\omega) \otimes W(\omega)$ ماتریس پاسخ کanal در حوزه فرکانس-فضا-زمان (FSTCRM) است. شایان ذکر است که مطابق گزاره ۱، ماتریس تبدیلات $(\omega)W(\omega)W(\omega)$ در میان های زیرباندهای مختلف مشترک است. DADCRM

نکته ۳: به طور خاص، هنگامی که حالت FHS غیرفعال باشد، $L=1$ ، مسئله JCEP تک‌زیرباندی (SS) را می‌توان به صورت یک مسئله تک‌برداری اندازه‌گیری (SMV) مدل‌سازی کرد که حالت ویژه‌ای از مسئله MMV است.

B. مدل احتمالاتی: بر اساس مدل سیگنال دریافتی در رابطه (14)، ابتدا تابع انتقال کanal را برای توصیف فرآیند انتقال سیگنال ارائه می‌کنیم و سپس مدل آماری پیشین کanal را برای نمایش خاصیت کم‌پراکندگی (sparsity) کanal در حوزه DAD معرفی می‌نماییم. پس از مدل‌سازی احتمالاتی، مسئله MMV را می‌توان به صورت یک مسئله تخمین پیشینه پسین (MAP) فرموله کرد.

1. تابع انتقال کanal: بر مبنای مدل سیگنال دریافتی در رابطه (14)، تابع انتقال کanal به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{H}; \boldsymbol{\omega}) = p(\mathbf{Y}|\mathbf{G}) p(\mathbf{G}|\mathbf{H}; \boldsymbol{\omega}). \quad (15)$$

به دلیل استقلال بین مؤلفه‌های نویز، تابع درست‌نمایی $p(\mathbf{Y}|\mathbf{G})$ را می‌توان به صورت زیر فاکتورگیری کرد:

$$p(\mathbf{Y}|\mathbf{G}) = \prod_{n,m,k,l} p(y_{nmkl}|g_{nmkl}) = \prod_{n,m,k,l} \mathcal{CN}(y_{nmkl}; s_{nmk}g_{nmkl}, \sigma_z). \quad (16)$$

با در نظر گرفتن شرایط مقیاس بزرگ،تابع شرطی $p(\mathbf{H}|\mathbf{G}; \omega)$ را می توان به صورت زیر فاکتورگیری کرد:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{G}|\mathbf{H}; \omega) &= \prod_{n,m,k,l} p(g_{nmkl}|\mathbf{h}_l; \omega) \\ &= \prod_{n,m,k,l} \delta(g_{nmkl} - (\underline{\mathbf{w}}_{nmk}(\omega))^T \mathbf{h}_l), \quad (17) \end{aligned}$$

که در آن \mathbf{h}_l بردار ستون یکم از \mathbf{H} است و $\mathbf{w}_{nmk}(\omega)$ سطر $nMk+mK+k$ ام ماتریس $\mathbf{W}(\omega)$ باشد. برای تسهیل یادگیری هایپرپارامترها، تابع فاکتور $p(g_{nmkl}|\mathbf{h}_l; \omega)$ را به صورت یک توزیع گاوی مختلط با واریانس در حال میل به صفر تقریب می‌زنیم، یعنی $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} p(g_{nmkl}, \mathbf{h}_l; \omega) \rightarrow 0$ $\text{CN}(\mathbf{g}_{nmk}(\omega), \mathbf{h}_l; \epsilon)$ است [32].

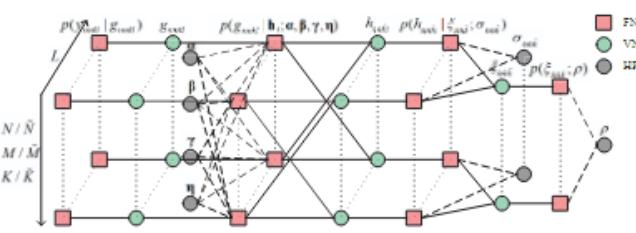


Fig4.نمودار فاکتور مربوط به نتیجه فاکتورگیری PDF مشترک. مربع های قرمز نشان دهنده گره های فاکتور، دایره های سبز نشان دهنده گره های متغیر، و دایره های خاکستری نشان دهنده هایپرپارامترها هستند.

2. مدل آماری پیشین کanal: پس از مدل سازی آف گرید کanal های حوزه تأخیر-زاویه-دابلر (DAD)، مشکل نشت انرژی به طور مؤثری برطرف می شود. در مقایسه با عناصر ماتریس پاسخ کanal در حوزه DAD با پایه DFT، عناصر همان ماتریس با پایه آف گرید استقلال و پراکندگی (sparseness) بهتری نشان می دهند، زیرا شامل مؤلفه های چندمسیره کمتری هستند. برای توصیف استقلال و پراکندگی، توزیع برنولی-گاوی شرطی مستقل و نامتجانس (i.n.d. BG) را برای عناصر ماتریس \mathbf{H} معرفی می کنیم، به صورت زیر:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{H}|\xi; \sigma) &= \prod_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}) \quad (18) \\ &= \prod_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} (\delta[\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} - 1] \mathcal{CN}(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}; 0, \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}) + \delta[\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}] \delta(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l})), \end{aligned}$$

که در آن $\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}$ و $\sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}$ عناصر به ترتیب بردار نشانگر حالت $\in \mathbb{N}^M \times \mathbb{N}^K \times \mathbb{N}^K \times \mathbb{N}^K$ ام

σ و بردار واریانس پیشین $\mathbf{R}^{\tilde{\mathbf{N}} \times \tilde{\mathbf{M}} \times \tilde{\mathbf{K}}}$ هستند. توجه کنید که عناصر کanal در حوزه DAD مربوط به زیرباندهای مختلف می توانند به طور مستقل پردازش شوند و نشانگر حالت و واریانس پیشین یکسانی را با اشتراک می گذارند. تابع چگالی احتمال (PDF) از توزیع برنولی پیروی می کند و به صورت زیر است [34]:

$$p(\xi; \rho) = \prod_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} (\rho \delta[\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} - 1] + (1 - \rho) \delta[\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}]), \quad (19)$$

که در آن احتمال فعال بودن پیشین است.

3. مسئله برآورد بیشینه پسین (MAP)

مسئله برآورد مشترک کanal و پیشینی (JCEP) بر اساس مدل سیگنانل دریافتی (14)، این است که ماتریس کanal در حوزه DAD یعنی \mathbf{H} را با داشتن ماتریس سیگنانل دریافتی \mathbf{Y} و ماتریس پایلوت \mathbf{S} تخمین بزنیم. با تکیب مدل احتمالاتی فوق، برآوردگر بهینه MAP کanal به صورت زیر بیان می شود: $\hat{\mathbf{H}} = \arg \max_{\mathbf{H}} p(\mathbf{H}|\mathbf{Y}; \omega, \sigma, \rho)$ بیشینه سازی احتمال پسین کanal با توجه به مشاهدات و آبرپارامترهای مدل است.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}} &= \arg \max_{\mathbf{H}} \sum_{\xi} \int p(\mathbf{G}, \mathbf{H}, \xi | \mathbf{Y}; \omega, \sigma, \rho) d\mathbf{G} \\ &= \arg \max_{\mathbf{H}} \frac{1}{Z(\mathbf{Y})} \sum_{\xi} \int p(\mathbf{Y}, \mathbf{G}, \mathbf{H}, \xi; \omega, \sigma, \rho) d\mathbf{G} \quad (20) \\ &= \arg \max_{\mathbf{H}} \sum_{\xi} \int p(\mathbf{Y}|\mathbf{G}) p(\mathbf{G}|\mathbf{H}; \omega) p(\mathbf{H}|\xi; \sigma) p(\xi; \rho) d\mathbf{G}, \end{aligned}$$

که در آن $Z(\mathbf{Y})$ ثابت نرمال سازی را نشان می دهد و $p(\mathbf{Y}, \mathbf{G}, \mathbf{H}, \xi; \omega, \sigma, \rho)$ نیز چگالی احتمال مشترک متناظر است. با توجه به فاکتورگیری انجام شده برای PDF مشترک، گراف فاکتور مربوطه در شکل ۴ رسم شده است تا تجسم مدل احتمالاتی ساده تر شود.

طبق رابطه (20)، برآوردگر بهینه MAP کanal نیازمند محاسبه حاشیه ها از PDF مشترک است، که شامل انتگرال گیری ها و جمع های چند بعدی است؛ این عملیات در سیستم های بزرگ مقیاس به شدت پیچیده و سنگین خواهد بود.

IV. برآورد و پیش‌بینی مشترک کanal

در این بخش، ما از دیدگاه استنتاج بیزی تغییراتی [36] (VBI) آغاز کرده و الگوریتم Off-Grid-MS HMP را بر اساس سیگنال FHS دریافتی (14) استخراج می‌کنیم تا مسئله JCEP را در حالت حل کنیم. با توجه به نبود CSI اولیه در سناریوهای عملی، الگوریتم پیشنهادی می‌تواند آبرمُؤلفه‌ها را به صورت تطبیقی یاد بگیرد و همچنین با استفاده از تقریب‌های ماتریس‌های خارج از شبکه (off-grid)، پیچیدگی محاسباتی تخمین این آبرمُؤلفه‌ها را کاهش دهد.

