

برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال برای مسیو MIMO با ساندینگ پرش فرکانسی

Yiming Zhu, Student Member, IEEE, Jiawei Zhuang, Gangle Sun, Student Member, IEEE, Hongwei Hou, Graduate Student Member, IEEE, Li You, Senior Member, IEEE, and Wenjin Wang, Member, IEEE

چکیده — در سامانه‌های مسیو چندورودی-چندخروجی (MIMO)، عملکرد لینک پایین‌رو به‌شدت به اطلاعات وضعیت کانال (CSI) وابسته است. به‌دلیل محدودیت توان ارسال، تجهیز کاربر همواره سیگنال‌های مرجع ساندینگ (SRS) را از طریق پرش فرکانسی به ایستگاه پایه ارسال می‌کند؛ این سیگنال‌ها برای برآورد CSI لینک بالا و سپس پیش‌بینی CSI لینک پایین به‌کار گرفته می‌شوند. این مقاله به بررسی برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال (JCEP) برای مسیو MIMO با ساندینگ پرش فرکانسی (FHS) می‌پردازد. به‌طور خاص، یک مدل کانال چند-ساب‌بندی (MS) در دامنه‌ی تأخیر-زاویه-دایر (DAD) با پایه‌های خارج از گرید (off-grid) ارائه می‌کنیم تا مشکل نشت انرژی برطرف شود. افزون بر این، مسئله‌ی JCEP با FHS را به‌صورت یک مسئله‌ی بردار اندازه‌گیری چندگانه (MMV) فرمول‌بندی می‌کنیم تا اشتراک CSI مشترک میان ساب‌بندهای مختلف تسهیل شود. برای حل این مسئله، یک الگوریتم کارآمد پیام‌گذاری هیبریدی چندساب‌بندی خارج‌ازگرید (Off-Grid-MS HMP) تحت چارچوب انرژی آزاد پته‌ی مقید (BFE) پیشنهاد می‌دهیم. با هدف رفع نبود CSI اولیه در سناریوهای عملی، الگوریتم پیشنهادی می‌تواند با کمینه‌سازی ترم‌های مربوط در عبارت BFE، ابرپارامترهای کانال را به‌صورت تطبیقی یاد بگیرد. به‌منظور کاهش پیچیدگی یادگیری ابرپارامترهای کانال، از تقریب‌های ماتریس‌های خارج‌ازگرید برای ساده‌سازی تخمین این ابرپارامترها استفاده می‌کنیم. نتایج عددی نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند مشکل نشت انرژی را مؤثرانه کاهش دهد و CSI مشترک میان ساب‌بندهای مختلف را استخراج کند و نسبت به روش‌های پیشرفته‌ی موجود، CSI دقیق‌تری به‌دست آورد.

واژگان کلیدی — برآورد کانال، پیش‌بینی کانال، پرش فرکانسی، سیگنال مرجع ساندینگ.

۱. مقدمه

سامانه‌ی MIMO-OFDM مسیو چندورودی-چندخروجی در سامانه‌های مخابراتی امروزی به‌طور گسترده به‌کار می‌رود؛ دلیل آن مزایای قابل توجهی مانند بازده طیفی و انرژی بالا، نرخ داده زیاد، و مقاومت قوی در برابر محوشدگی فرکانسی-انتخابی است [1]–[5]. در سامانه‌های massive MIMO-OFDM، تکنیک‌های مالتی‌پلکسینگ فضایی مانند پری‌کدینگ [6] و بیم‌فورمینگ [7] به‌شدت به اطلاعات دقیق وضعیت کانال (CSI) وابسته‌اند. با این حال، بودجه محدود پیلوت در سامانه‌های واقعی، چالش‌های جدی برای دستیابی به CSI دقیق ایجاد می‌کند. در سامانه‌های massive MIMO-OFDM مبتنی

بر دوپلکس زمان تقسیمی (TDD)، برای افزایش دقت در دستیابی به CSI با وجود بودجه محدود پیلوت، فرایند اخذ CSI معمولاً به دو مرحله تقسیم می‌شود: برآورد کانال لینک بالا بر اساس سیگنال‌های مرجع ساندینگ [8] (SRS)، پیش‌بینی کانال لینک پایین بر اساس کانال لینک بالای برآوردشده، برای رفع مشکلات انتقال ناشی از کهنگی CSI. به دلیل محدودیت توان ارسال UE، ایستگاه پایه ترجیح می‌دهد UE را طوری پیکربندی کند که با پرش فرکانسی (FHS) کانال را صدا کند [8]–[11]؛ این کار توان دریافتی را نسبت به ارسال SRS در پهنای باند کامل به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد. اما حالت FHS موجب می‌شود که ایستگاه پایه تنها قادر باشد بخشی از کانال تمام‌باند را در یک ارسال SRS تخمین بزند، و این موضوع نیاز به الگوریتم‌های قدرتمندتر برای استخراج CSI تمام‌باند ایجاد می‌کند. این مقاله انتقال SRS با پرش فرکانسی و بودجه پیلوت محدود را در نظر می‌گیرد و هدف آن طراحی الگوریتم‌های کارآمد برای برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال (JCEP) است.

A. کارهای پیشین و انگیزه‌ها

به دلیل تعداد محدود پخش‌کننده‌های محلی، کانال‌های واقعی در سامانه‌های massive MIMO-OFDM ذاتاً پراکندگی کم (sparsity) دارند [12]. از این رو، طرح‌های گوناگونی برای برآورد کانال مبتنی بر پراکندگی در ادبیات برای سامانه‌های massive MIMO-OFDM بررسی شده‌اند. بر اساس پراکندگی حوزه تأخیر-زاویه در کانال‌های massive MIMO-OFDM، نویسندگان در [3] روشی برای برآورد کانال بر پایه‌ی پیلوت‌های با شیف‌ت فاز قابل تنظیم ارائه کردند. با تکیه بر مفهوم پیشنهادی زیرفضای مشترک تأخیر-زاویه، یک روش بازایی سیگنال پراکنده برای برآورد کارآمد کانال ارائه شد [13]. همچنین با بهره‌گیری از ماهیت پراکنده کانال‌های موج میلی‌متری (mmWave)، یک برآوردگر کارآمد حلقه‌باز بر اساس الگوریتم OMP برای سامانه‌ی MIMO ترکیبی در mmWave پیشنهاد شد [14]. اخیراً روش‌های استنباط آماری برای بازایی کارآمد کانال‌های پراکنده توسعه یافته‌اند. نسخه‌های EM از الگوریتم‌های EP [15]، AMP، و Vector-AMP [16]، با بهره‌گیری از خاصیت پراکندگی کانال، کانال‌های massive MIMO-OFDM را برآورد می‌کنند. بر اساس چارچوب انرژی آزاد بتی مقید (BFE)، طرحی برای برآورد کانال در [17] ارائه شد که ساختار پراکنده و وابستگی زمانی کانال‌های massive MIMO-OFDM را با استفاده از یک مدل احتمالاتی مارکوف پنهان ثبت می‌کند. در [18] و [19]، طرح‌های اخذ CSI با در نظر گرفتن عوامل نامنظم و نقص‌ها پیشنهاد شده‌اند که با بهره‌گیری از پراکندگی پویا در کانال‌های massive MIMO

(FHS) با افت عملکرد روبه‌رو می‌شود. همین مسئله انگیزه اصلی پژوهش ما برای JCEP در سناریوهای مبتنی بر FHS است.

B. مشارکت‌های اصلی

با توجه به مباحث مطرح‌شده، این مقاله با هدف طراحی الگوریتم‌های کارآمد برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال (JCEP) با بهره‌گیری از ویژگی‌های سوندینگ با پرش فرکانسی (FHS) ارائه شده است. مشارکت‌های اصلی ما به شرح زیر است: اثبات رابطه بین وضوح حوزه پراکندگی و تعداد نمونه‌های کانال: نشان می‌دهیم که وضوح کانال حوزه پراکندگی مبتنی بر DFT متناسب با تعداد نمونه‌های کانال است. با توجه به اینکه در سناریوهای عملی تعداد نمونه‌های کانال در حوزه فرکانس-فضا-زمان (FST) محدود است، تحلیل می‌کنیم که مشکل نشت انرژی در کانال حوزه تأخیر-زاویه-دوپلر (DAD) مبتنی بر DFT اجتناب‌ناپذیر است. به همین دلیل، یک مدل کانال چند-ساب‌بندی (MS) در حوزه DAD با پایه off-grid پیشنهاد می‌کنیم تا این مشکل را برطرف کند. تبدیل مسئله JCEP با FHS به یک مسئله MMV تعمیم‌یافته: نشان می‌دهیم که کانال‌های مربوط به ساب‌بند‌های مختلف مستقل و هم‌توزیع (i.i.d.) هستند؛ بنابراین می‌توان مسئله JCEP با FHS را به صورت یک مسئله بردار چنداندازه‌گیری (MMV) فرمول‌بندی کرد. بدین ترتیب، می‌توان از ویژگی‌های آماری مشترک کانال در میان ساب‌بند‌ها استفاده کرد تا دقت استخراج CSI افزایش یابد. برای دستیابی به JCEP کارآمد، مسئله MMV را به صورت کمینه‌سازی انرژی آزاد بته (BFE) با قیود هیبریدی تقریب می‌زنیم تا میان قابلیت حل و دقت تعادل برقرار شود. ارائه الگوریتم کارآمد: Off-Grid-MS HMP بر پایه کمینه‌سازی BFE با قیود هیبریدی، الگوریتم پیام‌گذر هیبریدی Off-Grid-MS (HMP) را برای حل مسئله JCEP در شرایط FHS پیشنهاد می‌کنیم. برای رفع مشکل نبود CSI اولیه در سناریوهای عملی، الگوریتم پیشنهادی می‌تواند هایپرپارامترهای کانال را به صورت تطبیقی یاد بگیرد؛ این پارامترها با تغییر سناریوی کانال تغییر می‌کنند و معمولاً برای BS ناشناخته‌اند. همچنین، برای کاهش پیچیدگی محاسبه، تخمین هایپرپارامترهای off-grid را با استفاده از تقریب‌های ماتریس‌های off-grid سبک‌سازی می‌کنیم. باقی‌مانده این مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده است: بخش I مدل سیستم را معرفی می‌کند. بخش II صورت‌بندی مسئله JCEP را ارائه می‌دهد. بخش IV با چارچوب کمینه‌سازی انرژی آزاد بته (BFE) با قیود آغاز شده و الگوریتم JCEP با FHS را توسعه می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی در بخش IV ارائه شده و جمع‌بندی در بخش VI بیان می‌شود.

OFDM، مسیر را برای دستیابی دقیق CSI در سامانه‌های عملی TDD هموار می‌کند. در سامانه‌های مخابراتی عملی، اگر کانال‌های پیلوت آپلینک برآورد شده مستقیماً در تکنیک‌های چندگانه‌سازی فضایی برای ارسال داده‌های داون‌لینک استفاده شوند، مشکل کهنگی CSI به‌ویژه در شرایط تحرک بالا و زمان هم‌دوسی کوتاه رخ می‌دهد؛ زیرا CSI با تأخیر دریافت می‌شود و در این فاصله کانال تغییر کرده است. برای رفع مشکل کهنگی CSI، بیش‌تر پژوهش‌های مرتبط بر پیش‌بینی کانال تمرکز کرده‌اند؛ روشی که کانال‌های داده آینده داون‌لینک را با استفاده از همبستگی زمانی کانال‌های پیلوت گذشته پیش‌بینی می‌کند. روش‌های مختلفی برای پیش‌بینی کانال در سیستم‌های تک‌ورودی تک‌خروجی پیشنهاد شده‌اند، مانند روش‌های مبتنی بر مدل خودرگرسیون [20] (AR) و مدل جمع سینوس‌ها [21] (SOS) اخیراً تکنیک پیش‌بینی کانال به سامانه‌های massive MIMO-OFDM نیز گسترش یافته است. وجود آرایه‌های آنتنی بزرگ در massive MIMO فرصت‌های تازه‌ای برای پیش‌بینی کانال ایجاد می‌کند. به دلیل پایداری محیط پراکندگی، همبستگی قوی میان زیرحامل‌های مجاور و آنتن‌ها وجود دارد، که می‌توان آن را با تبدیل فوریه معکوس (IDFT) به کانال‌های با وضوح بالا در حوزه تأخیر-زاویه تبدیل کرد [2]–[4]. برخلاف روش‌های کلاسیک که تنها از همبستگی زمانی بهره می‌برند، در massive MIMO-OFDM روش‌های پیش‌بینی متعددی ارائه شده‌اند که از همبستگی فرکانسی، فضایی و زمانی استفاده می‌کنند [22]–[25]. نویسندگان [22] اثر نمایش‌های مختلف کانال را بر پیش‌بینی بررسی کردند و یک پیش‌بینی‌کننده AR کم‌پیچیدگی مبتنی بر sparsity کانال تأخیر-زاویه در سیستم‌های mmWave پیشنهاد دادند. برای مقابله با «نفرتین تحرک»، روش PDA بر پایه ساختار تأخیر-زاویه-دوپلر (DAD) ارائه شد [23]. در [24] یک روش پیش‌بینی پهن‌بند DAD پیشنهاد شد که شیفت‌های دوپلر را با روش Matrix Pencil استخراج می‌کند. با بهره‌گیری از همبستگی زمانی باقیمانده بین عناصر کانال—که ناشی از نشت انرژی است—روش ST-AR در [25] پیشنهاد شد. از این بررسی مروری روشن است که کارهای پیشین برآورد کانال و پیش‌بینی کانال را دو مازول مستقل در نظر می‌گیرند. اما در حقیقت، هر دو تحت عنوان استخراج CSI قرار می‌گیرند و تنها تفاوت آن‌ها محل زمانی CSI است: برآورد کانال، CSI فعلی را روی نمادهای پیلوت آپلینک استخراج می‌کند، پیش‌بینی کانال، CSI آینده را روی نمادهای داده داون‌لینک به دست می‌آورد. بنابراین، می‌توان این دو را به صورت مشترک انجام داد تا با بهره‌گیری از پراکندگی کانال‌های massive MIMO-OFDM، دقت استخراج CSI افزایش یابد. علاوه بر این، اکثر پژوهش‌های گذشته بر استخراج CSI با پیلوت‌های فول‌بند تمرکز داشته‌اند، در حالی که این روش در سامانه‌های دارای frequency hopping sounding

یافته به انتقال داده برابر NSC است. بنابراین، فاصله نمونه‌برداری سیستم، مدت زمان سمبل OFDM و مدت زمان CP به صورت زیر هستند:

$$T_{\text{sam}} = \frac{1}{N_{\text{FFT}} \Delta \phi}, T_{\text{sym}} = N_{\text{FFT}} T_{\text{sam}}, \text{ and } T_{\text{CP}} = N_{\text{CP}} T_{\text{sam}},$$

