1. Notação Científica

Resumo

A notação científica é uma forma de escrever números usando potências de 10.

Na notação científica os numeros são escritos da seguinte forma:

$N * 10^n$

Onde N é um numero real maior que 1 e menor que 10. e n é um numero inteiro.

1.1. Conversão

Nûmeros maiores que 1

6590000000000000

1. 13 zeros e 659
2. 659 é maior que 1? sim. é menor que 10? não.
3. Ande com a virgula para a esquerda até que 659 seja menor que 10.

   $659 = 659 * 10^0$

   $659 = 65,9 * 10^1$

   $659 = 6,59 * 10^2$

4. Some o numero de casas andadas com o numero de zeros.

   $6,59 * 10^{2+13}$

$6590000000000000 = 6,59 * 10^{15}$

Nûmeros menores que 1

$0,00039$

1. 4 zeros e 39
2. 39 é maior que 1? sim. é menor que 10? não.
3. Ande com a virgula para a esquerda até 39 seja menor que 10.

   $39 = 39 * 10^0$

   $39 = 3.9 * 10^1$

4. Somar o expoente de 39 aos 4 zeros.

   Advertência

   Como o numero é menor que zero, o expoente é negativo.

   $0,00039 = 3.9 * 10^{-(1+4)}$

$0,00039 = 3,9 * 10^{-5}$

2. Algarismos significativos e técnicas de arredondamento

2.1. Algarismos significativos

Resumo

- São todos os algarismos relevantes para determinar a precisão de um número.
- O último algarismo relevante é chamado de "duvidoso".
- Zeros à esquerda do primeiro digito diferente de zero não são significativos.
- Zeros à direita do ultimo digito diferente de zero não são significativos.

Exemplo

0,00001230120000

12,6 cm

2.2. Tecnicas de arredondamento

Resumo

- É a retirada de casas decimais consideradas menos relevantes de um numero real.
- Representada pelo simbolo $\approx$. Exemplo: $32.81 \approx 32.8$.

Definições

Para facilitar a compreensão, iremos definir uns termos:

1. Algarismo de interesse: O numero que ocupa a casa decimal a ser mantida
2. Algarismo posterior: O numero logo após o algarismo de interesse

Para arredondar um numero deve se determinar qual é o algarismo de interesse e seguir as seguinte regras:

Posterior menor que 5

O algarismo de interesse permanece inalterado.

Exemplo

$2,314$
Interesse: 3 (dezenas)
Posterior: 1 (centena)
$1 < 5$? sim.
Resposta: $2,3 \approx 2,314$

Posterior maior que 5

Acrecenta-se uma unidade ao algarismo de interesse.

Exemplo

$35,182$
Interesse: 1 (dezenas)
Posterior: 8 (centena)
$8 > 5$? sim.
Resposta: $35,2 \approx 35,182$

Posterior igual à 5

Nesse caso, é necessário analizar os algarismos subsequentes.

Posterior é seguido por numero diferente de zero

Acrecenta-se uma unidade ao algarismo de interesse.

Exemplo

$6,25003$
Interesse: 2 (dezena)
Posterior: 5 (centena)
$6,3 \approx 6,25003$

Posterior é o ultimo algarismo ou seguido exclusivamente de zeros

1. Se o algarismo de interesse for par, permanece inalterado.
2. Se o algarismo de interesse for impar, acrecenta-se uma unidade.

Exemplo

1. $1,365$
   Interesse: 6 (centena)
   Posterior: 5 (milhar)
   6 é par ou impar? par.
   $1,36 \approx 1,365$
2. $0,17500000$
   Interesse: 7 (centena)
   Posterior: 5 (milhar)
   7 é par ou impar? impar.
   $0,18 \approx 0,175$

3. Ordem de grandeza

Resumo

- É a análise dos numeros que estão em potências de 10.
- Algumas ordens de grandeza possuem prefixos e simbolos específicos.

3.1. Prefixos comuns

Prefixos	Notação Científica	Símbolo
Tera	10^{12}	T
Giga	10^{9}	G
Mega	10^{6}	M
Kilo	10^{12}	k
Deci	10^{-1}	d
Centi	10^{-2}	c
Milli	10^{-3}	d
Micro	10^{-6}	μ
Nano	10^{-9}	n
Pico	10^{-12}	p

3.2. Comparação

Para comparar diferentes grandezas deve-se converter o numero para notação científica e seguir as seguintes regras:

Ordem de grandeza igual

Compare os numeros antes da grandeza.

Exemplo

$3,14 * 10^3$ e $8,12 * 10^3$
Comparar $3,14$ e $8,12$
$8,12 > 3,14$ logo:
$8,12 * 10^3 > 3,14 * 10^3$

Ordem de grandeza distinta

Compare as grandezas.