A. کمینه‌سازی انرژی آزاد بت

برای کاهش پیچیدگی استنتاج آماری، ما از استنتاج بیزی تغییراتی (VBI) بهره می‌بریم، روشی که توزیع پسین را با معرفی «باورها» (beliefs) تخمین می‌زند [36]. بر اساس مسئله‌ی بهینه‌سازی (beliefs) بیان شده در رابطه (20)، ما یک باور به شکل زیر معرفی می‌کنیم: $p(y_{nmkl}|g_{nmkl})$ توزیع پسین مشترک را تقریب بزند. این باور با کمینه‌سازی واگرایی کولبک-لایبلر (KL-divergence) (KL-divergence) بین باور و توزیع واقعی به دست می‌آید، که میزان مشابهت بین آن‌ها را توصیف می‌کند این کمینه‌سازی به صورت زیر نوشه می‌شود: $\min_{\theta} D_{KL}(b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \| p(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho))$ هدف آن یافتن بهترین تقریب از توزیع پسین واقعی است.

$$\begin{aligned} \hat{b}(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) &= \arg \min_{b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \in Q} D[b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \| p(G, H, \xi | Y; \omega, \sigma, \rho)] \\ &= \arg \min_{b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \in Q} \mathcal{F}_V + \ln Z(Y), \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن Q مجموعه مقید باور ($G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho$) را نشان می‌دهد. نیز انرژی آزاد تغییری (Vfe) است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{F}_V \triangleq D[b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \| p(G, H, \xi, Y; \omega, \sigma, \rho)]. \quad (22)$$

بنابراین، مسئله MAP به مسئله کمینه‌سازی Vfe تبدیل می‌شود. وابستگی پیچیده میان متغیرهای تصادفی باعث می‌شود مسئله بهینه‌سازی بالا، بهویژه در سیستم‌های بزرگ‌مقیاس، غیرقابل حل (intractable) باشد. طراحی مجموعه مقید Q نقش مهمی در ایجاد توازن میان پیچیدگی و دقت استنباط آماری دارد. ازین‌رو، روش تقریب بت (Bethe approximation) برای طراحی مجموعه مقید باورها پیشنهاد می‌شود تا با تحلیل وابستگی میان

متغیرها، وابستگی‌های محلی در فرآیند استنباط حفظ شوند [36]. براساس فاکتورگیری PDF مشترک در بخش III-B، باورهای کمکی برای توابع فاکتور و متغیرهای تصادفی مطابق جدول ۱ معرفی می‌کنیم. مطابق قوانین ساخت باورهای بت، PDF مشترک را به صورت زیر تقریب می‌زنیم:

$$\begin{aligned} b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) &= \frac{\prod_{n,m,k,l} b_{nmkl}^g b_{nmkl}^{gh\omega} \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi\sigma} \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi\rho}}{\prod_{n,m,k,l} q_{nmkl}^g \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} (q_{nmkl}^h)^{NMK} \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi}. \end{aligned} \quad (23)$$

با جایگذاری معادله (23) در عبارت مربوط به VFE ، می‌توان BFE را مطابق رابطه (24) به دست آورد.

جدول ۱ باورهای مربوط به توابع فاکتور و متغیرهای تصادفی

Factor Function	Beliefs
$p(y_{nmkl} g_{nmkl})$	$b_{nmkl}^g(g_{nmkl})$
$p(g_{nmkl} h_l; \omega)$	$b_{nmkl}^{gh\omega}(g_{nmkl}, h_l, \omega)$
$p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} \xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})$	$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi\sigma}(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}, \xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}, \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})$
$p(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \rho)$	$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi\rho}(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}, \rho)$
Random Variables	Beliefs
g_{nmkl}	$q_{nmkl}^g(g_{nmkl})$
$h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}$	$q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l})$
$\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}$	$q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})$

شایان ذکر است که اگر باورهای مربوط به توابع فاکتور و متغیرهای تصادفی، توزیع احتمال یک متغیر یکسان را توصیف کنند، این باورها باید قیود سازگاری حاشیه‌ای (MCCs) را ارضاء کنند. مسئله کمینه‌سازی VFE به یک مسئله کمینه‌سازی BFE همراه MCCs ها تبدیل می‌شود. با این حال، بررسی MCCs ها بسیار پیچیده است و چنین مسئله بهینه‌سازی را غیرقابل حل می‌سازد. برای رفع این مشکل، هدف ما کاهش پیچیدگی از طریق بازطراحی قیود در بخش IV-B است.

B. بازطراحی قیود باورها

از آنجا که آبرپارامترها معمولاً ویژگی‌های آماری ضرایب کanal را توصیف می‌کنند، آن‌ها را در طول فرآیند استنباط آماری به عنوان ثابت‌های مستقل و بدون اطلاعات پیشین در نظر می‌گیریم. ابتدا به فاکتورگیری باورها مربوط به آبرپارامترها می‌پردازیم. احتمال فعلی بودن پیشینم، امید ریاضی نشانگر وضعیت \tilde{q}_{nmk} است و بنابراین نسبت به مقدار لحظه‌ای \tilde{q}_{nmk} بسیار کنترل‌تغیر می‌کند. ازین‌رو، باور b_{nmkl} را می‌توان به صورت زیر فاکتورگیری کرد:

$$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi\rho} = g_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi} g^{\rho}, \quad g^{\rho} = \delta(\rho - \hat{\rho}), \quad (25)$$

که در آن ρ مقدار واقعی $\hat{\rho}$ را نشان می‌دهد. از آنجا که فاکتورگیری باورهای حاصل از متغیرهای n, m, k هستند که به ترتیب مربوط به متغیرهای n, m, k و ρ می‌باشند. همچنین واریانس ضریب کanal در حوزه پراکنده می‌شود، این آبرپارامتر نیز می‌تواند در فرآیند JCEP به عنوان یک ثابت مستقل در نظر گرفته شود. در نتیجه، باورهای سازگاری زیر فاکتورگیری کرد:

$$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi\sigma} = b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\sigma}, \quad b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\sigma} = \delta(\sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} - \hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}), \quad (26)$$

که در آن σ باورهای $b_{n,m,k}$ و $b_{n,m,k}$ هستند که به ترتیب مربوط به متغیرهای n, m, k و آبرپارامتر σ می‌باشند. همچنین مقدار واقعی آبرپارامتر σ را نشان می‌دهد. به طور مشابه، باورهای $b_{nmklghwb}$ را نشان می‌دهد. با قیدهای سازگاری زیر (FCs) را ارضاء کند:

$$b_{nmkl}^{gh\omega} = b_{nmkl}^{gh} b^{\alpha} b^{\beta} b^{\gamma} b^{\eta}, \quad (27a)$$

$$b^x = \delta(x - \hat{x}), \quad x \in \{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}, \quad (27b)$$

که در آن x مقدار واقعی x را نشان می‌دهد. بر اساس رابطه‌ی (26)، قیدهای سازگاری حاشیه‌ای زیر (MCCs) را نیز تعریف می‌کنیم:

$$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h = \sum_{\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} \in \mathbb{B}} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi}, \quad (28a)$$

$$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi} = \int b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} dh_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}. \quad (28b)$$

ترکیب روابط (25) و (28)، قید سازگاری حاشیه‌ای مربوط به متغیر تصادفی را به صورت زیر به دست می‌دهد:

$$g_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi} = b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi} = g_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi}. \quad (29)$$

در مقیاس‌های بزرگ، بررسی «قیدهای سازگاری حاشیه‌ای» مربوط به متغیرهای تصادفی پیوسته بیش از حد پیچیده است و استخراج پیام‌های قابل پیاده‌سازی را دشوار می‌کند. با توجه به

اینکه بسیاری از متغیرهای موجود در سیستم‌های واقعی را می‌توان با توزیع‌های خانواده نمایی مدل‌سازی یا تقریب‌سازی کرد، باورهای مربوط به متغیرهای n, m, k را تحت شرایط مقیاس بزرگ به توزیع گاوی محدود می‌کنیم. بنابراین، قیدهای سازگاری حاشیه‌ای مربوط به n, m, k را می‌توان به «قیدهای سازگاری میانگین و واریانس (MVCCs)» به شکل زیر تخفیف داد:

$$E[g_{nmkl}|q_{nmkl}^g] = E[g_{nmkl}|b_{nmkl}^g] = E[g_{nmkl}|b_{nmkl}^{gh}], \quad (30a)$$

$$V[g_{nmkl}|q_{nmkl}^g] = V[g_{nmkl}|b_{nmkl}^g] = V[g_{nmkl}|b_{nmkl}^{gh}], \quad (30b)$$

$$E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] = E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] = E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|b_{nmkl}^{gh}], \quad (30c)$$

$$V[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] = V[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] \\ = \frac{1}{NMK} \sum_{n,m,k} V[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|b_{nmkl}^{gh}]. \quad (30d)$$