به ترتیب. به لطف تقارن کانال در سیستم‌های TDD، ایستگاه پایه (BS) می‌تواند CSI پایین دست را بر اساس SRS بالادست اندازه‌گیری کند. اگر ساندینگ کل باند (fullband) فقط با یک انتقال SRS انجام شود، به دلیل توان ارسالی محدود UE، توان دریافتی BS کم خواهد بود و این موضوع باعث کاهش دقت CSI می‌شود. برای افزایش توان دریافتی BS، در این مقاله پرش فرکانسی ساندینگ (FHS) را در نظر می‌گیریم؛ این روش مطابق با استاندارد 3GPP است [8] و در شکل 1 نشان داده شده است. پیکربندی FHS در حالت FHS: پهنای باند موجود به L زیرباند تقسیم می‌شود. فاصله فرکانسی میان زیرباندها برابر است با $\Delta F = \text{NSC} \Delta \phi / L$ عدد کامب (Comb) سمبل پایلوت برای مالی پلکس فرکانسی برابر NTC است. بنابراین در هر انتقال SRS $N = \text{NSCL} \text{NTCN}$ زیرحامل از یک زیرباند، در یک سمبل OFDM ساند می‌شود. فاصله زیرحامل‌ها در این حالت برابر است با $\Delta f = \text{NTC} \Delta \phi$ فرض می‌شود هر UE برای ساند کردن کل باند K بار اقدام می‌کند که نیازمند K انتقال SRS است. انتقال SRS شماره $(kL+1)$ مربوط به زیرباند شماره q است که مقدار آن بین $0 \leq q < L$ قرار دارد. مدل زمانی فاصله زمانی بین دو انتقال SRS متوالی برابر است با Δt فاصله زمانی بین دو ساندینگ کامل (fullband) متوالی برابر است با ΔT :

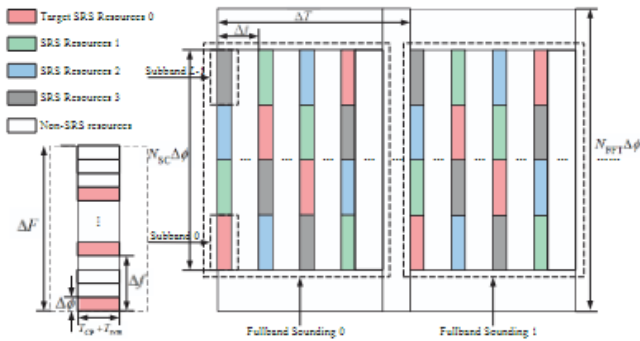
A. مدل سیگنال

با توجه به اینکه منابع SRS هدف، از نظر فرکانس، زمان و تقسیم گد با سایر منابع SRS ارتوگونال هستند، می‌توانیم فقط بر پردازش سیگنال روی منابع SRS مربوط به یک UE تمرکز کنیم، و سیگنال‌های سایر منابع SRS نیز به صورت همزمان و مشابه پردازش می‌شوند 10. بنابراین، سیگنال دریافتی ایستگاه پایه (BS) روی زیرباند m را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\mathbf{y}_l = \mathbf{S} \mathbf{g}_l + \mathbf{z}_l, \quad (1)$$

که در آن، مؤلفه $(nMK + mK + k)$ ام یعنی نمایانگر سیگنال دریافتی بین UE و آنتن m ام ایستگاه پایه روی زیرحامل n ام از منبع SRS شماره $(kL+1)$ است. ماتریس

نمادگذاری‌ها: ما از $\mathbf{v} = \mathbf{I} - \mathbf{v}$ برای نمایش واحد موهومی استفاده می‌کنیم. عبارت $\text{CN}(x; \mu, \tau)$ نشان‌دهنده توزیع گاوسی مختلط دایروی متقارن برای متغیر x با میانگین μ و واریانس τ است. i و j به ترتیب نشان‌دهنده مؤلفه m ام یک بردار و مؤلفه i، j یک ماتریس هستند $E[\cdot]$ و $V[\cdot]$ به ترتیب امید ریاضی و واریانس هستند $\text{Tr}\{\cdot\}$ عملگر رد (Trace) است $\text{Re}\{\cdot\}$ بخش حقیقی یک مقدار مختلط را می‌گیرد IM. ماتریس همبانی با ابعاد $M \times M$ است $1N$ و $0N$ به ترتیب بردار تمام یک و تمام صفر- N بعدی هستند $\text{diag}\{x\}$ ماتریسی قطری است که قطر اصلی آن برابر x است. اعداد اسکالر، بردارهای ستونی، و ماتریس‌ها به ترتیب با حروف کوچک، کوچک بولد و بزرگ بولد نمایش داده می‌شوند. توان‌های $T(\cdot)$ ، $H(\cdot)$ و $(\cdot)^*$ به ترتیب نشان‌دهنده ترانواده، مزدوج، و مزدوج-ترانواده یک بردار یا ماتریس هستند. مجموعه‌های R، C، Z، B به ترتیب نمایانگر میدان اعداد حقیقی، مختلط، صحیح و باینری هستند. عملگر ضرب کرونکر است. توابع دلتا Dirac و Kronecker به ترتیب با $\delta(\cdot)$ و $\delta[\cdot]$ نمایش داده می‌شوند. همچنین، $\|\cdot\|_F$ نورم فروبنیوس است.



شکل ۱. پیکربندی SRS

II. مدل سیستم

این مقاله یک سیستم TDD massive MIMO-OFDM را در نظر می‌گیرد. ایستگاه پایه (BS) با یک آرایه صفحه‌ای یکنواخت (UPA) چندین کاربر (UE) را که هر یک مجهز به یک آنتن همه‌جهته‌اند، سرویس‌دهی می‌کند. آرایه UPA شامل $M = M_v$ آنتن است که در آن M_v آنتن در راستای عمودی، و M_h آنتن در راستای افقی قرار گرفته‌اند، و فاصله میان آنتن‌ها برابر نصف طول موج است. پیش از ارسال، سیگنال با OFDM مدوله می‌شود که شامل NFFT: زیرحامل با فاصله فرکانسی $\Delta \phi$ ، و پیشوند خرجه‌ای (CP) با طول NCP است. تعداد زیرحامل‌های اختصاص

$$g_l = \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} a(\tau, \theta, \varphi, \nu) \mathbf{w}(\tau, \theta, \varphi, \nu) \psi_l(\tau, \nu) d\nu d\varphi d\theta d\tau, \quad (3)$$

عنصر $(nMK+mK+k)$ ام یعنی همان FSTCR بین UE و آنتن m ام BS روی زیرجمله n ام از منبع SRS شماره $(kL+1)(kL+1)(kL+1)$ توجه کنید که آنتن m ام ایستگاه پایه متناظر با آنتنی با اندیس عمودی mv و اندیس افقی mh است که به صورت $mv Mh + hm = m$ می شود. برای اختصار، تعریف می کنیم: $\mathbf{w}(\tau, \theta, \varphi, \nu) \triangleq \mathbf{b}(\tau) \otimes \mathbf{c}_v(\theta) \otimes \mathbf{c}_h(\varphi; \theta)$. $\mathbf{c}_h, \mathbf{c}_v(\theta) \in \mathbf{CM}_v$ و $\mathbf{b}(\tau) \in \mathbf{CN}$ بردارهای $(\varphi; \theta) \otimes d(\nu)$. $d(\nu) \in \mathbf{CK}_d$ و $\mathbf{K}_d(\nu) \in \mathbf{CK}_d$ بردارهای جهت دهی در حوزه تأخیر، زاویه ارتفاع، زاویه سمتی و داپلر هستند و 23 و 25 آنها به صورت زیر تعریف می شوند:

$$[\mathbf{c}_v(\theta)]_n \triangleq e^{-j\pi n \cos \theta}, \quad [\mathbf{c}_h(\varphi; \theta)]_n \triangleq e^{-j\pi n \sin \theta \cos \varphi}.$$

اختلاف فاز زیرباند ام به صورت زیر تعریف می شود: $\psi_l(\tau, \nu) \triangleq e^{-j2\pi(\Delta t \nu - q_l \Delta f \tau)}$ هر عنصر از FSTCRV شامل جمعی از کانال های تمام مسیره است، که منجر به غیراسپاریسی بودن کانال در حوزه FST شده و چالشی بزرگ برای تخمین و پیش بینی کانال با سریار پایلوت محدود ایجاد می کند. با توجه به همبستگی بالا ناشی از محیط پراکندگی محدود در [12] MIMO-OFDM، می توان از ماتریس بردار ویژه (eigenvector matrix) برای جداسازی (decouple) FSTCRV و تبدیل آن به یک حوزه اسپارس استفاده کرد. ماتریس های بردار ویژه متداول برای: پاسخ کانال در حوزه فرکانس در OFDM، پاسخ کانال در حوزه فضا در آرایه ULA، پاسخ کانال در حوزه زمان با نمونه برداری یکنواخت، همگی توسط ماتریس DFT بیان می شوند و 27 و 29 بردار پاسخ کانال در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر (DADCRV) روی زیرباند ام بر اساس DFT، که با $\{C\}^N \{N M Kh^{-1} \in \mathbf{CNMK} \text{ } h^{-1} \in \mathbf{CNMK}\}$ نشان داده می شود، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{h}_l = (\mathbf{F}_N^H \otimes \mathbf{F}_{M_v}^H \otimes \mathbf{F}_{M_h}^H \otimes \mathbf{F}_K) \mathbf{g}_l \quad (4)$$

$$= \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} a(\tau, \theta, \varphi, \nu) \mathbf{w}(\tau, \theta, \varphi, \nu) \psi_l(\tau, \nu) d\nu d\varphi d\theta d\tau,$$

که در آن \mathbf{F}_N و \mathbf{F}_N^{-1} به ترتیب ماتریس DFT و DFT با شیف فاز هستند،

که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$[\mathbf{F}_N]_{i,j} \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{ij}{N}} \text{ and } [\mathbf{F}_N]_{i,j} \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi \frac{i(j-M/2)}{N}}.$$

پایلوت $S = \text{diag}\{s\}$ بوده و مؤلفه $(nMK+mK+k)$ ام بردار $s \in \mathbf{CNMK}$ برابر است. توجه کنید که توان سمبل های پایلوت برابر ۱ است، یعنی $SSH = \mathbf{INMK}$. بردار \mathbf{g} پاسخ کانال در دامنه فرکانس-فضا-زمان (FSTCRV) را نشان می دهد که شکل دقیق آن در بخش II-B توضیح داده خواهد شد. بردار \mathbf{z} نویز مختلط گاوسی روی زیرباند است که مؤلفه $(nMK+mK+k)$ ام آن دارای توزیع گاوسی مختلط با واریانس σ_z و میانگین صفر است $\mathbf{z} \sim \mathbf{CN}(0, \sigma_z)$.

B. مدل کانال

یک کانال massive MIMO-OFDM را در نظر می گیریم که در آنسیگنال های ارسالی از طریق مسیره های چندگانه (Multipath) به آنتن های گیرنده می رسند. برای توصیف یک مسیر خاص، یک چهارگانه DAD تعریف می کنیم $(\tau, \theta, \varphi, \nu)$: که در آن $\tau \in (0, \tau_{\max}]$ تأخیر مسیر $\theta \in [0, \pi]$ زاویه ارتفاعی ورود (Elevation AoA) $\varphi \in [0, \pi]$ زاویه سمتی ورود $\nu \in [v_{\min}, v_{\max}]$ شیف داپلر بر اساس مدل سازی کانال در 25، مسیره های فیزیکی با مقادیر DAD مشابه را ترکیب کرده و یک مسیر مجازی تعریف می کنیم که باعث گروه بندی و جداسازی نسبی مسیره ها می شود. پس از ساخت مسیره های مجازی، بهره مختلط یک مسیر مشخص بین UE و BS را به صورت تابعی از DAD تعریف می کنیم $a(\tau, \theta, \varphi, \nu)$: فرض می کنیم کانال چندمسیره از مدل ریلی غیرهمبسته (Uncorrelated Rayleigh Fading) پیروی می کند. بنابراین مسیره های متفاوت مستقل هستند و بهره مختلط مسیر $a(\tau, \theta, \varphi, \nu)$ باید برقرار کند 26, 3:

$$E[a(\tau, \theta, \varphi, \nu) a^*(\tau', \theta', \varphi', \nu')] = A(\tau, \theta, \varphi, \nu) \delta(\tau - \tau') \delta(\theta - \theta') \delta(\varphi - \varphi') \delta(\nu - \nu'), \quad (2)$$

که در آن $A(\tau, \theta, \varphi, \nu)$ طیف توان DAD بین UE و BS را نشان می دهد. در مقایسه با ضرایب محوشدگی (Fading Coefficients)، پارامترهای فیزیکی کانال مانند تأخیرها، زاویه ها و شیف داپلر بسیار آهسته تر تغییر می کنند. پیش از معرفی مدل کانال، این فرض را بیان می کنیم که زمان ایستای کانالی یعنی بازه ای که در آن پارامترهای فیزیکی ثابت هستند از زمان ساندینگ $K\Delta T$ طولانی تر است، همان طور که در [24] اشاره شده است. بنابراین محیط پراکندگی تقریباً ثابت می ماند و پارامترهای فیزیکی کانال را می توان در طول ساندینگ به عنوان ثابت نسبت به ضرایب فیدینگ در نظر گرفت. بر این اساس، بردار پاسخ کانال در حوزه فرکانس-فضا-زمان (FSTCRV) روی زیرباند به شکل زیر نوشته می شود 26, 3:

چون $0 \leq \tau < 1/\Delta f$ و $0 \leq n < N$ داریم $-1 < \Delta f \tau - n/N < 1$ بنابراین خصوصیت زیر را ارضا می‌کند:

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{N}} [\bar{b}(\tau)]_n = \begin{cases} 1, & \tau = \tau_n^N, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} = \delta[\tau - \tau_n^N]. \quad (8)$$

استنتاج سایر توابع نمونه‌برداری نیز الگوی مشابهی را دنبال می‌کند. این موضوع اثبات را کامل می‌سازد. با الهام از لم ۱، در حالت بی‌نهایت، پاسخ حوزه تأخیر-زاویه-دابلر (DADCR) مبتنی بر DFT معادل با نمونه‌برداری روی نقاط شبکه ثابت در حوزه DAD است، که با جایگذاری تقریب‌های نامتناهی توابع نمونه‌برداری در رابطه‌ی (4) به دست می‌آید. علاوه بر این، با افزایش بعد ماتریس DFT، فاصله‌ی بین شبکه‌های نمونه‌برداری کاهش می‌یابد؛ این موضوع نشان می‌دهد که در شرایط بی‌نهایت، شبکه‌های نمونه‌برداری می‌توانند دقیقاً با مقادیر واقعی منطبق شوند و هیچ نشت انرژی رخ نمی‌دهد.

