

## Chapter 4

### 4.8 Denotational Semantics

a)

$$S_0 = \{(x, 0)\}, S_1 = \{(x, 1)\}, S_2 = \{(x, 2)\}$$

$$C[[x:=1; x:=x+1]](S_0) = C[[x:=x+1]](C[[x:=1]](S_0)) = C[[x:=x+1]](S_1) = S_2$$

b)

چون در تمامی stateها مقدار اولیه  $x$  صفر است، اگر مقدار آن را ۱ قرار دهیم و سپس یک واحد افزایش دهیم، مقدار نهایی آن ۲ خواهد بود.

#### 4.9 Semantics of Initialize-Before-Use

a)

$$\begin{aligned}
 & C[[x := 0; y := 0; \text{if } x = y \text{ then } z := 0 \text{ else } w := 1 ]](s_0) \\
 &= C[[y := 0; \text{if } x = y \text{ then } z := 0 \text{ else } w := 1 ]](C[[x := 0 ]](s_0)) \\
 &= C[[y := 0; \text{if } x = y \text{ then } z := 0 \text{ else } w := 1 ]](s_1) \\
 &= C[[\text{if } x = y \text{ then } z := 0 \text{ else } w := 1 ]](C[[y := 0 ]](s_1)) \\
 &= C[[\text{if } x = y \text{ then } z := 0 \text{ else } w := 1 ]](s_2) \\
 &= \text{if } E[[x = y]](s_2) = \text{error or } C[[z := 0]](s_2) = \text{error or } C[[w := 1]](s_2) \\
 &= \text{error then error else } C[[z := 0]](s_2) \oplus C[[w := 1]](s_2) \\
 & S_0 = \{(x, \text{uninit}), (y, \text{uninit}), (z, \text{uninit}), (w, \text{uninit})\} \\
 & S_1 = \{(x, 0), (y, \text{uninit}), (z, \text{uninit}), (w, \text{uninit})\} \\
 & S_2 = \{(x, 0), (y, 1), (z, \text{uninit}), (w, \text{uninit})\}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 & C[[\text{if } x = y \text{ then } z := y \text{ else } z := w]](s) = \text{if } E[[x = y]](s) = \\
 & \text{error or } c[[z := 0]](s) = \text{error or } c[[w := 1]](s) = \\
 & \text{error then error else } c[[z := 0]](s) \oplus c[[w := 1]](s) \\
 & s = \{(x, \text{init}), (y, \text{init}), (z, \text{uninit}), (w, \text{uninit})\}
 \end{aligned}$$

**4.10 Semantics of Type Checking****a)**

$$V[[if\ false\ then\ 0\ else\ 1]](0)$$

$$type\ checking: V[[false]](0) = boolean\ and\ V[[0]](0) = V[[1]](0) = integer$$

$$\Rightarrow V[[if\ false\ then\ 0\ else\ 1]](0) = integer$$

**b)**

$$V[[let\ x: int = e_1\ in\ (if\ e_2\ then\ e_1\ else\ x)]]0$$

$$type\ checking: if\ V[[e_1]] = integer\ and\ V[[e_2]] = boolean$$

$$\Rightarrow V[[let\ x: int = e_1\ in\ (if\ e_2\ then\ e_1\ else\ x)]]0 = boolean$$

**c)**

$$V[[let\ x = e_1\ in\ e_2]] = \begin{cases} V[[e_2(\eta)[x \rightarrow \sigma]] & if\ V[[e_1]] = V[[e_2]] \\ type\_error & otherwise \end{cases}$$

## 4.11 Lazy Evaluation and Parallelism

a)

بله؛ در صورتی که  $e_1$  منتظر  $e_2$  و یا  $e_2$  منتظر  $e_1$  باشد.

مانند توضیحات سوال، این حالت ممکن است پیش بیاید اگر یک عملیات به جای یک عدد به عنوان ورودی به تابع داده‌شود.

b)

در Lazy evaluation، اگر  $e_1$  صفر باشد تابع  $g$ ، ۱ برمی‌گرداند و  $e_2$  ارزیابی نمی‌شود؛ اما در Parallel evaluation، چون  $e_2$  هم ارزیابی می‌شود، خروجی نهایی error خواهد بود.

c)

از آنجایی که ارزیابی به صورت Parallel است و ارزیابی  $e_2$  به error منتهی شده‌است، خروجی error خواهد بود.

برای ارزیابی تابع  $g$ ، می‌توانیم ابتدا  $e_1$  و  $e_2$  را به صورت موازی و سپس تابع  $g$  را ارزیابی کنیم.

d)

اگر بخواهیم به صورت Parallel evaluation عمل کنیم،  $e_1$  باید قبل از  $e_2$  ارزیابی شود؛ برای این کار می‌توانیم قبل از ارزیابی توابع، به assignment‌ها رسیدگی کنیم؛ در غیر این صورت ممکن نخواهد بود.

## 4.12 Single-Assignment Languages

a)

فرایندهای دوم و سوم و فرایندهای ۶ و ۷ (از آنجا که فقط یکی از فرایندهای ۶ یا ۷ می‌توانند اجرا شوند، می‌توانیم آن‌ها را نیز موازی در نظر بگیریم) می‌توانند به صورت موازی اجرا شوند؛ اما بقیه فرایندها باید به ترتیب اجرا شوند.

b)

بله، می‌توان دو تابع  $g$  و  $h$  را به صورت موازی فراخوانی کرد.

اگر کامپایلر تمام مقادیری را که در یک `scope` هستند را نگهداری کند، می‌توان فراخوانی دو تابع  $g$  و  $h$  را از فرایندهای ۶ و ۷ حذف کرد؛ چرا که مقدار  $x$  تغییری نکرده است (single-assignment)؛ پس، خروجی دو تابع  $g$  و  $h$  نیز تغییری نمی‌کنند.

c)

اگر برنامه شرط `single-assignment` را رعایت نکند، نمی‌توان فراخوانی توابع  $g$  و  $h$  را هم‌زمان انجام داد؛ چرا که ممکن است مقدار  $x$  تغییر کند.

d)

خیر؛ این مسئله معادل مسئله‌ی `halting` است که `Undecidable` است.

اگر بتوان مقداردهی را به یک بار محدود کرد (چیزی شبیه `'static'` در تعریف متغیرها)، می‌توان برنامه را `single-assignment` در نظر گرفت.

e)

بله؛ از آنجا که هیچ `side-effect operation` وجود ندارد و `single-assignment` هم هست، در هر `scope` مقداردهی‌ها یک بار انجام می‌شوند؛ پس یک زبان `declarative` است.