از آنجا که متغیر n, m, k در باور b_{nmkl}^{gh} برای هر شاخص n و m حضور دارد، برای دستیابی به سادگی محاسبات، قید سازگاری واریانس مربوطه را تقریب می‌زنیم، در حالی که برای حفظ دقیق، قید سازگاری میانگین را به صورت اصلی و بدون تغییر نگه می‌داریم. با ترکیب طراحی قیدهای فوق، مسئله تخمین و پیش‌بینی مشترک کanal (JCEP) را می‌توان به یک مسئله کمینه‌سازی انرژی آزاد بت (BFE) با قیدهای ترکیبی تبدیل کرد، که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\min \mathcal{F}_B \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} (25)(26)(27), & (\text{FCs}), \\ (28)(29), & (\text{MCCs}), \\ (30), & (\text{MVCCs}). \end{cases} \quad (31)$$

ما از روش ضرایب لاغرانژ برای حل مسئله بهینه‌سازی بالا با قیدهای ترکیبی استفاده می‌کنیم. با جایگذاری قیدهای عامل‌سازی شده (FCs) در معادله (24)، انرژی آزاد بت (BFE) می‌تواند به صورت معادله (32) بازنویسی شود.تابع لاغرانژ متناظر نیز در معادله (33) بیان می‌شود. با برابر قرار دادن مشتق‌های مرتبه‌ی اول تابع لاغرانژ نسبت به باورهای کمکی و ساده‌سازی نتایج، می‌توان الگوریتم Off-Grid-MS HMP را که در الگوریتم ۱ خلاصه شده، استخراج کرد؛ که در آن $w_{n,m,k}$ می‌توان به دست می‌آید:

$$= [W(\omega)] nMK + mK + k, n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim.$$

کامل یادگیری آبرپارامترها (hyper-parameters) در بخش IV-C ارائه شده است. در نهایت، تخمین زن کanal حاصل را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\hat{h}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} = G(LLR_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} - LLR_{thr}) E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h | b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h], \quad (34)$$

که در آن (Heaviside step پلهای هویساید) در بخش IV-C ابررسی خواهد شد (را کنار بگذاریم، پیچیدگی الگوریتم HMP برابر است با $O(NMK N^{\sim} M^{\sim} K^{\sim} L)$: که این پیچیدگی عمدهاً ناشی از ضربهای ماتریسی سنگین است. با توجه به پراکندگی کانال در حوزه DAD، می‌توان الگوریتم HMP را فقط روی گرههای فعال در حوزه DAD اجرا کرد؛ یعنی گرههای که مقدار LLR آشکارساز حالت آنها از آستانه LLR تعیین شده بزرگ‌تر است. تعداد گرههای فعال در دامنه تأخیر، زاویه و داپلر به ترتیب با N^- , M^- , K^- نشان داده می‌شوند. از آنجا که تعداد کل گرهها بسیار بیشتر از تعداد گرههای فعال است

(NMK $\beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{h,b^h})^{-1}$ در گام‌های 14 و 15 الگوریتم ۱ به صفر می‌کنند. بنابراین، الگوریتم Off-Grid-MS HMP در حالت که مدل اف-گرید دامنه Delay–Angle–Doppler نشود، به الگوریتم EM-BG-AMP-MMV [39] یا EM-BG-AMP [40] تنزیل می‌یابد؛ که این مسئله بستگی دارد به این که آیا ویژگی‌های آماری مشترک کانال میان زیرباندهای مختلف در نظر گرفته شده باشد یا خیر.

Algorithm 1: Off-Grid-MS HMP Algorithm

```

1 Input: Y, S,  $\sigma_z$ ,  $T_{\text{out}}$ ,  $T_{\text{in}}$ ,  $\kappa$ .
2 Output: LLR $_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}$ , E[ $h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}|b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h$ ].
3 Initialize:  $\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h = 0$ ,  $\tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h = 1$ ,  $\alpha_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{g,b^g} = 0$ ,  $\beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{h,b^h} = 1$ ,
 $\zeta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} = 0.5$ ,  $\hat{\omega} = 0_{\bar{N}\bar{M}\bar{K}}$ ,  $\hat{\sigma} = 1_{\bar{N}\bar{M}\bar{K}}$ ,  $\hat{\rho} = 0.2$ .
4 for  $t_{\text{out}} = 1, \dots, T_{\text{out}}$  do
5   for  $t_{\text{in}} = 1, \dots, T_{\text{in}}$  do
6      $\forall n, m, k, l :$ 
7        $\tau_{nmkl}^q = \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} |w_{nmk}|^2 / \beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{h,b^h}$ ;
8        $\mu_{nmkl}^q = -\alpha_{nmkl}^{g,b^g} \tau_{nmkl}^q + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} w_{nmk} \mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h$ ;
9        $b_{nmkl}^g \propto p(y_{nmkl} | g_{nmkl}) \mathcal{CN}(g_{nmkl}; \mu_{nmkl}^q, \tau_{nmkl}^q)$ ;
10       $\mu_{nmkl}^g = E[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g]$ ,  $\tau_{nmkl}^g = V[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g]$ ;
11       $\varepsilon_{nmkl} = 1/\tau_{nmkl}^q - \tau_{nmkl}^q / (\tau_{nmkl}^q)^2$ ;
12       $\alpha_{nmkl}^{g,b^g} = (\mu_{nmkl}^g - \mu_{nmkl}^q) / \tau_{nmkl}^q$ ;
13       $\forall \bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l :$ 
14         $\tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r =$ 
           $(\sum_{n,m,k} |w_{nmk}|^2 \varepsilon_{nmkl})^{-1} - (N MK \beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{h,b^h})^{-1}$ ;
15         $\beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{h,b^h} = (\tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r)^{-1} - (N MK \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r)^{-1}$ ;
16         $\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r = \mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h + \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r \sum_{n,m,k} (w_{nmk}^*)^* \alpha_{nmkl}^{g,b^g}$ ;
17         $p'(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}) \propto$ 
           $\mathcal{CN}(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; 0, \hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}) \mathcal{CN}(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r, \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r)$ ;
18         $\hat{\beta}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h = \zeta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} p'(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}) + (1 - \zeta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}) \delta(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})$ ;
19         $\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h = E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} | b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h]$ ,  $\tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h = V[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} | b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h]$ ;
20         $\forall \bar{n}, \bar{m}, \bar{k} :$ 
21         $LLR_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} = \ln \frac{\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}} + \sum_l \ln \frac{\mathcal{CN}(\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r; 0, \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^r + \hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})}{\mathcal{CN}(\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h; 0, \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h)}$ ;
22         $\zeta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} = 1 - \frac{1}{1 + \exp(LLR_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})}$ .
23        update  $\hat{\rho}$  and  $\hat{\sigma}$ ;
24      end
25      update  $\hat{\omega}$ ;
26    end

```

نکته ۵: اگر پیچیدگی مربوط به یادگیری آبرموزله‌ها (Heaviside step) که در بخش IV-C ابررسی خواهد شد (را کنار بگذاریم، پیچیدگی الگوریتم HMP برابر است با $O(NMK N^{\sim} M^{\sim} K^{\sim} L)$: که این پیچیدگی عمدهاً ناشی از ضربهای ماتریسی سنگین است. با توجه به پراکندگی کانال در حوزه DAD، می‌توان الگوریتم HMP را فقط روی گرههای فعال در حوزه DAD اجرا کرد؛ یعنی گرههای که مقدار LLR آشکارساز حالت آنها از آستانه LLR تعیین شده بزرگ‌تر است. تعداد گرههای فعال در دامنه تأخیر، زاویه و داپلر به ترتیب با N^- , M^- , K^- نشان داده می‌شوند. از آنجا که تعداد کل گرهها بسیار بیشتر از تعداد گرههای فعال است

C. یادگیری کم‌پیچیدگی آبرموزله‌ها

در عمل، آبرموزله‌ها بسته به شرایط کانال تغییر می‌کنند و معمولاً برای ایستگاه مرکزی (BS) ناشناخته هستند. الگوریتم پیشنهادی Off-Grid-MS HMP می‌تواند آبرموزله‌های کانال را به صورت تطبیقی یاد بگیرد. با نگهداشت ترم‌های ترم مربوط به آبرموزله‌ها در تابع لاغرانژ (معادله ۳۳)، می‌توان مسائل بهینه‌سازی متناظر آنها را به دست آورد. نخست، یادگیری $\hat{\rho}$ را در نظر می‌گیریم که مسئله بهینه‌سازی آن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{\rho} = \arg \max_{\rho} E \left[\sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi} \ln p(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \rho) \right]. \quad (35)$$

با برابر قرار دادن مشتق مرتبه‌اول معادله (35) نسبت به ρ با صفر، می‌توان تخمین ρ را به صورت زیر به دست آورد:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{N MK} \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} \zeta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}. \quad (36)$$