C. پایه خارج از شبکه برای کانال حوزه تأخیر-زاویه-دابلر

در سناریوهای عملی، شرط بی‌نهایت اغلب قابل تحقق نیست، به دلایل زیر: در سناریوهای FHS، پهنای باند کامل به LLL زیرباند با تعداد محدود زیرحامل تقسیم می‌شود. به دلیل هزینه، معمولاً با تعداد آنتن محدود پیکربندی می‌شود. در سناریوهای با تحرک متوسط یا زیاد، تعداد نمونه‌های حوزه زمان روی بازه ایستایی محدود است. بنابراین، فواصل نمونه‌برداری مبتنی بر DFT ممکن است به اندازه کافی کوچک نباشند و ممکن است شبکه نمونه‌برداری با مقادیر واقعی منطبق نشود. این حالت خارج از شبکه (off-grid) می‌تواند به مشکل نشت انرژی منجر شود (30) برای نمایش بهتر مشکل نشت انرژی در حالت محدود، نمونه حوزه تأخیر را بررسی می‌کنیم. در شکل ۲(a)، منحنی‌های تابع $|[\bar{b}(\tau)]_n|$ برای شاخص‌های مختلف n با خطوط نقطه‌چین نشان داده شده‌اند. تأخیر روی شبکه $\tau_{on} = \tau - 2N \setminus \tau$ با خط قرمز و تأخیر خارج از شبکه با خط آبی مشخص شده‌اند. در حالت روی شبکه، تنها دامنه مربوط به همان نقطه تأخیری غیرصفر است) مطابق خطوط قرمز شکل ۲(b). اما در حالت خارج از شبکه، انرژی به همه نقاط شبکه نشت پیدا می‌کند) مطابق خطوط آبی در شکل ۲(b). تحلیل‌های مشابه در حوزه زاویه و دابلر به دلیل محدودیت فضا حذف شده‌اند. بر اساس تحلیل‌های فوق، مشکل نشت انرژی موجب کاهش sparsity و افزایش مؤلفه‌های چندمسیره در نقاط شبکه حوزه DAD می‌شود، که چالش‌های مهمی را برای تخمین و پیش‌بینی کانال ایجاد می‌کند. ما فرض می‌کنیم که محیط پراکندگی شامل P مسیر در مجموع است. تأخیرها، زوایا و

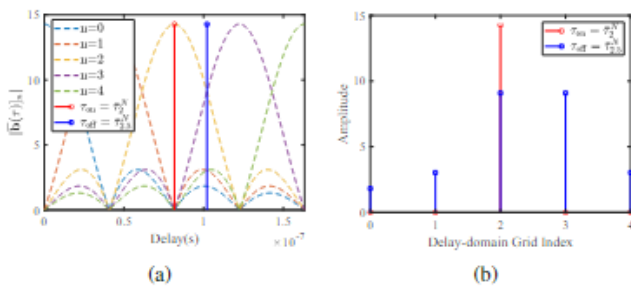
$$\bar{\mathbf{w}}(\tau, \theta, \varphi, \tau) = \bar{\mathbf{b}}(\tau) \otimes \bar{\mathbf{c}}_v(\theta) \otimes \bar{\mathbf{c}}_h(\varphi; \theta) \otimes \bar{\mathbf{d}}(\nu), \quad (5)$$

$$\text{where } \bar{\mathbf{b}}(\tau) = \mathbf{F}_N^H \mathbf{b}(\tau), \quad \bar{\mathbf{c}}_v(\theta) = \mathbf{F}_{M_v}^H \mathbf{c}_v(\theta), \quad \bar{\mathbf{c}}_h(\varphi; \theta) = \mathbf{F}_{M_v}^H \mathbf{c}_h(\varphi; \theta), \quad \bar{\mathbf{d}}(\nu) = \mathbf{F}_K \mathbf{d}(\nu).$$

$$[\bar{\mathbf{b}}(\tau)]_n = f_N(\Delta f \tau - n/N), \quad (6)$$

$$f_N(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j\pi(N-1)x} \frac{\sin(\pi Nx)}{\sin(\pi x)}. \quad (7)$$

بر اساس ساده‌سازی فوق، تابع $[\bar{b}(\tau)]_n$ را می‌توان به عنوان یک تابع نمونه‌برداری Sinc [25] در حوزه تأخیر در نظر گرفت و نقطه اوج آن برابر است با $(\tau - n/N, N)$ که در آن توجه کنید که $n \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{Z} \setminus \{Z\}$ را تأخیر روی شبکه on-grid delay و $n \in \mathbb{Z} \setminus \{Z\}$ را تأخیر خارج از شبکه off-grid delay) تعریف می‌کنیم. به طور مشابه، توابع $[\bar{c}_h(\varphi; \theta)]_m$ نیز می‌توانند به عنوان توابع نمونه‌برداری Sinc در حوزه زاویه ارتفاع، زاویه سمتی، و دابلر در نظر گرفته شوند، که شبکه‌های نمونه‌برداری آن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند: $\theta - m \nu M \nu = \arccos(2m \nu M \nu - 1)$ $M \nu = \arccos((M \nu)$ ، ویژگی حدی (asymptotical) توابع نمونه‌برداری مبتنی بر DFT را تحلیل می‌کنیم، همان‌طور که در لم ۱ خلاصه شده است. لم 1: در حالت بی‌نهایت، توابع نمونه‌برداری به صورت مجانبی برابر با توابع دلتا کرونگر می‌شوند. برهان: از آنجا که توابع نمونه‌برداری حالت‌های خاصی از تابع $f_N(x)$ هستند، ابتدا $f_N(x)$ را تحلیل می‌کنیم.



شکل ۲. نمایش مسئله نشت انرژی بر پایه DFT با $N = 204$ و $\Delta f = 120$ kHz: (الف) منحنی‌های تابع $|[\bar{b}(\tau)]_n|$ برای تأخیر روی شبکه و تأخیر خارج از شبکه $\tau_{on} = \tau - 2.5N$ (ب) دامنه‌های متناظر شبکه‌های حوزه تأخیر در حالت روی شبکه و خارج از شبکه.

وقتی NNN به بی‌نهایت میل می‌کند، x غیرصفر است اگر و تنها اگر x عددی صحیح باشد. برای مثال $[\bar{b}(\tau)]_n$ را در نظر بگیرید،

شیفت‌های داپلر واقعی توسط $\{ \tau_p, \theta_p, \varphi_p, \nu_p \}_{p=0}^{P-1}$ نمایش داده می‌شوند. شبکه‌های نمونه‌برداری حوزه DAD نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

- $\{ \tau_n \}_{n=0}^{N-1}$ برای حوزه تأخیر
- $\{ \theta_{mv} \}_{mv=0}^{M^v-1}$ برای زاویه ارتفاع
- $\{ \varphi_{mh} \}_{mh=0}^{M^h-1}$ برای زاویه آزیموت
- $\{ \nu_k \}_{k=0}^{K-1}$ برای حوزه داپلر

که در آن N^v, M^h, M^v, K^v تعداد نقاط شبکه هستند که به صورت یکنواخت کل حوزه DAD را پوشش می‌دهند. برای سادگی، ما اندیس‌های شبکه DAD را حذف کرده و $M^v = M^h M^v$ را تعریف می‌کنیم. برای برآورده کردن نیازهای پیش‌بینی کانال حوزه زمان، مقدار $K^v = S_v K$ انتخاب می‌شود تا تخمین پارامترهای داپلر با دقت بیشتری انجام شود، که در آن S_v عامل است در حوزه تأخیر زاویه، مقادیر $N^v = N$ ، $M^v = M$ ، و $M^h = M$ در نظر گرفته می‌شوند تا در بخش IV-C کاهش پیچیدگی تسهیل شود. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، فرض قرارگیری دقیق مقادیر واقعی روی شبکه‌های ثابت حوزه DAD غیرعملی است. بنابراین، ما مدل خارج از شبکه (off-grid) را معرفی می‌کنیم تا فاصله بین مقادیر واقعی و نقاط شبکه کاهش یابد، که به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$x_p = \bar{x}_{n_p} + y_{n_p}, y_{n_p} \in \left[\frac{\bar{x}_{n_p-1} - \bar{x}_{n_p}}{2}, \frac{\bar{x}_{n_p+1} - \bar{x}_{n_p}}{2} \right), \quad (9)$$

که در آن $x \in \{ \tau, \theta, \varphi, \nu \}$ و $y \in \{ \alpha, \beta, \gamma, \eta \}$ هستند. \bar{x}_{n_p} نزدیک‌ترین نقطه شبکه نمونه‌برداری به x_p است و y_{n_p} نیز فاصله خارج از شبکه (off-grid gap) را نشان می‌دهد. با تبدیل بردارهای جهت‌دهی (steering vectors) به ماتریس‌ها بر اساس ترتیب اندیس‌های شبکه نمونه‌برداری، می‌توان ماتریس‌های خارج از شبکه متناظر را به دست آورد. این ماتریس‌ها عبارت‌اند از $B(\alpha)$ برای حوزه تأخیر $C_v(\beta)$ ، برای حوزه زاویه ارتفاع $Ch(\gamma)$ ، برای حوزه زاویه آزیموت $D(\eta)$ ، برای حوزه داپلر که هر کدام با بردار آبرپارامترهای خارج از شبکه $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ و تعریف می‌شوند و به صورت زیر داده شده‌اند:

$$[B(\alpha)]_{:,n} \triangleq b(\bar{\tau}_n + \alpha_n), [C_v(\beta)]_{:,m_v} \triangleq c_v(\bar{\theta}_{m_v} + \beta_{m_v}), [Ch(\gamma)]_{:,m_h} \triangleq c_h(\bar{\varphi}_{m_h} + \gamma_{m_h}), \text{ and } [D(\eta)]_{:,k} \triangleq d(\bar{\nu}_k + \eta_k).$$

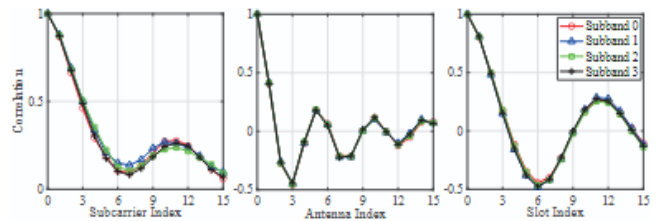
توضیح ۱: ماتریس تبدیل DFT یک حالت ویژه از ماتریس‌های خارج از شبکه بالا است، زمانی که مقادیر واقعی دقیقاً با شبکه نمونه‌برداری یکنواخت منطبق باشند و تعداد نقاط نمونه‌برداری

نیز با تعداد مشاهدات برابر باشد. بنابراین، تبدیل بین بردار پاسخ کانال در حوزه فرکانس-فضا-زمان g و بردار پاسخ کانال در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر مبتنی بر ماتریس خارج از شبکه دقیق h به صورت زیر داده می‌شود:

$$g_l = \bar{W}(\omega) \bar{h}_l, \quad (10)$$

where $\omega \triangleq [\alpha^T, \beta^T, \gamma^T, \eta^T]^T$. $\bar{W}(\omega) \triangleq B(\alpha) \otimes C(\beta, \gamma) \otimes D(\eta)$ denotes the accurate DAD-domain off-grid matrix and $C(\beta, \gamma) \triangleq C_v(\beta) \otimes C_h(\gamma)$.

توضیح ۲: مدل کانال (۱۰) می‌تواند با جایگذاری ماتریس خارج از شبکه حوزه داپلر $D(\eta)$ با ماتریس همانی I_K ، به مدل کانال حوزه تأخیر-زاویه در [19] تنزل یابد؛ و همچنین با جایگذاری ماتریس خارج از شبکه حوزه تأخیر $B(\alpha)$ با ماتریس همانی I_N ، بیشتر به مدل کانال حوزه زاویه در [30] تنزل پیدا کند.



شکل ۳. همبستگی فرکانسی، فضایی و زمانی زیرباندهای مختلف.

برای ایجاد توازن میان قابلیت حل و دقت، ماتریس دقیق خارج از شبکه در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر با استفاده از بسط سری تیلور تقریب زده می‌شود به صورت:

$$W(\omega) = W + \dot{W}_\alpha \text{diag}\{R_\alpha \alpha\} + \dot{W}_\beta \text{diag}\{R_\beta \beta\} + \dot{W}_\gamma \text{diag}\{R_\gamma \gamma\} + \dot{W}_\eta \text{diag}\{R_\eta \eta\}, \quad (11)$$

where $W \triangleq \bar{W}(0_{\bar{N}\bar{M}\bar{K}})$ denotes the transform matrix without off-grid hyper-parameters. \dot{W}_x is the first-order partial derivation of W concerning $x \in \{ \tau, \theta, \varphi, \nu \}$. $R_\alpha \triangleq I_{\bar{N}} \otimes 1_{\bar{M}_v \bar{M}_h \bar{K}}$, $R_\beta \triangleq 1_{\bar{N}} \otimes I_{\bar{M}_v} \otimes 1_{\bar{M}_h \bar{K}}$, $R_\gamma \triangleq 1_{\bar{N} \bar{M}_v} \otimes I_{\bar{M}_h} \otimes 1_{\bar{K}}$, and $R_\eta \triangleq 1_{\bar{N} \bar{M}_v \bar{M}_h} \otimes I_{\bar{K}}$.

III. فرمول‌بندی مسئله

در این بخش، ابتدا ویژگی‌های آماری زیرباندها را تحلیل کرده و مسئله JCEP چندزیرباندی (MS-JCEP) را به صورت یک مسئله بردار چندمشاهده‌ای تعمیم‌یافته (MMV) فرمول‌بندی می‌کنیم. سپس یک مدل احتمالاتی توسعه داده و مسئله بیشینه‌سازی پسین (MAP) متناظر را ارائه می‌دهیم.

A. فرمول بندی مسئله JCEP

حالت FHS (تست کانال با پرش فرکانسی) مفهوم زیرباندها را معرفی می کند، که ما را ترغیب می کند ویژگی های آماری چندزیربندی را برای دستیابی به دقت بالاتر در CSI بررسی کنیم. همبستگی فرکانسی، فضایی و زمانی میان زیرباندهای مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است و بیان می کند که زیرباندها همبستگی مشترک دارند. این مشاهده در گزاره زیر رسمی سازی می شود.

