

الف: آرایه Sort شده باشد، در آن صورت، حتی اگر الگوریتم پایان پذیر باشد هم منتظران از درستی آن مطمئن بود.
ب: ثابت حلقه (خط 24) نشان می‌دهد سمت چپ تئین عنصر آرایه است که Sort شده؛ تغییرات آن

از طول آرایه تا $i+1$ در هر حلقه خواهد بود. $(i+1 \leq j \leq \text{length}[A])$
 $1 \leq i \leq \text{length}$ $\begin{cases} \text{max } i & \text{Length} \leq j \leq \text{Length} \Rightarrow \text{length} = j \checkmark \\ \text{min } i & 2 \leq j \leq \text{length} \Rightarrow \text{if } (\text{length} \geq 2) \checkmark \end{cases}$
 در هر حلقه حالات
 الگوریتم پایان
 پذیر است

پایه: $n = 2$ $\begin{bmatrix} a & b \\ a & b \end{bmatrix} \rightarrow \text{Swap}(a, b) \Rightarrow A[1] \leq A[2]$ اثبات با استقراء

فرض: $n = k$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & \dots & k \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{سوداز الگوریتم}} A[1] \leq A[2] \leq \dots \leq A[k]$

حکم: $n = k+1$ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & \dots & k & k+1 \end{bmatrix}$ اگر $A[1] \leq A[2] \leq \dots \leq A[k]$ در دست بگیریم، پس از
 صداقت k جابجایی به $A[k+1]$ و $A[k]$ می‌رسیم.

د) بهترین حالت Bubble Sort $= \text{Insertion Sort} = O(n^2) / O(n^2)$

$$T(n) \begin{cases} \theta(1) & n=1 \\ T(n-1) + \theta(n) & O.W. \end{cases} \Rightarrow T(n) = a(n + \dots + 1)^{\uparrow T(1)} = a \frac{n(n+1)}{2} \quad (2)$$

$$\Rightarrow O(n^2)$$

الف: (3)

```

for i=1 to (n-1) do
  min = i
  for j=i+1 to n do // chk Min
    if (Arr[j] < Arr[min]) then
      min = j
  if (index Min != i) then // swap Min
    swap(Arr[min], Arr[i])
    
```

ب) ثابت حلقه i : پیوسته اعضای آرایه $(1 \leq i \leq n-1)$
 j : پیدا کردن Min در هر پیوسته
 $(i+1 \leq j \leq n)$

ج) چون در هر پیوسته کوچکترین عضو پیدا شده و در جای خود قرار می‌گیرد، احتیاجی نیست برای عضو آخر الگوریتم
 (عبارت شود)

د) بدترین و بهترین حالت هر دو: $\theta(n^2)$

4

	A	B	O	o	Ω	ω	Θ
a.	$\lg^k n$	n^e	NO	NO	YES	YES	NO
b.	n^k	c^n	NO	NO	YES	YES	NO
c.	\sqrt{n}	$n^{\sin n}$	NO	NO	NO	NO	NO
d.	2^n	$2^{n/2}$	YES	YES	NO	NO	NO
e.	$n^{\lg c}$	$c^{\lg n}$	YES	NO	YES	NO	YES
f.	$\lg(n!)$	$\lg(n^n)$	YES	NO	YES	NO	YES

5 a) $\overline{\omega}, \overline{\Omega}$ - مبالغ : n^2, n^3

b) $\overline{\omega}, \overline{\Omega}$ - " " " " " "

c) $\overline{\omega}$ - $f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow f(n) \leq c \cdot g(n) \Rightarrow \lg(f(n)) \leq \lg(c \cdot g(n))$
 $\Rightarrow \lg(f(n)) \leq \lg c + \lg(g(n)) \Rightarrow \lg(f(n)) \in O(\lg(g(n)))$

d) $\overline{\omega}$ - $f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow f(n) \leq c \cdot g(n) \Rightarrow 2^{f(n)} \leq 2^c \cdot 2^{g(n)} \Rightarrow$

e) $\overline{\omega}, \overline{\Omega}$ - مبالغ : $f(n) = \frac{1}{n}$

f) $\overline{\omega}$ - $f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow f(n) \leq c \cdot g(n) \Rightarrow \frac{1}{c} f(n) \leq g(n)$
 $\Rightarrow g(n) \in \Omega(f(n))$

g) $\overline{\omega}$ - $\left\{ \begin{array}{l} \exists c_1 : c_1 f(n/2) \leq f(n) \\ \exists c_2 : f(n) \leq c_2 f(n/2) \end{array} \right\} \Rightarrow c_1 f(n/2) \leq f(n) \leq c_2 f(n/2)$

h) $\overline{\omega}$ - $\Rightarrow f(n) \in \Theta(f(n/2))$

$g(n) \in o(f(n)) \Rightarrow g(n) < c f(n) \Rightarrow f(n) + o(f(n)) \leq f(n) + c f(n) \Rightarrow$

$f(n) + o(f(n)) < (c+1) f(n) \Rightarrow c_2 f(n) \leq f(n) + o(f(n)) \leq (c+1) f(n)$

$\left. \begin{array}{l} \text{حيث } c_2 f(n) \leq f(n) \\ \text{و } c_2 f(n) \leq f(n) + o(f(n)) \end{array} \right\} \Rightarrow f(n) + o(f(n)) \in \Theta(f(n))$