به طور مشابه، مسئله بهینه‌سازی مربوط به ابی‌پارامتر $\tilde{\sigma}_{nmk}$ به صورت زیر بیان می‌شود

$$\hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} = \arg \max_{\sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}} E \left[\sum_l b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^h \ln p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} | \xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}) \right]. \quad (37)$$

با برابر قرار دادن مشتق مرتبه‌اول عبارت (37) نسبت به $\tilde{\sigma}_{nmk}$ با صفر، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_B &= \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^g \| p(y_{nmkl}|g_{nmkl})] + \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^{gh\omega} \| p(g_{nmkl}|\mathbf{h}_l; \omega)] + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi\sigma} \| p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})] \\ &+ \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi\rho} \| p(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \rho)] + \sum_{n,m,k,l} H[q_{nmkl}^g] + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} H[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi] + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} NMKH[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h]. \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{F}}_B &= \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^g \| p(y_{nmkl}|g_{nmkl})] + \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^{gh} \| p(g_{nmkl}|\mathbf{h}_l; \hat{\omega})] + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} \| p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}|\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})] \\ &+ \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi \| p(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \hat{\rho})] + \sum_{n,m,k,l} H[q_{nmkl}^g] + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} H[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi] + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} NMKH[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h]. \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B &= \tilde{\mathcal{F}}_B + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} 2\text{Re} \left\{ \left(\alpha_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^h} \right)^* \left(E \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right] - E \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right] \right) \right\} \\ &+ \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} \sum_{n,m,k} 2\text{Re} \left\{ \left(\alpha_{nmk,\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^{gh}} \right)^* \left(E \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right] - E \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{nmkl}^{gh} \right] \right) \right\} \\ &+ \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} \left(\beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^h} \left(V \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right] - V \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right] \right) + \beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^{gh}} \left(NMKV \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right] - \sum_{n,m,k} V \left[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{nmkl}^{gh} \right] \right) \right) \\ &+ \sum_{n,m,k,l} 2\text{Re} \left\{ \left(\alpha_{nmkl}^{g,b^g} \right)^* \left(E \left[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g \right] - E \left[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g \right] \right) + \left(\alpha_{nmkl}^{g,b^{gh}} \right)^* \left(E \left[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g \right] - E \left[g_{nmkl} | b_{nmkl}^{gh} \right] \right) \right\} \\ &+ \sum_{n,m,k,l} \left(\beta_{nmkl}^{g,b^g} \left(V \left[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g \right] - V \left[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g \right] \right) + \beta_{nmkl}^{g,b^{gh}} \left(V \left[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g \right] - V \left[g_{nmkl} | b_{nmkl}^{gh} \right] \right) \right) \\ &+ \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} \sum_{\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} \in \mathbb{B}} \nu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi \left(b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi - \int b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} dh_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} \right) + \sum_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},l} \int \nu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \left(b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h - \sum_{\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} \in \mathbb{B}} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^\xi \right) dh_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}. \end{aligned} \quad (33)$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} = \frac{1}{L} \sum_l \left(|\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h|^2 + \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right). \quad (38)$$

در مورد هایپرپارامترهای آفگرید، مسئله بهینهسازی مربوطه میتواند به صورت زیر فرمولبندی شود.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \arg \max_{\mathbf{x}} E \left[\sum_l \left(\prod_{n,m,k} b_{nmkl}^{gh} \right) \ln \left(\prod_{n,m,k} p(g_{nmkl}|\mathbf{h}_l; \omega) \right) \right] \\ &= \arg \max_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^T \Xi_x \mathbf{x} - 2\chi_x^T \mathbf{x}, \end{aligned} \quad (39)$$

where $\mathbf{x} \in \{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}$ and $x \in \{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}$. The matrix Ξ_x and the vector χ_x are denoted as

$$\Xi_x = \mathbf{R}_x^T \text{Re} \left\{ \left(\dot{\mathbf{W}}_x^H \dot{\mathbf{W}}_x \right)^* \odot \mathbf{U} \right\} \mathbf{R}_x, \quad (40a)$$

$$\begin{aligned} \chi_x &= \mathbf{R}_x^T \text{Re} \left\{ \frac{1}{L} ((\mathbf{M}^h)^* \odot \mathbf{V}^x) \mathbf{1}_L \right\} \\ &- \mathbf{R}_x^T \text{Re} \left\{ \text{diag} \left\{ (\dot{\mathbf{W}}_x^H \mathbf{W}_{\setminus x}) \Sigma^h \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (40b)$$

ماتریس میانگین پسین H با $[\mu_0 h, \mu_1 h, \dots, \mu_{L-1} h]$ نمایش داده میشود، که در آن مؤلفه $(n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim, l)$ میشود.

داده میشود. این یک ماتریس قطری است که مؤلفه قطری $(n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim, l)$ برابراست $1/L \sum_{\tau} n \sim m \sim k \sim l h$.

برای سادهسازی بیان، تعریف میکنیم:

$$\begin{aligned} W \setminus x &\triangleq W(\omega) - W' x & \bullet \\ U &\triangleq 1LMhMhH + \Sigma h & \bullet \\ Vx &\triangleq W' x H (Mg - W \setminus x Mh) & \bullet \end{aligned}$$

که مؤلفه (I) $(n \sim M \sim K \sim + n \sim k \sim + k \sim)$ ام آن برابر است با G میانگین پسین $Mg = [\mu_0 g, \mu_1 g, \dots, \mu_{L-1} g]$ نمایش داده میشود، که در آن استخراج دقیق مؤلفه (I) $(n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim, l)$ برابر است با $(nMK + mK + k, l)$ در پیوست A ارائه شده است. با برابر قرار دادن مشتق مرتبه اول عبارت (39) نسبت به x با صفر، تخمین بردار هایپرپارامتر آفگرید به صورت زیر به دست می آید $: x^h = \bar{x} - 1 \chi_x$ بر اساس بیان های بالا تخمین زدن هایپرپارامترها، ابتدا پیچیدگی محاسباتی آنها را تحلیل می کنیم جدول II مشاهده میشود که یادگیری هایپرپارامترهای آفگرید به طور قابل توجهی پیچیدگی محاسباتی بیشتری نسبت به سایرین دارد؛ این افزایش پیچیدگی عمدتاً ناشی از عملیات ضرب ماتریسی است. از این رو، تمرکز ما بر کاهش پیچیدگی یادگیری هایپرپارامترهای آفگرید خواهد بود.

جداول

پیچیدگی محاسباتی پادگیری های پیرامترها.

Hyper-parameter	Complexity
ρ	$\mathcal{O}(NMK)$
σ	$\mathcal{O}(\tilde{N}\tilde{M}\tilde{K})$
Original $\alpha, \beta, \gamma, \eta$	$\mathcal{O}(\tilde{N}^2\tilde{M}^2\tilde{K}^2L)$
Simplified α	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{N}^2\tilde{M}L)$
Simplified β	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{M}_b\tilde{N}\tilde{M}L)$
Simplified γ	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{M}_b\tilde{N}\tilde{M}L)$
Simplified η	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{N}\tilde{M}L)$

همان طور که در بخش II-C اشاره شد، ما مقدار K را بزرگ‌تر از K در نظر می‌گیریم تا پیش‌بینی کانال در حوزه زمان بهبود یابد، در حالی که $N = Mv = Mh \approx Mh$ قرار می‌دهیم تا تقریب‌های زیر برقرار باشند:

$$BH(\alpha)B(\alpha) \approx NIN^{\sim}, CvH(\beta)Cv(\beta) \approx MvIM^{\sim}v, ChH(\gamma)Ch(\gamma) \approx MhIM^{\sim}h$$

(با تکیه بر این تقریب‌ها، می‌توان محاسبات مربوط به پادگیری آتیوارامترهای off-grid را ساده‌سازی کرد.)

با شروع از آبرپارامتر η , می‌توان ماتریس $(\bar{\Xi})$ را تقریب زد به این صورت که:

$$\begin{aligned} \Xi_\eta &\stackrel{(a)}{\approx} \mathbf{R}_\eta^T \operatorname{Re}\{(NM\mathbf{I}_{\tilde{N}\tilde{M}} \otimes (\dot{\mathbf{D}}^H \dot{\mathbf{D}}))^* \odot \mathbf{U}\} \mathbf{R}_\eta \\ &\stackrel{(b)}{=} NM \operatorname{Re}\left\{(\dot{\mathbf{D}}^H \dot{\mathbf{D}})^* \odot \mathbf{U}^\eta\right\}, \end{aligned} \quad (41)$$

که در آن، تقریب (a) از تقریب‌های مربوط به ماتریس‌های off-grid به دست می‌آید. معادله (b) نیز بر اساس تعریف‌های ماتریس Matriis R(\eta) و L(\eta) بلوک‌ قطری $\mathbf{IN} \sim \mathbf{M} \otimes (\mathbf{D}'\mathbf{H}\mathbf{D})$ به دست می‌آید. ماتریس مشتق مرتبه اول ماتریس $D(0, K)$ نسبت به شیفت داپلر است. کمیت $U\eta = 1L Mh, \eta Mh, \eta H + Sh, \eta$

که در آن: درایه $(k \sim M \sim L + m \sim L + l)$ ام ماتریس با $Mh, \eta \in CK \times N \sim M \sim L$ برابر است با $\sum h_n \in RK \sim X K \sim$ درایه $k \sim m \sim k \sim l$ ماتریس قطری است.