گزاره ۱ ویژگی های آماری زیرباندها، یعنی $E[gl|H]$ ، مستقل از شاخص زیرباند هستند. اثبات: ماتریس همبستگی بردار پاسخ کانال در حوزه زمان-فضا-فرکانس (FSTCRV) روی زیرباند ۱ به صورت زیر داده شده است:

$$E[g_l(g_l)^H] \stackrel{(a)}{=} \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} A(\tau, \theta, \varphi, \nu) \cdot w(\tau, \theta, \varphi, \nu) (w(\tau, \theta, \varphi, \nu))^H d\nu d\varphi d\theta d\tau, \quad (12)$$

که در آن، رابطه (a) با قرار دادن معادله (2) در عبارت $E[gl|H]$ و ساده سازی آن به دست می آید. این امراثبات را کامل می کند. پس از تحلیل ویژگی آماری یک زیرباند، اکنون به بررسی همبستگی بین زیرباندهای مختلف می پردازیم، که در گزاره ۲ خلاصه شده است.

گزاره ۲ در سناریوهای دارای پراکندگی غنی، مؤلفه های یکسان کانال در زیرباندهای مختلف مستقل از یکدیگر هستند.

اثبات: همبستگی بین عناصر یکسان کانال در زیرباندهای مختلف به شکل زیر بیان می شود:

$$E[g_{nmkl} g_{nmkl}^*] = \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} A(\tau, \theta, \varphi, \nu) \cdot \psi_l(\tau, \nu) \psi_l^*(\tau, \nu) d\nu d\varphi d\theta d\tau. \quad (13)$$

به طور قابل توجهی، همبستگی $E[g_{nmkl} g_{nmkl}^*]$ در سناریوهای دارای پراکندگی غنی برابر با صفر است، بر اساس قضیه حد مرکزی [31] این امراثبات را کامل می کند. گزاره ۱ و گزاره ۲ نشان می دهند که یکسان ترین عناصر کانال در زیرباندهای مختلف، مستقل و هم توزیع (i.i.d.) هستند. بر این اساس، می توان مسئله JCEP چندزیربندی (MS JCEP) را به صورت یک مسئله MMV تعمیم یافته مدل سازی کرد. در نتیجه: می توان استخراج CSI هر زیرباند را به صورت مستقل

انجام داد، در حالی که از ویژگی های آماری مشترک کانال بین زیرباندها نیز بهره برداری می شود، که این امر می تواند کارایی JCEP را به شکل قابل توجهی افزایش دهد. همچنین فرض می شود که UE دنباله SRS یکسانی را در تمام زیرباندها ارسال می کند. بنابراین، بردارهای سیگنال دریافتی در زیرباندهای مختلف را می توان در یک ماتریس واحد به صورت زیر جمع کرد، $Y = [y_1, y_2, \dots, y_L]$ یعنی:

$$Y = SW(\omega)H + Z, \quad (14)$$

که در آن H ماتریس پاسخ کانال در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر (DADCRM) بر پایه ماتریس تقریب زده off-grid است، که عنصر $(n^{\sim} m^{\sim} k^{\sim} + m^{\sim} k^{\sim} + k^{\sim}, l)$ ام آن برابر است همچنین $G \triangleq W(\omega)H$ ماتریس پاسخ کانال در حوزه فرکانس-فضا-زمان (FSTCRM) است. شایان ذکر است که مطابق گزاره ۱، ماتریس تبدیلات $W(\omega)W(\omega)W(\omega)$ در میان DADCRM های زیرباندهای مختلف مشترک است.

نکته ۳: به طور خاص، هنگامی که حالت FHS غیرفعال باشد، یعنی $L=1$ ، مسئله JCEP تک زیربندی (SS) را می توان به صورت یک مسئله تک برداری اندازه گیری (SMV) مدل سازی کرد که حالت ویژه ای از مسئله MMV است.

B. مدل احتمالاتی: بر اساس مدل سیگنال دریافتی در رابطه (14)، ابتدا تابع انتقال کانال را برای توصیف فرآیند انتقال سیگنال ارائه می کنیم و سپس مدل آماری پیشین کانال را برای نمایش خاصیت کم پراکندگی (sparsity) کانال در حوزه DAD معرفی می نماییم. پس از مدل سازی احتمالاتی، مسئله MMV را می توان به صورت یک مسئله تخمین بیشینه پسین (MAP) فرموله کرد.

1. تابع انتقال کانال: بر مبنای مدل سیگنال دریافتی در رابطه (14)، تابع انتقال کانال به صورت زیر بیان می شود:

$$p(Y|H; \omega) = p(Y|G) p(G|H; \omega). \quad (15)$$

به دلیل استقلال بین مؤلفه های نویز، تابع درست نمایی $p(Y|G)$ را می توان به صورت زیر فاکتورگیری کرد:

$$p(Y|G) = \prod_{n,m,k,l} p(y_{nmkl} | g_{nmkl}) = \prod_{n,m,k,l} \mathcal{CN}(y_{nmkl}; s_{nmk} g_{nmkl}, \sigma_z). \quad (16)$$

با در نظر گرفتن شرایط مقیاس بزرگ، تابع شرطی $p(\mathbf{G}|\mathbf{H};\omega)$ را می توان به صورت زیر فاکتورگیری کرد:

$$p(\mathbf{G}|\mathbf{H};\omega) = \prod_{n,m,k,l} p(g_{nmkl}|\mathbf{h}_l;\omega) \\ = \prod_{n,m,k,l} \delta(g_{nmkl} - (\mathbf{w}_{nmk}(\omega))^T \mathbf{h}_l), \quad (17)$$

که در آن \mathbf{h}_l بردار ستون یکم از \mathbf{H} است و $\mathbf{w}_{nmk}(\omega)$ سطر $(nMK+mK+k)$ ام ماتریس $\mathbf{W}(\omega)$ می باشد. برای تسهیل یادگیری هایپرپارامترها، تابع فاکتور $p(g_{nmk}, l|\mathbf{h}_l; \omega)$ به صورت یک توزیع گاوسی مختلط با واریانس در حال میل به صفر تقریب می زنیم، یعنی $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \mathcal{CN}(g_{nmk}, l; (\mathbf{w}_{nmk}(\omega))^T \mathbf{h}_l, \epsilon)$: [32].

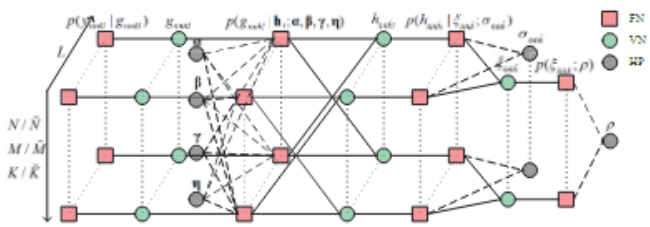


Fig4. نمودار فاکتور مربوط به نتیجه فاکتورگیری PDF مشترک. مربع های قرمز نشان دهنده گره های فاکتور، دایره های سبز نشان دهنده گره های متغیر، و دایره های خاکستری نشان دهنده هایپرپارامترها هستند.

2. مدل آماری پیشین کانال: پس از مدل سازی آف گرید کانال های حوزه تأخیر-زاویه-دایر (DAD)، مشکل نشت انرژی به طور مؤثری برطرف می شود. در مقایسه با عناصر ماتریس پاسخ کانال در حوزه DAD با پایه DFT، عناصر همان ماتریس با پایه آف گرید استقلال و پراکندگی (sparseness) بهتری نشان می دهند، زیرا شامل مؤلفه های چندمسیره کمتری هستند. برای توصیف استقلال و پراکندگی، توزیع برنولی-گاوسی شرطی مستقل و نامتجانس (i.i.d. BG) را برای عناصر ماتریس \mathbf{H} معرفی می کنیم، به صورت زیر:

$$p(\mathbf{H}|\xi; \sigma) = \prod_{\tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}, l} p(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}l}|\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}; \sigma_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}) \\ = \prod_{\tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}, l} (\delta[\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} - 1] \mathcal{CN}(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}l}; 0, \sigma_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}) + \delta[\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}] \delta(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}l})), \quad (18)$$

که در آن ξ_{nmk} و σ_{nmk} به ترتیب عناصر $(n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim)$ ام بردار نشانگر حالت $\xi \in$

$B^{\tilde{N}\tilde{M}\tilde{K}}$ و بردار واریانس پیشین $\sigma \in R^{\tilde{N}\tilde{M}\tilde{K}}$ هستند. توجه کنید که عناصر کانال در حوزه DAD مربوط به زیرباندهای مختلف می توانند به طور مستقل پردازش شوند و نشانگر حالت و واریانس پیشین یکسانی را به اشتراک می گذارند. تابع چگالی احتمال (PDF) ξ از توزیع برنولی پیروی می کند و به صورت زیر است [34]:

$$p(\xi; \rho) = \prod_{\tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}} (\rho \delta[\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} - 1] + (1 - \rho) \delta[\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}]), \quad (19)$$

که در آن ρ احتمال فعال بودن پیشین است.

3. مسئله برآورد بیشینه پسین (MAP)

مسئله برآورد مشترک کانال و پیش بینی (JCEP) بر اساس مدل سیگنال دریافتی (۱۴)، این است که ماتریس کانال در حوزه DAD یعنی HHH را با داشتن ماتریس سیگنال دریافتی YYY و ماتریس پیلوت SSS تخمین بزنیم. با ترکیب مدل احتمالاتی فوق، برآوردگر بهینه MAP کانال به صورت زیر بیان می شود: $\hat{\mathbf{H}}^{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{H}} p(\mathbf{H}|\mathbf{Y}; \omega, \sigma, \rho)$ هدف، بیشینه سازی احتمال پسین کانال با توجه به مشاهدات و آبرپارامترهای مدل است.

$$\hat{\mathbf{H}} = \arg \max_{\mathbf{H}} \sum_{\xi} \int p(\mathbf{G}, \mathbf{H}, \xi | \mathbf{Y}; \omega, \sigma, \rho) d\mathbf{G} \\ = \arg \max_{\mathbf{H}} \frac{1}{Z(\mathbf{Y})} \sum_{\xi} \int p(\mathbf{Y}, \mathbf{G}, \mathbf{H}, \xi; \omega, \sigma, \rho) d\mathbf{G} \quad (20) \\ = \arg \max_{\mathbf{H}} \sum_{\xi} \int p(\mathbf{Y}|\mathbf{G}) p(\mathbf{G}|\mathbf{H}; \omega) p(\mathbf{H}|\xi; \sigma) p(\xi; \rho) d\mathbf{G},$$

که در آن $Z(\mathbf{Y})$ ثابت نرمال سازی را نشان می دهد و $p(\mathbf{Y}, \mathbf{G}, \mathbf{H}, \xi; \omega, \sigma, \rho)$ نیز چگالی احتمال مشترک متناظر است. با توجه به فاکتورگیری انجام شده برای PDF مشترک، گراف فاکتور مربوطه در شکل ۴ رسم شده است تا تجسم مدل احتمالاتی ساده تر شود.

طبق رابطه (۲۰)، برآوردگر بهینه MAP کانال نیازمند محاسبه حاشیه ها از PDF مشترک است، که شامل انتگرال گیری ها و جمع های چندبعدی است؛ این عملیات در سیستم های بزرگ مقیاس به شدت پیچیده و سنگین خواهد بود.

IV. برآورد و پیش‌بینی مشترک کانال

در این بخش، ما از دیدگاه استنتاج بیزی تغییراتی [36] (VBI) آغاز کرده و الگوریتم Off-Grid-MS HMP را بر اساس سیگنال دریافتی (14) استخراج می‌کنیم تا مسئله JCEP را در حالت FHS حل کنیم. با توجه به نبود CSI اولیه در سناریوهای عملی، الگوریتم پیشنهادی می‌تواند آبرمؤلفه‌ها را به صورت تطبیقی یاد بگیرد و همچنین با استفاده از تقریب‌های ماتریس‌های خارج از شبکه (off-grid)، پیچیدگی محاسباتی تخمین این آبرمؤلفه‌ها را کاهش دهد.

A. کمینه‌سازی انرژی آزاد بت

برای کاهش پیچیدگی استنتاج آماری، ما از استنتاج بیزی تغییراتی (VBI) بهره می‌بریم، روشی که توزیع پسین را با معرفی «باورها» (beliefs) تخمین می‌زند [36]. بر اساس مسئله بهینه‌سازی بیان شده در رابطه (20)، ما یک باور به شکل زیر معرفی می‌کنیم: $b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho)$ تا توزیع پسین مشترک را تقریب بزنند. این باور با کمینه‌سازی و اگرایی کولبک-لایبلر (KL-divergence) بین باور و توزیع واقعی به دست می‌آید، که میزان مشابهت بین آن‌ها را توصیف می‌کند این کمینه‌سازی به صورت زیر نوشته می‌شود: $\min_{b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho)} DKL(b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \parallel p(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho|Y))$ هدف آن یافتن بهترین تقریب از توزیع پسین واقعی است.

$$\begin{aligned} \hat{b}(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) &= \arg \min_{b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \in \mathcal{Q}} D[b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \parallel p(G, H, \xi|Y; \omega, \sigma, \rho)] \\ &= \arg \min_{b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \in \mathcal{Q}} \mathcal{F}_V + \ln Z(Y), \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن \mathcal{Q} مجموعه مقید باور $b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho)$ را نشان می‌دهد. \mathcal{F}_V نیز انرژی آزاد تغییری (Vfe) است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{F}_V \triangleq D[b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) \parallel p(G, H, \xi, Y; \omega, \sigma, \rho)]. \quad (22)$$

بنابراین، مسئله MAP به مسئله کمینه‌سازی Vfe تبدیل می‌شود. وابستگی پیچیده میان متغیرهای تصادفی باعث می‌شود مسئله بهینه‌سازی بالا، به‌ویژه در سیستم‌های بزرگ مقیاس، غیرقابل حل (intractable) باشد. طراحی مجموعه مقید \mathcal{Q} نقش مهمی در ایجاد توازن میان پیچیدگی و دقت استنباط آماری دارد. از این رو، روش تقریب بت (Bethe approximation) برای طراحی مجموعه مقید باورها پیشنهاد می‌شود تا با تحلیل وابستگی میان

متغیرها، وابستگی‌های محلی در فرآیند استنباط حفظ شوند [36], [37]. براساس فاکتورگیری PDF مشترک در بخش III-B، باورهای کمکی برای توابع فاکتور و متغیرهای تصادفی مطابق جدول ۱ معرفی می‌کنیم. مطابق قوانین ساخت باورهای بت، PDF مشترک را به صورت زیر تقریب می‌زنیم:

$$\begin{aligned} b(G, H, \xi, \omega, \sigma, \rho) &= \frac{\prod_{n,m,k,l} b_{nmkl}^g b_{nmkl}^{gh\omega} \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},\bar{l}} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}}^{h\xi\sigma} \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi\rho}}{\prod_{n,m,k,l} q_{nmkl}^g \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k},\bar{l}} (q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}}^h)^{NMK} \prod_{\bar{n},\bar{m},\bar{k}} q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi}}. \end{aligned} \quad (23)$$

با جایگذاری معادله (23) در عبارت مربوط به VFE، می‌توان BFE را مطابق رابطه (24) به دست آورد.

جدول ۱ باورهای مربوط به توابع فاکتور و متغیرهای تصادفی

Factor Function	Beliefs
$p(y_{nmkl} g_{nmkl})$	$b_{nmkl}^g(g_{nmkl})$
$p(g_{nmkl} h_l; \omega)$	$b_{nmkl}^{gh\omega}(g_{nmkl}, h_l, \omega)$
$p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}} \xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})$	$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}}^{h\xi\sigma}(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}}, \xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}, \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})$
$p(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \rho)$	$b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi\rho}(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}, \rho)$
Random Variables	Beliefs
g_{nmkl}	$q_{nmkl}^g(g_{nmkl})$
$h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}}$	$q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}}^h(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}\bar{l}})$
$\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}$	$q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi}(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})$

شایان ذکر است که اگر باورهای مربوط به توابع فاکتور و متغیرهای تصادفی، توزیع احتمال یک متغیر یکسان را توصیف کنند، این باورها باید قیود سازگاری حاشیه‌ای (MCCs) را ارضا کنند. مسئله کمینه‌سازی VFE به یک مسئله کمینه‌سازی BFE همراه MCCها تبدیل می‌شود. با این حال، بررسی MCCها بسیار پیچیده است و چنین مسئله بهینه‌سازی را غیرقابل حل می‌سازد. برای رفع این مشکل، هدف ما کاهش پیچیدگی از طریق بازطراحی قیود در بخش IV-B است.

B. بازطراحی قیود باورها

از آنجا که آبرپارامترها معمولاً ویژگی‌های آماری ضرایب کانال را توصیف می‌کنند، آن‌ها را در طول فرآیند استنباط آماری به عنوان ثابت‌های مستقل و بدون اطلاعات پیشین در نظر می‌گیریم. ابتدا به فاکتورگیری باورها مربوط به آبرپارامترها می‌پردازیم. احتمال فعال بودن پیشین ρ ، امیدریاضی نشانگر وضعیت ξ_{nmk} است و بنابراین نسبت به مقدار لحظه‌ای ξ_{nmk} بسیار کندتر تغییر می‌کند. از این رو، باور b_{nmk} می‌تواند به صورت زیر فاکتورگیری کرد:

$$b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho} = g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi} g^{\rho}, \quad g^{\rho} = \delta(\rho - \hat{\rho}), \quad (25)$$

که در آن $g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho}$ و $g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi}$ فاکتورگیری باور $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho}$ هستند که به ترتیب مربوط به متغیرهای ξ و ρ می باشند. همچنین ρ را نشان می دهد. از آنجا که واریانس ضریب کانال در حوزه پراکنده $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho}$ توسط آبرپارامتر $\sigma_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}$ تعیین می شود، این آبرپارامتر نیز می تواند در فرآیند JCEP به عنوان یک ثابت مستقل در نظر گرفته شود. در نتیجه، باور $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho}$ می توان به شکل زیر فاکتورگیری کرد:

$$b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\sigma} = b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi} b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\sigma}, \quad b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\sigma} = \delta(\sigma_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} - \hat{\sigma}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}), \quad (26)$$

که در آن $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho}$ و $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi}$ فاکتورگیری باور $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho}$ هستند که به ترتیب مربوط به متغیرهای ξ و σ می باشند. همچنین σ را نشان می دهد. به طور مشابه، باور $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi\rho}$ نیز باید قیود فاکتورگیری زیر (FCs) را ارضا کند:

$$b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{gh\omega} = b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{gh} b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\alpha\beta\gamma\eta}, \quad (27a)$$

$$b^x = \delta(x - \hat{x}), \quad x \in \{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}, \quad (27b)$$

که در آن x مقدار واقعی x را نشان می دهد. بر اساس رابطه ی (26)، قیدهای سازگاری حاشیه ای زیر (MCCs) را نیز تعریف می کنیم:

$$b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h = \sum_{\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} \in \mathcal{B}} b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi h}, \quad (28a)$$

$$b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi} = \int b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi h} dh_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}. \quad (28b)$$

ترکیب روابط (25) و (28)، قید سازگاری حاشیه ای مربوط به متغیر تصادفی را به صورت زیر به دست می دهد $\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}$:

$$q_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi} = b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi} = g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi}. \quad (29)$$

در مقیاس های بزرگ، بررسی «قیدهای سازگاری حاشیه ای» مربوط به متغیرهای تصادفی پیوسته بیش از حد پیچیده است و استخراج پیام های قابل پیاده سازی را دشوار می کند. با توجه به

اینکه بسیاری از متغیرهای موجود در سیستم های واقعی را می توان با توزیع های خانواده نمایی مدل سازی یا تقریب سازی کرد، باورهای مربوط به متغیرهای $g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h$ و $\tilde{h}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h$ را تحت شرایط مقیاس بزرگ به توزیع گاوسی مقید می کنیم. بنابراین، قیدهای سازگاری حاشیه ای مربوط به $g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h$ و $\tilde{h}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h$ را می توان به «قیدهای سازگاری میانگین و واریانس (MVCCs)» به شکل زیر تخفیف داد:

$$E[g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | q_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^g] = E[g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^g] = E[g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{gh}], \quad (30a)$$

$$V[g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | q_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^g] = V[g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^g] = V[g_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{gh}], \quad (30b)$$

$$E[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | q_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h] = E[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h] = E[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{gh}], \quad (30c)$$

$$V[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | q_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h] = V[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h] = \frac{1}{NMK} \sum_{n,m,k} V[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{gh}]. \quad (30d)$$

از آنجا که متغیر $\tilde{h}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h$ در باور $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{gh}$ برای هر شاخص n و m حضور دارد، برای دستیابی به سادگی محاسبات، قید سازگاری واریانس مربوطه را تقریب می زنیم، در حالی که برای حفظ دقت، قید سازگاری میانگین را به صورت اصلی و بدون تغییر نگه می داریم. با ترکیب طراحی قیدهای فوق، مسئله تخمین و پیش بینی مشترک کانال (JCEP) را می توان به یک مسئله کمینه سازی انرژی آزاد بت (BFE) با قیدهای ترکیبی تبدیل کرد، که به صورت زیر بیان می شود:

$$\min \mathcal{F}_B \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} (25)(26)(27), & (\text{FCs}), \\ (28)(29), & (\text{MCCs}), \\ (30), & (\text{MVCCs}). \end{cases} \quad (31)$$

ما از روش ضرایب لاگرانژ برای حل مسئله بهینه سازی بالا با قیدهای ترکیبی استفاده می کنیم. با جایگذاری قیدهای عامل سازی شده (FCs) در معادله (24)، انرژی آزاد بت (BFE) می تواند به صورت معادله (32) بازنویسی شود. تابع لاگرانژ متناظر نیز در معادله (33) بیان می شود. با برابر قرار دادن مشتق های مرتبه اول تابع لاگرانژ نسبت به باورهای کمکی و ساده سازی نتایج، می توان الگوریتم Off-Grid-MS HMP را که در الگوریتم ۱ خلاصه شده، استخراج کرد؛ که در آن $w_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} = [W(\omega^{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}})]_{nMK+mK+k, n^{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}+m^{\tilde{m}\tilde{m}\tilde{k}}+k^{\tilde{k}\tilde{k}\tilde{k}}}$.

کامل یادگیری آبرمؤلفه ها (hyper-parameters) در بخش-IV ارائه شده است. در نهایت، تخمین زن کانال حاصل را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\hat{h}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} = G(\text{LLR}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} - \text{LLR}_{\text{thr}}) E[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h], \quad (34)$$

که در آن $G(\cdot)$ تابع پله‌ای هویساید (Heaviside step function) را نشان می‌دهد و $\{LLR_thr\}$ همان آستانه‌ی ازپیش‌تعریف‌شده‌ی نسبت احتمال لگاریتمی (LLR) است. نکته ۴: در سیستم‌های با مقیاس بزرگ، مقادیر $(NMK\beta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{h,b^h})^{-1}$ در گام‌های 14 و 15 الگوریتم ۱ به صفر میل می‌کنند. بنابراین، الگوریتم Off-Grid-MS HMP در حالتی که مدل اف-گرید دامنه Delay-Angle-Doppler لحاظ نشود، به الگوریتم [39] EM-BG-AMP یا EM-BG-AMP-MMV [40] تقلیل می‌یابد؛ که این مسئله بستگی دارد به این که آیا ویژگی‌های آماری مشترک کانال میان زیرباندهای مختلف در نظر گرفته شده باشد یا خیر.

Algorithm 1: Off-Grid-MS HMP Algorithm

```

1 Input:  $Y, S, \sigma_z, T_{out}, T_{in}, \kappa$ .
2 Output:  $LLR_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}, E[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h]$ .
3 Initialize:  $\mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h = 0, \tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h = 1, \alpha_{nmkl}^{g,b^g} = 0, \beta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{h,b^h} = 1,$ 
 $\zeta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} = 0.5, \hat{\omega} = 0_{NMK}, \hat{\sigma} = 1_{NMK}, \hat{\rho} = 0.2$ .
4 for  $t_{out} = 1, \dots, T_{out}$  do
5   for  $t_{in} = 1, \dots, T_{in}$  do
6      $\forall n, m, k, l$ :
7      $\tau_{nmkl}^q = \sum_{\tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}} |w_{nmkl}^{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}|^2 / \beta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{h,b^h}$ ;
8      $\mu_{nmkl}^q = -\alpha_{nmkl}^{g,b^g} \tau_{nmkl}^q + \sum_{\tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}} w_{nmkl}^{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} \mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h$ ;
9      $b_{nmkl}^g \propto p(y_{nmkl} | g_{nmkl}) \mathcal{CN}(g_{nmkl}; \mu_{nmkl}^q, \tau_{nmkl}^q)$ ;
10     $\mu_{nmkl}^g = E[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g], \tau_{nmkl}^g = V[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g]$ ;
11     $\varepsilon_{nmkl} = 1 / \tau_{nmkl}^q - \tau_{nmkl}^g / (\tau_{nmkl}^q)^2$ ;
12     $\alpha_{nmkl}^{g,b^g} = (\mu_{nmkl}^g - \mu_{nmkl}^q) / \tau_{nmkl}^q$ .
13     $\forall \tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}, l$ :
14     $\tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r =$ 
 $(\sum_{n,m,k} |w_{nmkl}^{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}|^2 \varepsilon_{nmkl})^{-1} - (NMK\beta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{h,b^h})^{-1}$ ;
15     $\beta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{h,b^h} = (\tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r)^{-1} - (NMK\tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r)^{-1}$ ;
16     $\mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r = \mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h + \tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r \sum_{n,m,k} (w_{nmkl}^{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}})^* \alpha_{nmkl}^{g,b^g}$ ;
17     $p'(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}) \propto$ 
 $\mathcal{CN}(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}; 0, \hat{\sigma}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}) \mathcal{CN}(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}; \mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r, \tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r)$ ;
18     $b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h = \zeta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} p'(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}) + (1 - \zeta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}) \delta(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}})$ ;
19     $\mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h = E[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h], \tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h = V[h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h]$ .
20     $\forall \tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}$ :
21     $LLR_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} = \ln \frac{\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}} + \sum_l \ln \frac{\mathcal{CN}(\mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r; 0, \tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r + \hat{\sigma}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}})}{\mathcal{CN}(\mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r; 0, \tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^r)}$ ;
22     $\zeta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} = 1 - \frac{1}{1 + \exp\{LLR_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}\}}$ .
23    update  $\hat{\rho}$  and  $\hat{\sigma}$ ;
24  end
25  update  $\hat{\omega}$ ;
26 end
```

نکته ۵: اگر پیچیدگی مربوط به یادگیری آبرمؤلفه‌ها) که در بخش IV-C بررسی خواهد شد (را کنار بگذاریم، پیچیدگی الگوریتم HMP برابر است با $O(NMK \sim M \sim K \sim L)$: که این پیچیدگی عمدتاً ناشی از ضرب‌های ماتریسی سنگین است. با توجه به پراکندگی کانال در حوزه DAD، می‌توان الگوریتم HMP را فقط روی گره‌های فعال در حوزه DAD اجرا کرد؛ یعنی گره‌هایی که مقدار LLR آشکارساز حالت آن‌ها از آستانه LLR ازپیش‌تعیین‌شده بزرگ‌تر است. تعداد گره‌های فعال در دامنه تأخیر، زاویه و داپلر به ترتیب با N^-, M^-, K^- نشان داده می‌شوند. از آنجا که تعداد کل گره‌ها بسیار بیشتر از تعداد گره‌های فعال است

C. یادگیری کم‌پیچیدگی آبرمؤلفه‌ها

در عمل، آبرمؤلفه‌ها بسته به شرایط کانال تغییر می‌کنند و معمولاً برای ایستگاه مرکزی (BS) ناشناخته هستند. الگوریتم پیشنهادی Off-Grid-MS HMP می‌تواند آبرمؤلفه‌های کانال را به صورت تطبیقی یاد بگیرد. با نگرداشتن ترم‌های مربوط به آبرمؤلفه‌ها در تابع لاگرانژ (معادله 33)، می‌توان مسائل بهینه‌سازی متناظر آن‌ها را به دست آورد. نخست، یادگیری ρ را در نظر می‌گیریم که مسئله بهینه‌سازی آن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{\rho} = \arg \max_{\rho} E \left[\sum_{\tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}} b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^{\xi} \ln p(\xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}; \rho) \right]. \quad (35)$$

با برابر قرار دادن مشتق مرتبه اول معادله (35) نسبت به ρ به صفر، می‌توان تخمین ρ را به صورت زیر به دست آورد:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{NMK} \sum_{\tilde{n}, \tilde{m}, \tilde{k}} \zeta_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}. \quad (36)$$

به طور مشابه، مسئله بهینه‌سازی مربوط به ابرپارامتر $\hat{\sigma}_{nmk}$ به صورت زیر بیان می‌شود

$$\hat{\sigma}_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} = \arg \max_{\sigma_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}} E \left[\sum_l b_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}^h \ln p(h_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}} | \xi_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}; \sigma_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}}) \right]. \quad (37)$$