به طور مشابه، بردار \hat{x} را نیز می‌توان تقریب زد به این صورت که:

$$\begin{aligned} \chi_\eta \approx & \operatorname{Re}\left\{\left(\frac{1}{L}(\mathbf{M}_\eta^h)^* \odot \tilde{\mathbf{V}}^\eta\right) \mathbf{1}_{\bar{N} \bar{M} L}\right\} \\ & - N M \operatorname{Re}\left\{\operatorname{diag}\{(\dot{\mathbf{D}}^H \mathbf{D}) \odot \Sigma_\eta^h\}\right\}, \end{aligned} \quad (42)$$

که در آن، درایه $(k \sim, n \sim M \sim L + m \sim L + l)$ برابر $\sum_{\eta \in CK \sim} n \sim M \sim L$ است باز اگر $v \sim k \sim l \sim n \sim m \sim l \sim n$ را کنون یادگیری آبرپارامتر α را ساده‌سازی می‌کنیم. ماتریس $(\bar{\alpha})$ را می‌توان تقریب زد به این صورت که:

$$\begin{aligned} \Xi_{\alpha} &\stackrel{(a)}{\approx} \mathbf{R}_{\alpha}^T \operatorname{Re} \left\{ \left((\dot{\mathbf{B}}^H \dot{\mathbf{B}}) \otimes (M \mathbf{I}_{\bar{M}}) \otimes (\mathbf{D}^H(\eta) \mathbf{D}(\eta)) \right)^* \odot \mathbf{U} \right\} \mathbf{R}_{\alpha} \\ &\stackrel{(b)}{=} M \tilde{\mathbf{R}}_{\alpha}^T \operatorname{Re} \left\{ ((\dot{\mathbf{B}}^H \dot{\mathbf{B}}) \otimes (\mathbf{D}^H(\eta) \mathbf{D}(\eta)))^* \odot \mathbf{U}^{\alpha} \right\} \tilde{\mathbf{R}}_{\alpha}, \quad (43) \end{aligned}$$

where approximation (a) is from $\mathbf{C}^H(\beta, \gamma)\mathbf{C}(\beta, \gamma) \approx M\mathbf{I}_{\bar{M}}$, equation (b) is from the definitions of the matrix \mathbf{R}_α and the block diagonal matrix $\mathbf{I}_{\bar{M}} \otimes (\mathbf{D}^H(\eta)\mathbf{D}(\eta))$. The matrix $\tilde{\mathbf{R}}_\alpha \triangleq \mathbf{I}_{\bar{N}} \otimes \mathbf{1}_{\bar{K}}$. The matrix \mathbf{B} is the first-order derivation of $\mathbf{B} \triangleq \mathbf{B}(\mathbf{0}_{\bar{N}})$ concerning delay. $\mathbf{U}^\alpha \triangleq \frac{1}{L}\tilde{\mathbf{M}}_\alpha^h(\tilde{\mathbf{M}}_\alpha^h)^H + \hat{\Sigma}_\alpha^h$, where the $(\bar{n}\bar{K} + \bar{k}, \bar{m}L + l)$ -th element of $\tilde{\mathbf{M}}_\alpha^h \in \mathbb{C}^{\bar{N}\bar{K} \times \bar{M}L}$ is $\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h$ and the $(\bar{n}\bar{K} + \bar{k})$ -th diagonal element of the diagonal matrix $\hat{\Sigma}_\alpha^h \in \mathbb{R}^{\bar{N}\bar{K} \times \bar{N}\bar{K}}$ is $\frac{1}{L} \sum_{\bar{m}, l} \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h$. Similarly, the vector χ_α can be approximated as

$$\begin{aligned} \chi_\alpha \approx & \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{1}{L} (\mathbf{M}_\alpha^h)^* \odot \tilde{\mathbf{V}}^\alpha \right) \mathbf{1}_{\tilde{M}\tilde{K}L} \right\} \\ & - M \tilde{\mathbf{R}}_\alpha^T \operatorname{Re} \left\{ \operatorname{diag} \left\{ (\dot{\mathbf{B}}^H \dot{\mathbf{B}}) \otimes (\mathbf{D}^H(\eta) \mathbf{D}(\eta)) \odot \tilde{\Sigma}_\alpha^h \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (44)$$

که در آن، تقریب (a) از رابطه $\text{CH}(\beta, \gamma)\text{C}(\beta, \gamma) \approx MIM^\sim$ به دست می‌آید. معادله (b) نیز بر اساس تعریف‌های ماتریس $R(\alpha)$ و ماتریس بلوک‌قطري $(D(\eta)HD(\eta)) \otimes IM^\sim$ حاصل می‌شود. ماتریس $R^\sim \alpha = IN^\sim \otimes 1K^\sim$ مشتق مرتبه اول ماتریس B یعنی $(B(0, \tilde{N})B(0, N^\sim))$ نسبت به N تأثیر است. کمیت $U\alpha = 1L M^\sim h, \alpha$ ام ماتریس $M^\sim h, \alpha \in CN^\sim K^\sim \times M^\sim L + I$ برابر است با $n^\sim K^\sim + k^\sim, m^\sim L + I$ ماتریس $n^\sim K^\sim + k^\sim, m^\sim h$ و درایه قطري $\mu n^\sim m^\sim k^\sim lh$ است با $n^\sim K^\sim + k^\sim, m^\sim h, \alpha \in RN^\sim K^\sim \times N^\sim K^\sim$ برابر است با $l \tau n^\sim m^\sim k^\sim lh$ به طور مشابه، بردار $(\alpha)_{\chi}$ را می‌توان تقریب زد به این صورت که:

که در آن، درایه $(n^{\sim}, m^{\sim} K^{\sim} L + k^{\sim} L + l)$ ماتریس‌های $L \times M \times K \times M$ و $Mh, \alpha \in CN \times M \times K \times L$ به ترتیب برابرند با. $\mu n^{\sim} m^{\sim} k^{\sim} l h$ عملیات تقریبی برای آبرپارامترهای β و γ مشابه روش مربوط به α هستند و به دلیل محدودیت فضای ارائه استخراج کامل آن‌ها صرف نظر شده

است. بر اساس ساده‌سازی‌های فوق، پیچیدگی محاسباتی مربوط به آبرپارامترهای off-grid به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد، همان‌طور که در جدول III نشان داده شده است.

7. نتایج شبیه‌سازی

A. تنظیمات شبیه‌سازیدر این بخش، نتایج شبیه‌سازی را ارائه می‌کنیم تا عملکرد الگوریتم پیشنهادی خود را نشان دهیم. از آنجا که QuaDRiGa می‌تواند کانال‌های جرمی MIMO-OFDM با تغییرات زمانی تولید کند [41] که با استانداردهای 5G NR مطابق هستند 42

جدول III

پارامترهای پایه سیستم

System Parameters	Value
Centering frequency f_c	3.5 GHz
Bandwidth B	100 MHz
FFT size N_{FFT}	4096
Number of subcarriers for transmission N_{sc}	3264
Subcarrier spacing $\Delta\phi$	30 kHz
Number of subbands L	4
Number of transmission combs N_{TC}	4
Length of SRS sequences N	204
Number of BS antennas $[M_v, M_h]$	[4,8]
Number of fullband sounding K	10
Doppler-domain oversampling factor S_v	3
Time interval between SRSs Δt	1 symbol
Time interval between fullband soundings ΔT	4 slots
Velocity of UE v	60 km/h

از آنجا که QuaDRiGa پیش‌تر در آزمون‌های میدانی مختلف اعتبارسنجی شده و قادر است کانال‌های MIMO-OFDM با تغییرات زمانی را مطابق با سناریوهای استاندارد 3GPP تولید کند، ما نیز از QuaDRiGa برای تولید کانال در سناریوی 3GPP سه‌بعدی شهری (UMa) در حالت INLOS استفاده می‌کنیم. مگر در مواردی که به طور خاص ذکر شده باشد، پارامترهای پایه سیستم در شبیه‌سازی‌ها مطابق با استانداردهای 3GPP تولید می‌شوند، همان‌طور که در جدول III آمده است. علاوه بر این، نرخ سیگنال به نویز (SNR) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SNR = 10\log_{10} \left(\frac{\|G\|_F^2}{NMKL\sigma_z} \right).$$

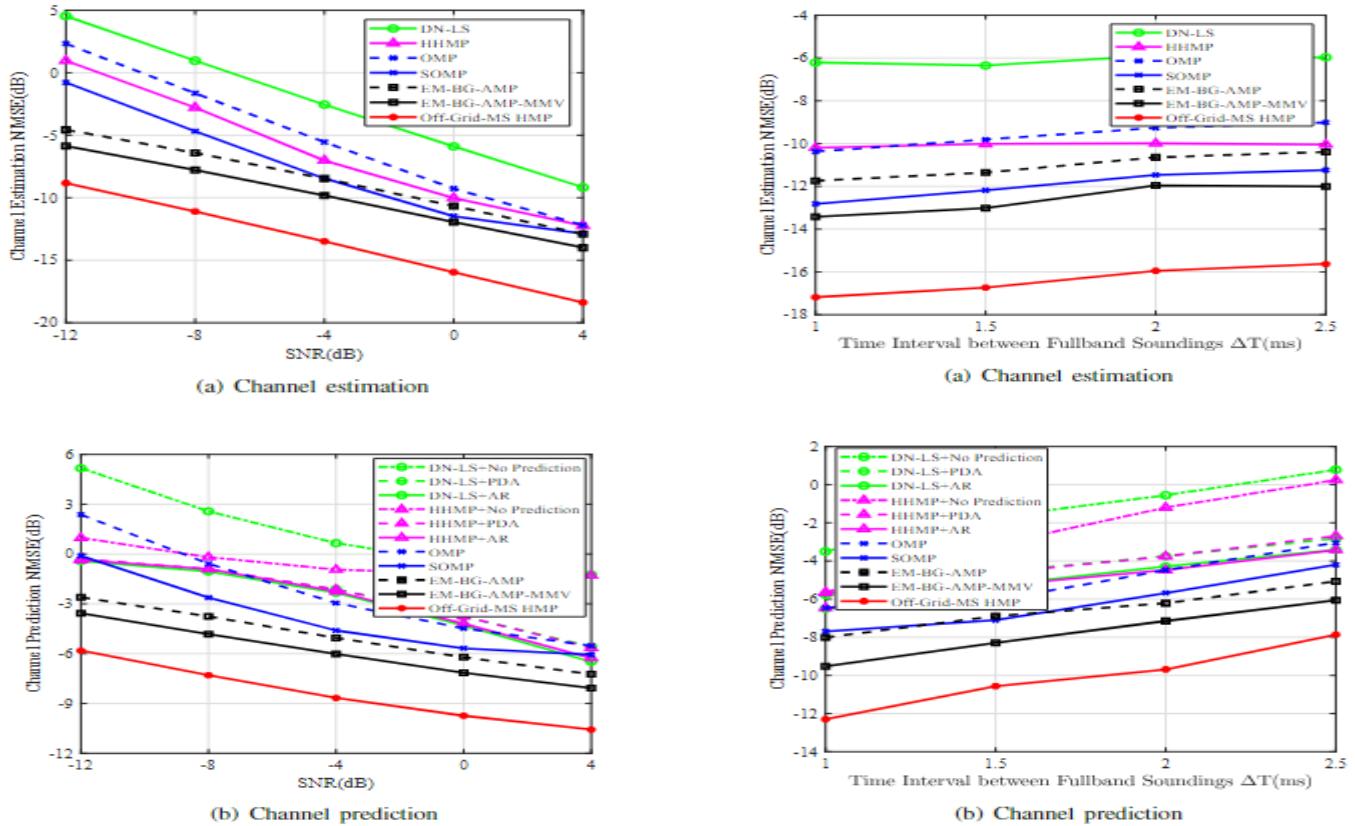
B. بنایاها و معیار ارزیابی عملکرد برای نشان دادن برتری الگوریتم پیشنهادی، آن را با مبنایاها زیر مقایسه می‌کنیم:

- A. این الگوریتم FSTCRM را با روش کمترین مربعات (LS) تخمین می‌زند و سپس کانال تخمین‌زده شده را در حوزه تأخیر-زاویه-زمان با یک آستانه از پیش تعیین شده، نویز‌زدایی می‌کند.
- B. این الگوریتم با استفاده از مدل مارکوف پنهان، کانال را در حوزه تأخیر-زاویه-زمان تخمین می‌زند تا پراکنده‌ساختاریافته و وابستگی زمانی کانال را مدل‌سازی کند.
- C. این الگوریتم DADCRM تحت مدل سیگنال تک‌زیرحاملي (SS) معادله (1)، و بدون مدل تخمین می‌زند.
- D. این الگوریتم SOMP [44]: نسخه چندبرداری (MMV) از OMP که تحت مدل سیگنال چندزیرحاملي (MS) معادله (14) عمل می‌کند و ویژگی‌های آماری مشترک کانال بین زیرباندها را در نظر می‌گیرد.
- E. این الگوریتم EM-BG-AMP [40]: نامعلوم را فرض کرده و آبرپارامترها را از طریق EM آموزد. سپس مدل DADCRM را با AMPL [39] تحت مدل سیگنال SS بدون مدل تخمین می‌زند.
- F. این الگوریتم MMV-EM-BG-AMP-MMV [39]: قبلی است که تحت مدل سیگنال MS، و ویژگی‌های آماری مشترک کانال میان زیرباندها را در نظر می‌گیرد.

این مبنایاها به‌طور جامع طیف روش‌های موجود را پوشش می‌دهند و امکان مقایسه دقیق عملکرد را فراهم می‌کنند.

از آنجا که DN-LS و HHMP کانال را در حوزه زمان تخمین می‌زنند، برای پیش‌بینی کانال آینده، از الگوریتم AR [22] و PDA [23] مبتنی بر تخمین کانال در حوزه تأخیر-زاویه-زمان استفاده می‌کنیم. توجه شود که روش‌های پیش‌بینی کانال یادشده تنها قادر به پیش‌بینی کانال در سمبیل‌های پایلوت هستند. بنابراین، برای پیش‌بینی کانال در سمبیل‌های غیرپایلوت، از درون‌یابی MMSE استفاده می‌کنیم؛ با فرض اینکه ایستگاه پایه (BS) دانش پیش‌بینی از حداقل شیفت داپلر و SNR دارد 45 علاوه بر این، چون سایر روش‌های مبنای توانند

a. تخمین کانال b. پیش‌بینی کانال



شکل ۵. عملکرد JCEP بر حسب SNR.

از آن جا که سایر مبنایها کانال‌ها را در حوزه داپلر تخمین می‌زنند، می‌توانند مطابق مدل کانال، از طریق برونویانی (extrapolation) کانال‌های آینده را پیش‌بینی کنند. برای نمایش عملکرد تخمین و پیش‌بینی کانال، معیار عملکرد NMSE به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

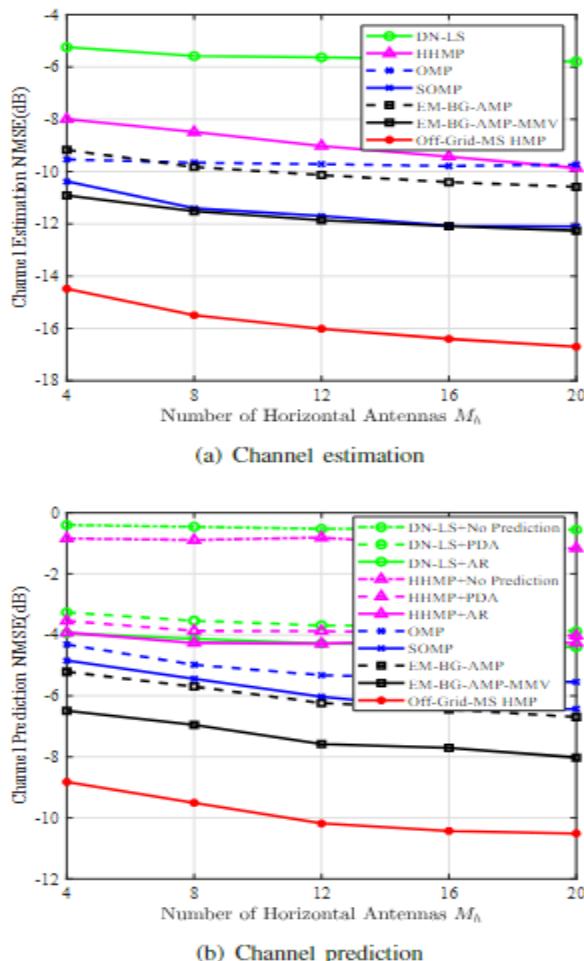
$$NMSE = 10 \log_{10} \left(\frac{\|\hat{G} - G\|_F^2}{\|G\|_F^2} \right), \quad (45)$$

که در آن، G و \hat{G} به ترتیب بیانگر FSTCRM واقعی و تخمین‌زده شده یا پیش‌بینی شده هستند. توجه کنید که FSTCRM پیش‌بینی شده در حوزه زمان شامل کانال‌های پیش‌بینی شده از آخرین سمبول پایلوت در فریم جاری تا اولین سمبول پایلوت در فریم آینده است.