با برابر قرار دادن مشتق مرتبه اول عبارت (37) نسبت به $\hat{\sigma}_{nmk}$ به صفر، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\mathcal{F}_B = \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^g \| p(y_{nmkl} | g_{nmkl})] + \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^{gh\omega} \| p(g_{nmkl} | \mathbf{h}_l; \omega)] + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi\sigma} \| p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | \xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \sigma_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})] \\ + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{\xi\rho} \| p(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \rho)] + \sum_{n,m,k,l} H[q_{nmkl}^g] + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} H[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi] + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} NMKH[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h]. \quad (24)$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_B = \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^g \| p(y_{nmkl} | g_{nmkl})] + \sum_{n,m,k,l} D[b_{nmkl}^{gh} \| p(g_{nmkl} | \mathbf{h}_l; \hat{\omega})] + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} \| p(h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | \xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}})] \\ + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} D[b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi \| p(\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}; \hat{\rho})] + \sum_{n,m,k,l} H[q_{nmkl}^g] + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} H[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi] + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} NMKH[q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h]. \quad (32)$$

$$\mathcal{L}_B = \tilde{\mathcal{F}}_B + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} 2\text{Re} \left\{ \left(\alpha_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^h} \right)^* \left(E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] - E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] \right) \right\} \\ + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} \sum_{n,m,k} 2\text{Re} \left\{ \left(\alpha_{nmk, \bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^{gh}} \right)^* \left(E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] - E[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{nmkl}^{gh}] \right) \right\} \\ + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} \left(\beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^h} \left(V[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] - V[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] \right) + \beta_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h,b^{gh}} \left(NMKV[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | q_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h] - \sum_{n,m,k} V[h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l} | b_{nmkl}^{gh}] \right) \right) \\ + \sum_{n,m,k,l} 2\text{Re} \left\{ \left(\alpha_{nmkl}^{g,b^g} \right)^* \left(E[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g] - E[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g] \right) + \left(\alpha_{nmkl}^{g,b^{gh}} \right)^* \left(E[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g] - E[g_{nmkl} | b_{nmkl}^{gh}] \right) \right\} \\ + \sum_{n,m,k,l} \left(\beta_{nmkl}^{g,b^g} \left(V[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g] - V[g_{nmkl} | b_{nmkl}^g] \right) + \beta_{nmkl}^{g,b^{gh}} \left(V[g_{nmkl} | q_{nmkl}^g] - V[g_{nmkl} | b_{nmkl}^{gh}] \right) \right) \\ + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}} \sum_{\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} \in \mathbb{B}} \nu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi \left(b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^\xi - \int b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}}^{h\xi} d h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} \right) + \sum_{\bar{n}, \bar{m}, \bar{k}, l} \int \nu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} \left(b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} - \sum_{\xi_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} \in \mathbb{B}} b_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^{h\xi} \right) d h_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}. \quad (33)$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}} = \frac{1}{L} \sum_l \left(|\mu_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h|^2 + \tau_{\bar{n}\bar{m}\bar{k}l}^h \right). \quad (38)$$

برای ساده‌سازی بیان، تعریف می‌کنیم:

در مورد هایپرپارامترهای آف‌گرید، مسئله بهینه‌سازی مربوطه می‌تواند به صورت زیر فرمول‌بندی شود.

$$\begin{aligned} W \backslash x &\triangleq W(\omega) - W \backslash x & \bullet \\ U &\triangleq 1LMhMhH + \Sigma h & \bullet \\ Vx &\triangleq W \backslash x H(Mg - W \backslash x Mh) & \bullet \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \max_{\mathbf{x}} E \left[\sum_l \left(\prod_{n,m,k} b_{nmkl}^{gh} \right) \ln \left(\prod_{n,m,k} p(g_{nmkl} | \mathbf{h}_l; \omega) \right) \right] \\ = \arg \max_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^T \Xi_x \mathbf{x} - 2\chi_x^T \mathbf{x}, \quad (39)$$

where $\mathbf{x} \in \{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}$ and $x \in \{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}$. The matrix Ξ_x and the vector χ_x are denoted as

$$\Xi_x = \mathbf{R}_x^T \text{Re} \left\{ \left(\dot{\mathbf{W}}_x^H \dot{\mathbf{W}}_x \right)^* \odot \mathbf{U} \right\} \mathbf{R}_x, \quad (40a)$$

$$\chi_x = \mathbf{R}_x^T \text{Re} \left\{ \frac{1}{L} ((\mathbf{M}^h)^* \odot \mathbf{V}^x) \mathbf{1}_L \right\} \\ - \mathbf{R}_x^T \text{Re} \left\{ \text{diag} \left\{ (\dot{\mathbf{W}}_x^H \mathbf{W}_{\backslash x}) \Sigma^h \right\} \right\}. \quad (40b)$$

ماتریس میانگین پسین $Mh = [\mu_0h, \mu_1h, \dots, \mu_{L-1}h]$ با H داده می‌شود، که در آن مؤلفه $(n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim, l)$ برابر است $(n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim, l)$ با $\mu n \sim m \sim k \sim l h \backslash \mu^h$ ماتریس کواریانس پسین H با Σh نشان داده می‌شود. این یک ماتریس قطری است که مؤلفه قطری $(n \sim M \sim K \sim + m \sim K \sim + k \sim)$ آن برابر است با: $1L \Sigma l \tau n \sim m \sim k \sim l h$

که مؤلفه $(n \sim M \sim K \sim + n \sim k \sim + k \sim, l)$ ام آن برابر است با G میانگین پسین $v n \sim m \sim k \sim l x v^h x$ ماتریس $Mg = [\mu_0g, \mu_1g, \dots, \mu_{L-1}g]$ نمایش داده می‌شود، که در آن مؤلفه $(nMK + mK + k, l)$ برابر است با $\mu nmk l g$ استخراج دقیق رابطه (39) در پیوست A ارائه شده است. با برابر قرار دادن مشتق مرتبه اول عبارت (39) نسبت به x با صفر، تخمین بردار هایپرپارامتر آف‌گرید به صورت زیر به دست می‌آید $x^h = \Xi x - 1 \chi x$ بر اساس بیان‌های بالا تخمین‌زدن هایپرپارامترها، ابتدا پیچیدگی محاسباتی آن‌ها را تحلیل می‌کنیم جدول II. مشاهده می‌شود که یادگیری هایپرپارامترهای آف‌گرید به طور قابل‌توجهی پیچیدگی محاسباتی بیشتری نسبت به سایرین دارد؛ این افزایش پیچیدگی عمدتاً ناشی از عملیات ضرب ماتریسی است. از این‌رو، تمرکز ما بر کاهش پیچیدگی یادگیری هایپرپارامترهای آف‌گرید خواهد بود.

II. جدول

پیچیدگی محاسباتی یادگیری هایپرپارامترها.

Hyper-parameter	Complexity
ρ	$\mathcal{O}(NM\tilde{K})$
σ	$\mathcal{O}(\tilde{N}\tilde{M}\tilde{K}L)$
Original $\alpha, \beta, \gamma, \eta$	$\mathcal{O}(\tilde{N}^2\tilde{M}^2\tilde{K}^2L)$
Simplified α	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{N}^2\tilde{M}L)$
Simplified β	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{M}\tilde{N}\tilde{M}L)$
Simplified γ	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{M}\tilde{N}\tilde{M}L)$
Simplified η	$\mathcal{O}(\tilde{K}^2\tilde{N}\tilde{M}L)$

همان طور که در بخش II-C اشاره شد، ما مقدار \tilde{K} را بزرگتر از K در نظر می گیریم تا پیش بینی کانال در حوزه زمان بهبود یابد، درحالی که $N = \tilde{N}$ ، $M = \tilde{M}$ و $Mh = \tilde{M}h$ را قرار می دهیم تا تقریب های زیر برقرار باشند: $BH(\alpha)B(\alpha) \approx NIN^{\sim}, C_vH(\beta)C_v(\beta) \approx MvIM^{\sim}, ChH(\gamma)Ch(\gamma) \approx MhIM^{\sim}h$ (با تکیه بر این تقریب ها، می توان محاسبات مربوط به یادگیری آبرپارامترهای off-grid ساده سازی کرد.

با شروع از آبرپارامتر η ، می توان ماتریس $\Xi(\eta)$ را تقریب زد به این صورت که:

$$\Xi_{\eta} \stackrel{(a)}{\approx} R_{\eta}^T \text{Re} \{ (NM I_{\tilde{N}\tilde{M}} \otimes (\dot{D}^H \dot{D}))^* \odot U \} R_{\eta} \stackrel{(b)}{=} NM \text{Re} \{ (\dot{D}^H \dot{D})^* \odot U^{\eta} \}, \quad (41)$$

که در آن، تقریب (a) از تقریب های مربوط به ماتریس های off-grid به دست می آید. معادله (b) نیز بر اساس تعریف های ماتریس $R(\eta)$ و ماتریس بلوک قطری $I_{\tilde{N}\tilde{M}} \otimes (D^H(\eta)D(\eta))$ مشتق مرتبه اول \dot{D} به دست می آید. ماتریس مشتق مرتبه اول $D(0, K^{\sim})$ یعنی D ، نسبت به شیفت داپلر $U\eta = 1L Mh, \eta Mh, \eta H + \Sigma h, \eta, U$ است. کمیت

که در آن: درایه $(k^{\sim}, n^{\sim}M^{\sim}L + m^{\sim}L + l)$ ام ماتریس $Mh, \eta \in CK^{\sim} \times N^{\sim}M^{\sim}L$ برابر است با $\mu n^{\sim}m^{\sim}k^{\sim}l h$ درایه قطری k^{\sim} ام ماتریس قطری $\Sigma h, \eta \in RK^{\sim} \times K^{\sim}$ برابر است با

$$1L \Sigma n^{\sim}, m^{\sim}, l t n^{\sim}m^{\sim}k^{\sim}l h$$

به طور مشابه، بردار $\chi(\eta)$ را نیز می توان تقریب زد به این صورت که:

$$\chi_{\eta} \approx \text{Re} \left\{ \left(\frac{1}{L} (M_{\eta}^h)^* \odot \tilde{V}^{\eta} \right) 1_{\tilde{N}\tilde{M}L} \right\} - NM \text{Re} \{ \text{diag} \{ (\dot{D}^H \dot{D}) \odot \Sigma_{\eta}^h \} \}, \quad (42)$$

که در آن، درایه $(k^{\sim}, n^{\sim}M^{\sim}L + m^{\sim}L + l)$ ام ماتریس $V^{\sim} \eta \in CK^{\sim} \times N^{\sim}M^{\sim}L$ برابر است با $\nu n^{\sim}m^{\sim}k^{\sim}l \eta v$ است. ماتریس $\Xi(\alpha)$ را می توان تقریب زد به این صورت که:

$$\Xi_{\alpha} \stackrel{(a)}{\approx} R_{\alpha}^T \text{Re} \{ ((\dot{B}^H \dot{B}) \otimes (M I_{\tilde{M}}) \otimes (D^H(\eta)D(\eta)))^* \odot U \} R_{\alpha} \stackrel{(b)}{=} M \tilde{R}_{\alpha}^T \text{Re} \{ ((\dot{B}^H \dot{B}) \otimes (D^H(\eta)D(\eta)))^* \odot U^{\alpha} \} \tilde{R}_{\alpha}, \quad (43)$$

where approximation (a) is from $C^H(\beta, \gamma)C(\beta, \gamma) \approx M I_{\tilde{M}}$, equation (b) is from the definitions of the matrix R_{α} and the block diagonal matrix $I_{\tilde{M}} \otimes (D^H(\eta)D(\eta))$. The matrix $\tilde{R}_{\alpha} \triangleq I_{\tilde{N}} \otimes 1_{\tilde{K}}$. The matrix \tilde{B} is the first-order derivation of $B \triangleq B(0_{\tilde{N}})$ concerning delay. $U^{\alpha} \triangleq \frac{1}{L} \tilde{M}_{\alpha}^h (\tilde{M}_{\alpha}^h)^H + \tilde{\Sigma}_{\alpha}^h$, where the $(\tilde{n}\tilde{K} + \tilde{k}, \tilde{m}L + l)$ -th element of $\tilde{M}_{\alpha}^h \in \mathbb{C}^{\tilde{N}\tilde{K} \times \tilde{M}L}$ is $\mu_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}l}^h$ and the $(\tilde{n}\tilde{K} + \tilde{k})$ -th diagonal element of the diagonal matrix $\tilde{\Sigma}_{\alpha}^h \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\tilde{K} \times \tilde{N}\tilde{K}}$ is $\frac{1}{L} \sum_{\tilde{m}, l} \tau_{\tilde{n}\tilde{m}\tilde{k}l}^h$. Similarly, the vector χ_{α} can be approximated as

$$\chi_{\alpha} \approx \text{Re} \left\{ \left(\frac{1}{L} (M_{\alpha}^h)^* \odot \tilde{V}^{\alpha} \right) 1_{\tilde{M}\tilde{K}L} \right\} - M \tilde{R}_{\alpha}^T \text{Re} \{ \text{diag} \{ (\dot{B}^H \dot{B}) \otimes (D^H(\eta)D(\eta)) \odot \tilde{\Sigma}_{\alpha}^h \} \}, \quad (44)$$

که در آن، تقریب (a) از رابطه $CH(\beta, \gamma)C(\beta, \gamma) \approx M I_{\tilde{M}}$ به دست می آید. معادله (b) نیز بر اساس تعریف های ماتریس $R(\alpha)$ و ماتریس بلوک قطری $I_{\tilde{M}} \otimes (D(\eta)HD(\eta))$ حاصل می شود. ماتریس $R^{\sim} \alpha = I_{\tilde{N}} \otimes 1_{\tilde{K}}$ مشتق مرتبه اول ماتریس $B(0, N^{\sim})B(0, \tilde{N})B(0, N^{\sim})$ نسبت به تأخیر است. کمیت $U\alpha = 1L M^{\sim}h, \alpha$ که در آن درایه $(n^{\sim}K^{\sim} + k^{\sim}, m^{\sim}L + l)$ ام ماتریس $M^{\sim}h, \alpha \in CN^{\sim}K^{\sim} \times M^{\sim}L$ برابر است با $\mu n^{\sim}m^{\sim}k^{\sim}l h$ و درایه قطری $(n^{\sim}K^{\sim} + k^{\sim})$ ام ماتریس قطری $\Sigma^{\sim}h, \alpha \in RN^{\sim}K^{\sim} \times N^{\sim}K^{\sim}$ برابر است با $1L \Sigma m^{\sim}, l t n^{\sim}m^{\sim}k^{\sim}l h$ می توان تقریب زد به این صورت که:

که در آن، درایه $(n^{\sim}, m^{\sim}K^{\sim}L + k^{\sim}L + l)$ ام ماتریس های $Mh, \alpha \in CN^{\sim} \times M^{\sim}K^{\sim}L$ و $V^{\sim} \alpha \in CN^{\sim} \times M^{\sim}K^{\sim}L$ به ترتیب برابرند با $\mu n^{\sim}m^{\sim}k^{\sim}l h$ عملیات تقریبی برای آبرپارامترهای β و γ مشابه روش مربوط به α هستند و به دلیل محدودیت فضا، از ارائه استخراج کامل آن ها صرف نظر شده

B. بناها و معیار ارزیابی عملکرد

برای نشان دادن برتری الگوریتم پیشنهادی، آن را با مبناهای زیر مقایسه می‌کنیم:

- DN-LS: این الگوریتم FSTCRM را با روش کمترین مربعات (LS) تخمین می‌زند و سپس کانال تخمین زده شده را در حوزه تأخیر-زاویه-زمان با یک آستانه از پیش تعیین شده، نویززدایی می‌کند.
- HHMP [17]: این الگوریتم با استفاده از مدل مارکوف پنهان، کانال را در حوزه تأخیر-زاویه-زمان تخمین می‌زند تا پراکندگی ساختاریافته و وابستگی زمانی کانال را مدل سازی کند.
- OMP [43]: این الگوریتم، DADCRM را تحت مدل سیگنال تک زیرحاملی (SS) معادله (1)، و بدون مدل off-grid تخمین می‌زند.
- SOMP [44]: نسخه چندبرداری (MMV) از OMP که تحت مدل سیگنال چندزیرحاملی (MS) معادله (14) عمل می‌کند و ویژگی‌های آماری مشترک کانال بین زیرباندها را در نظر می‌گیرد.
- EM-BG-AMP [40]: این الگوریتم یک توزیع پیشینی BG نامعلوم را فرض کرده و آبرپارامترها را از طریق EM می‌آموزد. سپس DADCRM را با AMP، تحت مدل سیگنال SS بدون مدل off-grid تخمین می‌زند.
- EM-BG-AMP-MMV [39]: نسخه MMV الگوریتم قبلی است که تحت مدل سیگنال MS، ویژگی‌های آماری مشترک کانال میان زیرباندها را در نظر می‌گیرد.