C. نتایج شبیه‌سازی

الگوریتم پیشنهادی و مبنایها با تغییرات SNR در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی در کل محدوده SNR عملکرد Off-Grid-MS HMP بهتر از سایر مبنایها دارد. این برتری ناشی از: رفع مشکل نشت off-grid (Energy Leakage) از طریق یادگیری آبرپارامترهای grid، و استفاده از ویژگی‌های آماری مشترک کانال میان زیرباندهای مختلف است. به واسطه یادگیری اطلاعات پیشینی EM-BG-AMP / EM-BG-AMP-MMV کانال، روش‌های OMP / SOMP عملکرد بهتری نسبت به EM-BG-AMP / SOMP همچنین، مقایسه الگوریتم‌های EM-BG-AMP و EM-BG-AMP-MMV ناظیر MMV با الگوریتم‌های EM-BG-AMP-SOMP نشان می‌دهد که اطلاعات آماری مشترک بین زیرباندها می‌تواند دقت تخمین کانال را بهبود دهد. در حالی که الگوریتم DN-LS حدود ۴ dB بهبود در تخمین کانال نسبت به HHMP ایجاد می‌کند، اما عملکرد پیش‌بینی کانال هر دو تقریباً یکسان است. علت این موضوع: افت CSI بین مرحله تخمین و پیش‌بینی، و عدم تطابق بین مدل پیش‌بینی و مدل واقعی کانال است.

در مقابل، بیشتر الگوریتم‌های JCEP عملکرد بهتری از روش‌های غیر JCEP دارند، که این موضوع ضرورت انجام هم‌زمان تخمین و پیش‌بینی کانال را تأیید می‌کند. با توجه به این که روند عملکرد در برابر سریار پایلوت در طراحی سیستم اهمیت زیادی دارد، در شکل ۶، مقدار NMSE الگوریتم‌های مختلف را بر حسب فاصله زمانی بین دو اندازه‌گیری تمام‌باند متواالی یعنی $\Delta T = 0$ در $SNR = 0$ dB ترسیم می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۶(a) مشاهده می‌شود، کارایی تخمین کانال برای الگوریتم‌های JCEP با افزایش فاصله زمانی ΔT کاهش می‌یابد، زیرا این الگوریتم‌ها از همبستگی زمانی بهره می‌برند. در مقابل، افزایش ΔT هیچ تأثیری بر دقت تخمین الگوریتم‌های غیر JCEP ندارد، چون این الگوریتم‌ها کانال را برای هر سمبول به صورت مستقل تخمین می‌زنند. در شکل ۶(b) نیز بهوضوح دیده می‌شود که عملکرد پیش‌بینی کانال برای تمام الگوریتم‌ها ...



شکل ۷. عملکرد JCEP بر حسب M_h

عملکرد تمامی الگوریتم‌ها با افزایش فاصله زمانی ΔT به دلیل ماهیت سریع التغییر کانال در حوزه زمان تضعیف می‌شود، که نشان می‌دهد سریار پایلوت نقشی اساسی در دستیابی به CSI دقيق دارد. الگوریتم پیشنهادی در تمام مقادیر ΔT از تمامی مبنایها بهتر عمل می‌کند؛ این نتیجه نشان می‌دهد که می‌توان سریار پایلوت را نسبت به بهترین مبنای طور چشمگیری کاهش داد، در حالی که به همان مقدار NMSE دست یافت.

به طور خاص، الگوریتم پیشنهادی قادر است: برای مقدار $NMSE \approx -14$ dB در تخمین کانال، بیش از ۶۰٪ کاهش سریار پایلوت ایجاد کند؛ و برای مقدار $NMSE \approx -10$ dB در پیش‌بینی کانال، حدود ۵۰٪ کاهش سریار پایلوت داشته باشد.

بر حسب تعداد آنتن‌های BS شکل ۷

مقدار NMSE در $SNR = 0$ dB در شکل ۷ نشان داده شده است. برای مشاهده مستقیم اثر تعداد آنتن‌ها، در نظر گرفته شده و مقدار M_h تغییر داده شده است. نتایج نشان می‌دهند: الگوریتم پیشنهادی در کل محدوده M_h بهترین عملکرد JCEP را دارد. عملکرد الگوریتم با افزایش تعداد آنتن‌ها بهبود می‌یابد. به طور دقیق‌تر: در آرایه‌های کوچک، عملکرد تناسب مستقیم با تعداد آنتن‌ها دارد، زیرا تفکیک زاویه‌ای پایین است. در آرایه‌های بزرگ، عملکرد تقریباً مستقل از تعداد آنتن‌ها می‌شود، زیرا وضوح زاویه‌ای به اندازه کافی بالاست که مسیرها را تفکیک کند.

VI. نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله تخمین و پیش‌بینی مشترک کانال (JCEP) در سیستم‌های massive MIMO با فوق‌هندرسانی فرانسی (FHS) بررسی شد. دستاوردهای اصلی عبارت اند از: توسعه یک مدل کانال دقیق در حوزه تأخیر-زاویه-دابلر (DAD) برای رفع مشکل نشت انرژی ناشی از کانال‌های با وضوح پایین مبتنی بر DFT و فرمول‌بندی مسئله JCEP با FHS به صورت یک مسئله generalized MMV زیرباندها. و ارائه یک الگوریتم کارآمد مبتنی Off-Grid-MS HMP با قیود تکیه بر مستقل و همتوزع بودن ZFE با استفاده از تقریبات ماتریس‌های آبرپارامترها است. و استفاده از تقریبات ماتریس‌های آبرپارامترها و نتایج عددی نشان دادند که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند به طور قابل توجهی عملکرد تخمین و پیش‌بینی کانال را نسبت به روش‌های پیش‌فرنئ موجود بهبود دهد. و این نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی یک راهکار عملی و قدرتمند برای بهبود CSI در سیستم‌های massive MIMO با FHS به شمار می‌رود.

استخراج معادله 39

عبارت هدف بهینه‌سازی را می‌توان به صورت ماتریسی مختصر زیر نوشت:

$$\begin{aligned} & E \left[\sum_l \left(\prod_{n,m,k} b_{nmkl}^{gh} \right) \ln \left(\prod_{n,m,k} p(g_{nmkl} | h_l; \omega) \right) \right] \\ & \propto \sum_l E \left[-\frac{1}{\epsilon} \| g_l - \mathbf{W}(\omega) h_l \|_2^2 \left| \prod_{n,m,k} b_{nmkl}^{gh} \right. \right] \quad (46) \\ & \propto \frac{1}{L} \sum_l \| \mu_l^g - \mathbf{W}(\omega) \mu_l^h \|_2^2 + \text{Tr}\{\mathbf{W}(\omega) \Sigma^h (\mathbf{W}(\omega))^H\}. \end{aligned}$$

ابتدا در جمله اول معادله (46) را مثل همیشه با «توسعه مربع» ساده می‌کنیم. فرض کنید آن جمله به شکل زیر باشد خطی شدن مرتبه اول نسبت به Δ اعمال شده

$$\begin{aligned} & \| \mu_l^g - \mathbf{W}(\omega) \mu_l^h \|_2^2 \\ & \stackrel{(a)}{=} \| \mu_l^g - \mathbf{W}_{\setminus x} \mu_l^h - \dot{\mathbf{W}}_x \text{diag}\{\mu_l^h\} \mathbf{R}_{xx} \|_2^2 \\ & \stackrel{(b)}{\propto} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_x^T ((\dot{\mathbf{W}}_x^H \dot{\mathbf{W}}_x)^* \odot (\mu_l^h (\mu_l^h)^H)) \mathbf{R}_{xx} \\ & \quad - 2 \text{Re}\{\text{diag}\{(\mu_l^h)^*\} \dot{\mathbf{W}}_x^H (\mu_l^g - \mathbf{W}_{\setminus x} \mu_l^h)\}^T \mathbf{R}_{xx}, \quad (47) \end{aligned}$$

where (a) is obtained according to equation $\text{diag}\{\mathbf{x}\} \mathbf{y} \triangleq \text{diag}\{\mathbf{y}\} \mathbf{x}$, and (b) is from equation $\text{diag}^H\{\mathbf{x}\} \mathbf{Y}^H \mathbf{Y} \text{diag}\{\mathbf{x}\} \triangleq (\mathbf{Y}^H \mathbf{Y})^* \odot (\mathbf{x} \mathbf{x}^H)$.