این مبناها به طور جامع طیف روش‌های موجود را پوشش می‌دهند و امکان مقایسه دقیق عملکرد را فراهم می‌کنند.

از آنجا که DN-LS و HHMP کانال را در حوزه زمان تخمین می‌زنند، برای پیش‌بینی کانال آینده، از الگوریتم [22] AR و الگوریتم [23] PDA مبتنی بر تخمین کانال در حوزه تأخیر-زاویه-زمان استفاده می‌کنیم. توجه شود که روش‌های پیش‌بینی کانال یادشده تنها قادر به پیش‌بینی کانال در سمبل‌های پایلوت هستند. بنابراین، برای پیش‌بینی کانال در سمبل‌های غیرپایلوت، از درون‌یابی MMSE استفاده می‌کنیم؛ با فرض اینکه ایستگاه پایه (BS) دانش پیشینی از حداکثر شیفت داپلر و SNR دارد 45 علاوه بر این، چون سایر روش‌های مبنا می‌توانند

a. تخمین کانال b. پیش‌بینی کانال

است. بر اساس ساده‌سازی‌های فوق، پیچیدگی محاسباتی مربوط به آبرپارامترهای off-grid به‌طور قابل‌توجهی کاهش می‌یابد، همان‌طور که در جدول II نشان داده شده است.

V. نتایج شبیه‌سازی

A. تنظیمات شبیه‌ساز در این بخش، نتایج شبیه‌سازی را ارائه می‌کنیم تا عملکرد الگوریتم پیشنهادی خود را نشان دهیم. از آنجا که QuaDRiGa می‌تواند کانال‌های جری MIMO-OFDM با تغییرات زمانی تولید کند [41] که با استانداردهای 5G NR مطابق هستند 42

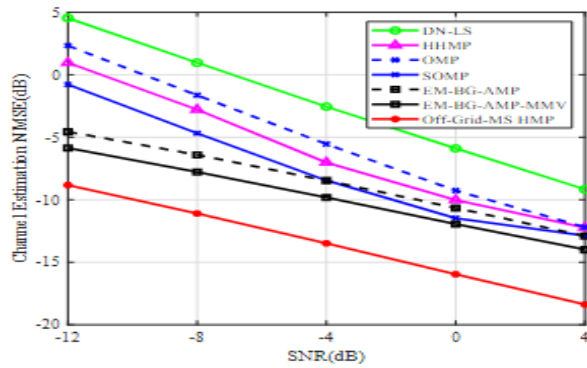
جدول III

پارامترهای پایه سیستم

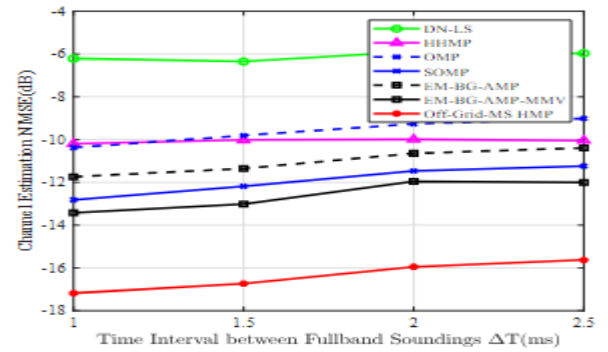
System Parameters	Value
Centering frequency f_c	3.5 GHz
Bandwidth B	100 MHz
FFT size N_{FFT}	4096
Number of subcarriers for transmission N_{sc}	3264
Subcarrier spacing Δf	30 kHz
Number of subbands L	4
Number of transmission combs N_{TC}	4
Length of SRS sequences N	204
Number of BS antennas $[M_v, M_h]$	[4,8]
Number of fullband sounding K	10
Doppler-domain oversampling factor S_v	3
Time interval between SRSs Δt	1 symbol
Time interval between fullband soundings ΔT	4 slots
Velocity of UE v	60 km/h

از آنجا که QuaDRiGa پیش‌تر در آزمون‌های میدانی مختلف اعتبارسنجی شده و قادر است کانال‌های MIMO-OFDM با تغییرات زمانی را مطابق با سناریوهای استاندارد 3GPP تولید کند، ما نیز از QuaDRiGa برای تولید کانال در سناریوی 3GPP سه‌بعدی شهری (UMa) در حالت NLOS استفاده می‌کنیم. مگر در مواردی که به‌طور خاص ذکر شده باشد، پارامترهای پایه سیستم در شبیه‌سازی‌ها مطابق با استانداردهای 3GPP تولید می‌شوند، همان‌طور که در جدول III آمده است. علاوه بر این، نرخ سیگنال به نویز (SNR) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

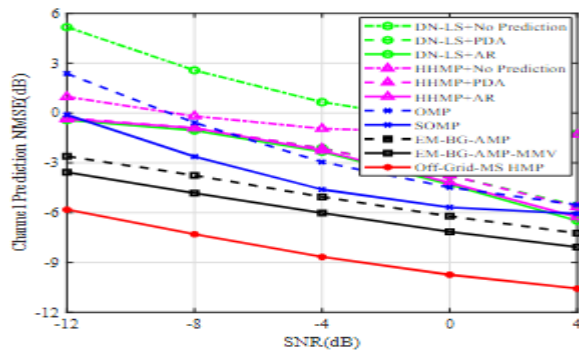
$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\|G\|_F^2}{NMKL\sigma_z} \right).$$



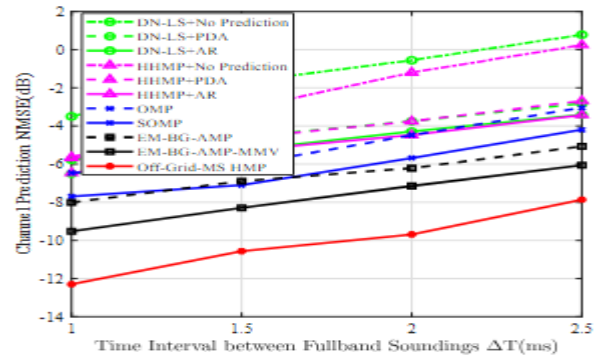
(a) Channel estimation



(a) Channel estimation



(b) Channel prediction



(b) Channel prediction

شکل ۵. عملکرد JCEP بر حسب SNR.

C. نتایج شبیه‌سازی

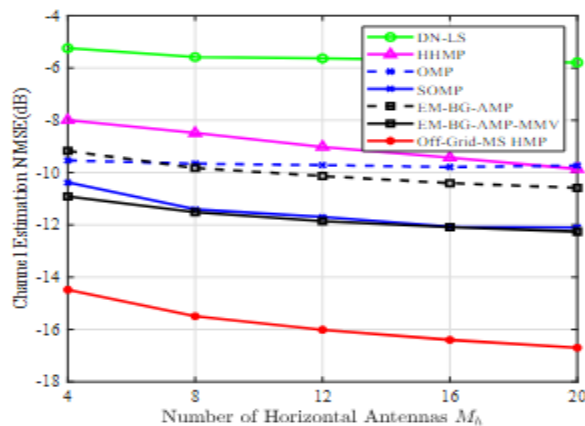
از آن‌جا که سایر مبنایها کانال‌ها را در حوزه داپلر تخمین می‌زنند، می‌توانند مطابق مدل کانال، از طریق برون‌یابی (extrapolation) کانال‌های آینده را پیش‌بینی کنند. برای نمایش عملکرد تخمین و پیش‌بینی کانال، معیار عملکرد NMSE را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$NMSE = 10 \log_{10} \left(\frac{\|\hat{\mathbf{G}} - \mathbf{G}\|_F^2}{\|\mathbf{G}\|_F^2} \right), \quad (45)$$

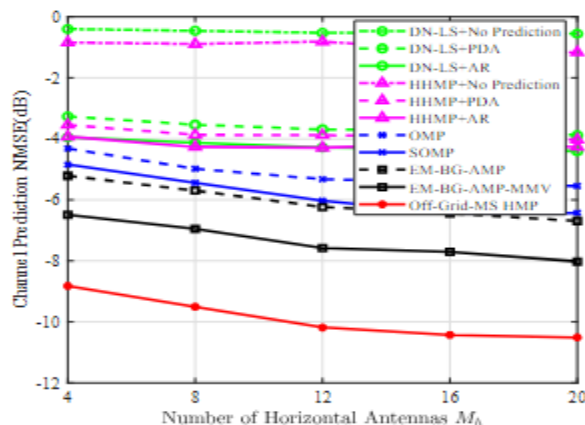
که در آن، \mathbf{G} و \mathbf{G}^{\wedge} به ترتیب بیانگر FSTCRM واقعی و تخمین زده شده یا پیش‌بینی شده هستند. توجه کنید که FSTCRM پیش‌بینی شده در حوزه زمان شامل کانال‌های پیش‌بینی شده از آخرین سمبل پایلوت در فریم جاری تا اولین سمبل پایلوت در فریم آینده است.

الگوریتم پیشنهادی و مبنایها با تغییرات SNR در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی Off-Grid-MS HMP در کل محدوده SNR عملکردی به مراتب بهتر از سایر مبنایها دارد. این برتری ناشی از: رفع مشکل نشت انرژی (Energy Leakage) از طریق یادگیری آبرپارامترهای off-grid، و استفاده از ویژگی‌های آماری مشترک کانال میان زیرباندهای مختلف است. به واسطه یادگیری اطلاعات پیشینی کانال، روش‌های EM-BG-AMP / EM-BG-AMP-MMV عملکرد بهتری نسبت به OMP / SOMP دارند. همچنین، مقایسه الگوریتم‌های SMV (نظیر OMP و EM-BG-AMP) با الگوریتم‌های MMV (نظیر SOMP و EM-BG-AMP-MMV) نشان می‌دهد که اطلاعات آماری مشترک بین زیرباندها می‌تواند دقت تخمین کانال را بهبود دهد. در حالی که الگوریتم HHMP حدود ۴ dB بهبود در تخمین کانال نسبت به DN-LS ایجاد می‌کند، اما عملکرد پیش‌بینی کانال هر دو تقریباً یکسان است. علت این موضوع: افت CSI بین مرحله تخمین و پیش‌بینی، و عدم تطابق بین مدل پیش‌بینی و مدل واقعی کانال است.

در مقابل، بیشتر الگوریتم‌های JCEP عملکرد بهتری از روش‌های غیر JCEP دارند، که این موضوع ضرورت انجام هم‌زمان تخمین و پیش‌بینی کانال را تأیید می‌کند. با توجه به این که روند عملکرد در برابر سربار پایلوت در طراحی سیستم اهمیت زیادی دارد، در شکل ۶، مقدار NMSE الگوریتم‌های مختلف را برحسب فاصله زمانی بین دو اندازه‌گیری تمام‌باند متوالی یعنی ΔT در $SNR = 0$ dB ترسیم می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۶ (a) مشاهده می‌شود، کارایی تخمین کانال برای الگوریتم‌های JCEP با افزایش فاصله زمانی ΔT کاهش می‌یابد، زیرا این الگوریتم‌ها از همبستگی زمانی بهره می‌برند. در مقابل، افزایش ΔT هیچ تأثیری بر دقت تخمین الگوریتم‌های غیر JCEP ندارد، چون این الگوریتم‌ها کانال را برای هر سمبل به‌صورت مستقل تخمین می‌زنند. در شکل ۶ (b) نیز به‌وضوح دیده می‌شود که عملکرد پیش‌بینی کانال برای تمام الگوریتم‌ها...



(a) Channel estimation



(b) Channel prediction

شکل ۷. عملکرد JCEP برحسب M_h

عملکرد تمامی الگوریتم‌ها با افزایش فاصله زمانی ΔT به دلیل ماهیت سریع‌التغییر کانال در حوزه زمان تضعیف می‌شود، که نشان می‌دهد سربار پایلوت نقشی اساسی در دستیابی به CSI دقیق دارد. الگوریتم پیشنهادی در تمام مقادیر ΔT از تمامی مبنایا بهتر عمل می‌کند؛ این نتیجه نشان می‌دهد که می‌توان سربار پایلوت را نسبت به بهترین مبنا به‌طور چشمگیری کاهش داد، در حالی که به همان مقدار NMSE دست یافت. به‌طور خاص، الگوریتم پیشنهادی قادر است: برای مقدار $NMSE \approx -14$ dB در تخمین کانال، بیش از ۶۰٪ کاهش سربار پایلوت ایجاد کند؛ و برای مقدار $NMSE \approx -10$ dB در پیش‌بینی کانال، حدود ۵۰٪ کاهش سربار پایلوت داشته باشد NMSE. برحسب تعداد آنتن‌های BS شکل ۷

مقدار NMSE در $SNR = 0$ dB در شکل ۷ نشان داده شده است. برای مشاهده مستقیم اثر تعداد آنتن‌ها، $M_v = 1M$ در نظر گرفته شده و مقدار M_h تغییر داده شده است. نتایج نشان می‌دهند: الگوریتم پیشنهادی در کل محدوده M_h بهترین عملکرد JCEP را دارد. عملکرد الگوریتم با افزایش تعداد آنتن‌ها بهبود می‌یابد. به‌طور دقیق‌تر: در آرایه‌های کوچک، عملکرد تناسب مستقیم با تعداد آنتن‌ها دارد، زیرا تفکیک زاویه‌ای پایین است. در آرایه‌های بزرگ، عملکرد تقریباً مستقل از تعداد آنتن‌ها می‌شود، زیرا وضوح زاویه‌ای به اندازه کافی بالاست که مسیرها را تفکیک کند.