Then, the second term in (46) can be simplified as

$$\begin{aligned} & \text{Tr}\{\mathbf{W}(\omega) \Sigma^h (\mathbf{W}(\omega))^H\} \\ & \stackrel{(a)}{\propto} \text{Tr}\{(\dot{\mathbf{W}}_x \text{diag}\{\mathbf{R}_{xx}\})^H (\dot{\mathbf{W}}_x \text{diag}\{\mathbf{R}_{xx}\}) \Sigma^h\} \\ & \quad + 2 \text{Re}\{\text{Tr}\{(\dot{\mathbf{W}}_x \text{diag}\{\mathbf{R}_{xx}\})^H \mathbf{W}_{\setminus x} \Sigma^h\}\} \\ & \stackrel{(c)}{\propto} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_x^T ((\dot{\mathbf{W}}_x^H \dot{\mathbf{W}}_x)^* \odot \Sigma^h) \mathbf{R}_{xx} \\ & \quad + 2 \text{Re}\{\text{diag}\{\dot{\mathbf{W}}_x^H \mathbf{W}_{\setminus x} \Sigma^h\}\}^T \mathbf{R}_{xx}, \quad (48) \end{aligned}$$

که در آن، نتیجه (a) از رابطه $\text{Tr}\{XY\} = \text{Tr}\{YX\}$ حاصل شده است و نتیجه (b) بر اساس رابطه $YT = xH(X \odot Y) y$ و $\text{Tr}\{\text{diag}(H(x) X \text{diag}(y))\} = \text{Tr}\{\text{diag}(H(y) Y \text{diag}(x))\}$ همچنین تعریف رد به دست آمده است. در نهایت، با توجه به اینکه ماتریس Σ نیمه‌معین است و بردار X حقیقی می‌باشد، می‌توانیم رابطه (39) را بر اساس معادلات (47) و (48) استخراج کنیم.

[1] E. Björnson, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, “Massive MIMO: Ten myths and one critical question,” IEEE Commun. Mag., vol. 54, no. 2, pp. 114–123, Feb. 2016.

[2] X. Li, S. Jin, H. A. Suraweera, J. Hou, and X. Gao, “Statistical 3-D beamforming for large-scale MIMO downlink systems over Rician fading channels,” IEEE Trans. Commun., vol. 64, no. 4, pp. 1529–1543, Apr. 2016.

[3] L. You, X. Gao, A. L. Swindlehurst, and W. Zhong, “Channel acquisition for massive MIMO-OFDM with adjustable phase shift pilots,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 64, no. 6, pp. 1461–1476, Mar. 2016.

[4] L. You, X. Gao, G. Y. Li, X.-G. Xia, and N. Ma, “BDMA for millimeter-wave/terahertz massive MIMO transmission with per-beam synchronization,” IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 35, no. 7, pp. 1550–1563, Jul. 2017.

[5] A. A. Zaidi et al., “Waveform and numerology to support 5G services and requirements,” IEEE Commun. Mag., vol. 54, no. 11, pp. 90–98, Nov. 2016.

[6] M. Alodeh et al., “Symbol-level and multicast precoding for multiuser multiantenna downlink: A state-of-the-art, classification, and challenges,” IEEE Commun. Surveys Tuts., vol. 20, no. 3, pp. 1733–1757, 2018.

[7] A. F. Molisch et al., “Hybrid beamforming for massive MIMO: A survey,” IEEE Commun. Mag., vol. 55, no. 9, pp. 134–141, Sep. 2017.

[8] NR, Physical channels and modulation, Ver. 16.6.0, 3GPP TS 38.211, Jun. 2021.

[9] Y. Zhao et al., “System design and calibration for wideband channel sounding with multiple frequency bands,” IEEE Access, vol. 5, pp. 781–793, 2017.

[10] E. Dahlman, S. Parkvall, and J. Skold, 5G NR: The next generation wireless access technology. Academic Press, 2020.

[11] H. Jin et al., “Massive MIMO evolution toward 3GPP Release 18,” IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 41, no. 6, pp. 1635–1654, Jun. 2023.

- [12] C.-X. Wang et al., “A survey of 5G channel measurements and models,” *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 20, no. 4, pp. 3142–3168, 2018.
- [13] Y. Zhang, D. Wang, J. Wang, and X. You, “Channel estimation for massive MIMO-OFDM systems by tracking the joint angle-delay subspace,” *IEEE Access*, vol. 4, pp. 10166–10179, 2016.
- [14] J. Lee, G.-T. Gil, and Y. H. Lee, “Channel estimation via orthogonal matching pursuit for hybrid MIMO systems in millimeter wave communications,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 64, no. 6, pp. 2370–2386, Jun. 2016.
- [15] S. Wu et al., “Message-passing receiver for joint channel estimation and decoding in 3D massive MIMO-OFDM systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, no. 12, pp. 8122–8138, Dec. 2016.
- [16] J. Mo, P. Schniter, and R. W. Heath, “Channel estimation in broadband millimeter wave MIMO systems with few-bit ADCs,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 5, pp. 1141–1154, Mar. 2018.
- [17] X. Liu et al., “Sparse channel estimation via hierarchical hybrid message passing for massive MIMO-OFDM systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 20, no. 11, pp. 7118–7134, Nov. 2021.
- [18] Y. Wan, G. Liu, A. Liu, and M.-J. Zhao, “Robust multi-user channel tracking scheme for 5G new radio,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Nov. 2023.
- [19] Y. Wan and A. Liu, “A two-stage 2D channel extrapolation scheme for TDD 5G NR systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Jan. 2024.
- [20] A. Duel-Hallen, “Fading channel prediction for mobile radio adaptive transmission systems,” *Proc. IEEE*, vol. 95, no. 12, pp. 2299–2313, Dec. 2007.
- [21] I. C. Wong and B. L. Evans, “Low-complexity adaptive high-resolution channel prediction for OFDM systems,” in *Proc. IEEE GLOBECOM*, San Francisco, USA, 2006, pp. 1–5.
- [22] C. Lv, J.-C. Lin, and Z. Yang, “Channel prediction for millimeter wave MIMO-OFDM...,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 15183–15195, 2019.
- [23] H. Yin et al., “Addressing the curse of mobility in massive MIMO with Prony-based angular-delay domain channel predictions,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 38, no. 12, pp. 2903–2917, Dec. 2020.
- [24] Z. Qin et al., “A partial reciprocity-based channel prediction framework for FDD massive MIMO...,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 21, no. 11, pp. 9638–9652, Nov. 2022.
- [25] C. Wu et al., “Channel prediction in high-mobility massive MIMO: From spatio-temporal autoregression to deep learning,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 39, no. 7, pp. 1915–1930, Jul. 2021.
- [26] J. Ma et al., “Sparse Bayesian learning for the time-varying massive MIMO channels...,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 67, no. 3, pp. 1925–1938, Mar. 2018.
- [27] Y. Barbotin et al., “Estimation of sparse MIMO channels with common support,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 60, no. 12, pp. 3705–3716, Dec. 2012.
- [28] A. Adhikary et al., “Joint spatial division and multiplexing—The large-scale array regime,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 59, no. 10, pp. 6441–6463, Oct. 2013.
- [29] Y. Shi et al., “A compressive sensing based channel prediction scheme...,” in *Proc. WCSP*, China, 2021, pp. 1–6.
- [30] L. Lian, A. Liu, and V. K. Lau, “Exploiting dynamic sparsity for downlink FDD-massive MIMO channel tracking,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 67, no. 8, pp. 2007–2021, Apr. 2019.
- [31] L. Liu and W. Yu, “Massive connectivity with massive MIMO—Part I...,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 11, pp. 2933–2946, Jun. 2018.
- [32] A. K. Ghatak and S. Loka Nathan, *Quantum Mechanics: Theory and Applications*. Macmillan, 2004.
- [33] (Duplicate of [31]) — removed in clean list unless you want duplicates kept.
- [34] Y. Zhu et al., “OFDM-based massive grant-free transmission...,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 70, no. 7, pp. 4543–4558, Jul. 2022.
- [35] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H.-A. Loeliger, “Factor graphs and the sum-product algorithm,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 498–519, Feb. 2001.

- [36] J. S. Yedidia et al., “Constructing free-energy approximations and generalized belief propagation algorithms,” IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 51, no. 7, pp. 2282–2312, Jul. 2005.
- [37] D. Zhang et al., “Unifying message passing algorithms under constrained Bethe free energy,” IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 20, no. 7, pp. 4144–4158, Jul. 2021.
- [38] J. Cespedes et al., “Expectation propagation detection for high-order high-dimensional MIMO systems,” IEEE Trans. Commun., vol. 62, no. 8, pp. 2840–2849, Aug. 2014.
- [39] Z. Chen, F. Sohrabi, and W. Yu, “Sparse activity detection for massive connectivity,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 66, no. 7, pp. 1890–1904, Apr. 2018.
- [40] J. P. Vila and P. Schniter, “Expectation-maximization Gaussian-mixture approximate message passing,” IEEE Trans. Signal Process., vol. 61, no. 19, pp. 4658–4672, Oct. 2013.
- [41] S. Jaeckel et al., “QuaDRiGa: A 3-D multi-cell channel model with time evolution...,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 62, no. 6, pp. 3242–3256, Jun. 2014.
- [42] Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz, Ver. 16.1.0, 3GPP TR 38.901, Dec. 2019.
- [43] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, “Signal recovery from random measurements via OMP,” IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, Dec. 2007.
- [44] J.-F. Determe et al., “On the exact recovery condition of SOMP,” IEEE Signal Process. Lett., vol. 23, no. 1, pp. 164–168, Jan. 2015.
- [45] X. Dong, W.-S. Lu, and A. C. Soong, “Linear interpolation in pilot-symbol assisted channel estimation for OFDM,” IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 6, no. 5, pp. 1910–1920, May 2007.