VI. نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله تخمین و پیش‌بینی مشترک کانال (JCEP) در سیستم‌های massive MIMO با فرکانس فرکانسی (FHS) بررسی شد. دستاوردهای اصلی عبارت‌اند از: توسعه یک مدل کانال دقیق در حوزه تأخیر-زاویه-داپلر (DAD) برای رفع مشکل نشت انرژی ناشی از کانال‌های با وضوح پایین مبتنی بر DFT و فرمول‌بندی مسئله JCEP با FHS به‌صورت یک مسئله generalized MMV با تکیه بر مستقل و هم‌توزیع بودن زیربافته‌ها. و ارائه یک الگوریتم کارآمد Off-Grid-MS HMP مبتنی بر BFE با قیود ترکیبی، که قادر به یادگیری تطبیقی آبرپارامترها است. و استفاده از تقریبات ماتریس‌های off-grid برای کاهش چشمگیر پیچیدگی محاسباتی یادگیری آبرپارامترها. و نتایج عددی نشان دادند که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی عملکرد تخمین و پیش‌بینی کانال را نسبت به روش‌های پیشرفته موجود بهبود دهد. و این نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی یک راهکار عملی و قدرتمند برای بهبود CSI در سیستم‌های massive MIMO با FHS به شمار می‌رود.

استخراج معادله 39

عبارت هدف بهینه‌سازی را می‌توان به صورت ماتریسی مختصر زیر نوشت:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left[\sum_l \left(\prod_{n,m,k} b_{nmkl}^{gh} \right) \ln \left(\prod_{n,m,k} p(g_{nmkl} | \mathbf{h}_l; \omega) \right) \right] \\ & \propto \sum_l \mathbb{E} \left[-\frac{1}{\epsilon} \left\| \mathbf{g}_l - \mathbf{W}(\omega) \mathbf{h}_l \right\|_2^2 \prod_{n,m,k} b_{nmkl}^{gh} \right] \quad (46) \\ & \propto \frac{1}{L} \sum_l \left\| \boldsymbol{\mu}_l^g - \mathbf{W}(\omega) \boldsymbol{\mu}_l^h \right\|_2^2 + \text{Tr} \{ \mathbf{W}(\omega) \boldsymbol{\Sigma}^h (\mathbf{W}(\omega))^H \}. \end{aligned}$$

ابتدا در جمله اول معادله (46) را مثل همیشه با «توسعه مربع» ساده می‌کنیم. فرض کنید آن جمله به شکل زیر باشد خطی شدن مرتبه اول نسبت به Δ اعمال شده

$$\begin{aligned} & \left\| \boldsymbol{\mu}_l^g - \mathbf{W}(\omega) \boldsymbol{\mu}_l^h \right\|_2^2 \\ & \stackrel{(a)}{=} \left\| \boldsymbol{\mu}_l^g - \mathbf{W}_{\setminus x} \boldsymbol{\mu}_l^h - \dot{\mathbf{W}}_x \text{diag} \{ \boldsymbol{\mu}_l^h \} \mathbf{R}_x \mathbf{x} \right\|_2^2 \\ & \stackrel{(b)}{\propto} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_x^T \left((\dot{\mathbf{W}}_x^H \dot{\mathbf{W}}_x)^* \odot (\boldsymbol{\mu}_l^h (\boldsymbol{\mu}_l^h)^H) \right) \mathbf{R}_x \mathbf{x} \\ & \quad - 2 \text{Re} \{ \text{diag} \{ (\boldsymbol{\mu}_l^h)^* \} \dot{\mathbf{W}}_x^H (\boldsymbol{\mu}_l^g - \mathbf{W}_{\setminus x} \boldsymbol{\mu}_l^h) \}^T \mathbf{R}_x \mathbf{x}, \quad (47) \end{aligned}$$

where (a) is obtained according to equation $\text{diag} \{ \mathbf{x} \} \mathbf{y} \triangleq \text{diag} \{ \mathbf{y} \} \mathbf{x}$, and (b) is from equation $\text{diag}^H \{ \mathbf{x} \} \mathbf{Y}^H \mathbf{Y} \text{diag} \{ \mathbf{x} \} \triangleq (\mathbf{Y}^H \mathbf{Y})^* \odot (\mathbf{x} \mathbf{x}^H)$.

Then, the second term in (46) can be simplified as

$$\begin{aligned} & \text{Tr} \{ \mathbf{W}(\omega) \boldsymbol{\Sigma}^h (\mathbf{W}(\omega))^H \} \\ & \stackrel{(a)}{\propto} \text{Tr} \{ (\dot{\mathbf{W}}_x \text{diag} \{ \mathbf{R}_x \mathbf{x} \})^H (\dot{\mathbf{W}}_x \text{diag} \{ \mathbf{R}_x \mathbf{x} \}) \boldsymbol{\Sigma}^h \} \\ & \quad + 2 \text{Re} \{ \text{Tr} \{ (\dot{\mathbf{W}}_x \text{diag} \{ \mathbf{R}_x \mathbf{x} \})^H \mathbf{W}_{\setminus x} \boldsymbol{\Sigma}^h \} \} \\ & \stackrel{(c)}{\propto} \mathbf{x}^T \mathbf{R}_x^T \left((\dot{\mathbf{W}}_x^H \dot{\mathbf{W}}_x)^* \odot \boldsymbol{\Sigma}^h \right) \mathbf{R}_x \mathbf{x} \\ & \quad + 2 \text{Re} \{ \text{diag} \{ \dot{\mathbf{W}}_x^H \mathbf{W}_{\setminus x} \boldsymbol{\Sigma}^h \} \}^T \mathbf{R}_x \mathbf{x}, \quad (48) \end{aligned}$$

که در آن، نتیجه (a) از رابطه $\text{Tr} \{ \mathbf{XY} \} = \text{Tr} \{ \mathbf{YX} \}$ حاصل شده است و نتیجه (b) بر اساس رابطه $\text{Tr} \{ \text{diag}^H(\mathbf{x}) \mathbf{X} \text{diag}(\mathbf{y}) \} = \mathbf{y}^T \mathbf{X} \mathbf{y}$ و همچنین تعریف رد به دست آمده است. در نهایت، با توجه به اینکه ماتریس \mathbf{Y} نیمه معین است و بردار \mathbf{x} حقیقی می‌باشد، می‌توانیم رابطه (39) را بر اساس معادلات (47) و (48) استخراج کنیم.

[1] E. Björnson, E. G. Larsson, and T. L. Marzetta, "Massive MIMO: Ten myths and one critical question," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 54, no. 2, pp. 114–123, Feb. 2016.

[2] X. Li, S. Jin, H. A. Suraweera, J. Hou, and X. Gao, "Statistical 3-D beamforming for large-scale MIMO downlink systems over Rician fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 64, no. 4, pp. 1529–1543, Apr. 2016.

[3] L. You, X. Gao, A. L. Swindlehurst, and W. Zhong, "Channel acquisition for massive MIMO-OFDM with adjustable phase shift pilots," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 64, no. 6, pp. 1461–1476, Mar. 2016.

[4] L. You, X. Gao, G. Y. Li, X.-G. Xia, and N. Ma, "BDMA for millimeter-wave/terahertz massive MIMO transmission with per-beam synchronization," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 35, no. 7, pp. 1550–1563, Jul. 2017.

[5] A. A. Zaidi et al., "Waveform and numerology to support 5G services and requirements," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 54, no. 11, pp. 90–98, Nov. 2016.

[6] M. Alodeh et al., "Symbol-level and multicast precoding for multiuser multiantenna downlink: A state-of-the-art, classification, and challenges," *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 20, no. 3, pp. 1733–1757, 2018.

[7] A. F. Molisch et al., "Hybrid beamforming for massive MIMO: A survey," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 55, no. 9, pp. 134–141, Sep. 2017.

[8] NR, Physical channels and modulation, Ver. 16.6.0, 3GPP TS 38.211, Jun. 2021.

[9] Y. Zhao et al., "System design and calibration for wideband channel sounding with multiple frequency bands," *IEEE Access*, vol. 5, pp. 781–793, 2017.

[10] E. Dahlman, S. Parkvall, and J. Skold, 5G NR: The next generation wireless access technology. Academic Press, 2020.

[11] H. Jin et al., "Massive MIMO evolution toward 3GPP Release 18," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 41, no. 6, pp. 1635–1654, Jun. 2023.

- [12] C.-X. Wang et al., “A survey of 5G channel measurements and models,” *IEEE Commun. Surveys Tuts.*, vol. 20, no. 4, pp. 3142–3168, 2018.
- [13] Y. Zhang, D. Wang, J. Wang, and X. You, “Channel estimation for massive MIMO-OFDM systems by tracking the joint angle-delay subspace,” *IEEE Access*, vol. 4, pp. 10166–10179, 2016.
- [14] J. Lee, G.-T. Gil, and Y. H. Lee, “Channel estimation via orthogonal matching pursuit for hybrid MIMO systems in millimeter wave communications,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 64, no. 6, pp. 2370–2386, Jun. 2016.
- [15] S. Wu et al., “Message-passing receiver for joint channel estimation and decoding in 3D massive MIMO-OFDM systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, no. 12, pp. 8122–8138, Dec. 2016.
- [16] J. Mo, P. Schniter, and R. W. Heath, “Channel estimation in broadband millimeter wave MIMO systems with few-bit ADCs,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 5, pp. 1141–1154, Mar. 2018.
- [17] X. Liu et al., “Sparse channel estimation via hierarchical hybrid message passing for massive MIMO-OFDM systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 20, no. 11, pp. 7118–7134, Nov. 2021.
- [18] Y. Wan, G. Liu, A. Liu, and M.-J. Zhao, “Robust multi-user channel tracking scheme for 5G new radio,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Nov. 2023.
- [19] Y. Wan and A. Liu, “A two-stage 2D channel extrapolation scheme for TDD 5G NR systems,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, Jan. 2024.
- [20] A. Duel-Hallen, “Fading channel prediction for mobile radio adaptive transmission systems,” *Proc. IEEE*, vol. 95, no. 12, pp. 2299–2313, Dec. 2007.
- [21] I. C. Wong and B. L. Evans, “Low-complexity adaptive high-resolution channel prediction for OFDM systems,” in *Proc. IEEE GLOBECOM*, San Francisco, USA, 2006, pp. 1–5.
- [22] C. Lv, J.-C. Lin, and Z. Yang, “Channel prediction for millimeter wave MIMO-OFDM...,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 15183–15195, 2019.
- [23] H. Yin et al., “Addressing the curse of mobility in massive MIMO with Prony-based angular-delay domain channel predictions,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 38, no. 12, pp. 2903–2917, Dec. 2020.
- [24] Z. Qin et al., “A partial reciprocity-based channel prediction framework for FDD massive MIMO...,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 21, no. 11, pp. 9638–9652, Nov. 2022.
- [25] C. Wu et al., “Channel prediction in high-mobility massive MIMO: From spatio-temporal autoregression to deep learning,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 39, no. 7, pp. 1915–1930, Jul. 2021.
- [26] J. Ma et al., “Sparse Bayesian learning for the time-varying massive MIMO channels...,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 67, no. 3, pp. 1925–1938, Mar. 2018.
- [27] Y. Barbotin et al., “Estimation of sparse MIMO channels with common support,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 60, no. 12, pp. 3705–3716, Dec. 2012.
- [28] A. Adhikary et al., “Joint spatial division and multiplexing—The large-scale array regime,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 59, no. 10, pp. 6441–6463, Oct. 2013.
- [29] Y. Shi et al., “A compressive sensing based channel prediction scheme...,” in *Proc. WCSP*, China, 2021, pp. 1–6.
- [30] L. Lian, A. Liu, and V. K. Lau, “Exploiting dynamic sparsity for downlink FDD-massive MIMO channel tracking,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 67, no. 8, pp. 2007–2021, Apr. 2019.
- [31] L. Liu and W. Yu, “Massive connectivity with massive MIMO—Part I...,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 11, pp. 2933–2946, Jun. 2018.
- [32] A. K. Ghatak and S. Lokanathan, *Quantum Mechanics: Theory and Applications*. Macmillan, 2004.
- [33] (Duplicate of [31]) — removed in clean list unless you want duplicates kept.
- [34] Y. Zhu et al., “OFDM-based massive grant-free transmission...,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 70, no. 7, pp. 4543–4558, Jul. 2022.
- [35] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H.-A. Loeliger, “Factor graphs and the sum-product algorithm,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 498–519, Feb. 2001.

- [36] J. S. Yedidia et al., “Constructing free-energy approximations and generalized belief propagation algorithms,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 7, pp. 2282–2312, Jul. 2005.
- [37] D. Zhang et al., “Unifying message passing algorithms under constrained Bethe free energy,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 20, no. 7, pp. 4144–4158, Jul. 2021.
- [38] J. Cespedes et al., “Expectation propagation detection for high-order high-dimensional MIMO systems,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 62, no. 8, pp. 2840–2849, Aug. 2014.
- [39] Z. Chen, F. Sahrabi, and W. Yu, “Sparse activity detection for massive connectivity,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 7, pp. 1890–1904, Apr. 2018.
- [40] J. P. Vila and P. Schniter, “Expectation-maximization Gaussian-mixture approximate message passing,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, no. 19, pp. 4658–4672, Oct. 2013.
- [41] S. Jaeckel et al., “QuaDRiGa: A 3-D multi-cell channel model with time evolution...,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 62, no. 6, pp. 3242–3256, Jun. 2014.
- [42] Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz, Ver. 16.1.0, 3GPP TR 38.901, Dec. 2019.
- [43] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, “Signal recovery from random measurements via OMP,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, Dec. 2007.
- [44] J.-F. Determe et al., “On the exact recovery condition of SOMP,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 23, no. 1, pp. 164–168, Jan. 2015.
- [45] X. Dong, W.-S. Lu, and A. C. Soong, “Linear interpolation in pilot-symbol assisted channel estimation for OFDM,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 5, pp. 1910–1920, May 2007.