Exemplo

$9,22 * 10^{-140}$ e $0,2 * 10^{10}$
Comparar -140 e 10
$10 > (-140)$ logo:
$0,2 * 10^{10} > 9,22 * 10^{-140}$

4. Unidades de Medida

4.1. Unidades Fundamentais

Resumo

A unidade de medida é uma convenção usada para representar dimensões como por exemplo, o metro é uma unidade para medir um comprimento.

Grandeza	Nome	Símbolo
Comprimento	Metro	m
Corrente Elétrica	Ampère	A
Intensidade Luminosa	Candela	cd
Massa	Quilogama	kg
Quantidade de substância	Mol	mol
Temperatura	Kelvin	K
Tempo	Segundo	s

4.2. Unidades Derivadas

Resumo

Unidade composta é aquela formada por combinação (divisão e/ou multiplicação) de duas ou mais unidades, ou pela multiplicação de uma mesma unidade, formando, assim, uma nova unidade.

Exemplo

Grandeza	Relação	Símbolo
Velocidade	$\frac{m}{s}$	
Aceleração	$\frac{m}{s^2}$	a
Força	$\text{kg} * a$	N
Densidade	$\frac{\text{kg}}{m^3}$	

5. Erro de medição

Competência	SAEB
EM13MAT313	D15

Resumo

- É a diferença entre o valor indicado pelo instrumento e o valor de referência.
- Representado pelo símbolo $\pm$. **Exemplo:** $123.45\text{cm} \pm 2\text{mm}$

6. Geometria

Resumo

É o estudo das formas presentes na natureza e das propriedades que essas formas possuem.
A Geometria é uma das três grandes áreas da Matemática.

Perímetro de figuras planas

Figura	Fórmula
Triângulo	Soma dos lados
Retângulo	$2\frac{b}{h}$
Quadrado	$4l$
Losango	$4l$
Trapésio	Soma dos lados
Círculo	$2\pi * r$

Legenda

Simbolo	Significado
b	Base
h	Altura
l	Lado
π	$\approx 3,14$
r	Raio

Área de figuras planas

Figura	Fórmula
Triângulo	$\frac{b*h}{2}$
Retângulo	$b*h$
Quadrado	l^2
Losango	$\frac{D*d}{2}$
Trapésio	$\frac{(B+b)*h}{2}$
Círculo	$\pi*(r^2)$

Legenda

Simbolo	Significado
B	Base Maior
b	Base/Base menor
h	Altura
l	Lado
D	Diagonal Maior
d	Diagonal Menor
π	$\approx 3,14$
r	Raio

7. Trigonometria

7.1. Triangulo retângulo

Teorema de Pitágoras

$$\begin{aligned} \text{Hipotenusa}^2 &= \text{Oposto}^2 + \text{Adjacente}^2 \\ A^2 &= B^2 + C^2 \end{aligned}$$

7.2. Funções trigonométricas

Resumo

Relacionam o valor do ângulo em graus ou radianos com o valor da razão trigonométrica

No Triangulo retângulo

Seno

$$\frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}}$$

Coseno

$$\frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

Tangente

$$\frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}}$$

Angulos notáveis

Angulo	Seno	Cosseno	Tangente
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
60º	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

8. Função

Competência	SAEB
EM13MAT401	D17,D18
EM13MAT404	D19,D20
EM13MAT501	D21,D23
EM13MAT502	D25

Resumo

Uma função é uma relação matemática estabelecida entre duas variáveis

Exemplo

1. Função $y = (x * 3) + 3$

x	$f(x)$
1	6
2	9
3	12
4	15

8.1. Crescimento e Decrescimento

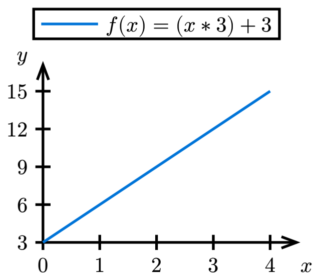
Informação

- A função é crescente se y aumenta toda vez que x é aumentado.
- A função é decrescente se y diminui toda vez que x é aumentado.

Exemplo de função crescente

Função $y = (x * 3) + 3$

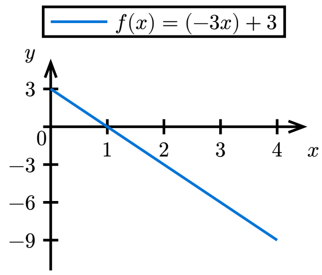
x	$f(x)$
1	6
2	9
3	12
4	15



Exemplo de função decrescente

Função $y = (-3x) + 3$

x	$f(x)$
1	0
2	-3
3	-6
4	-9



8.2. Função de primeiro grau

Resumo

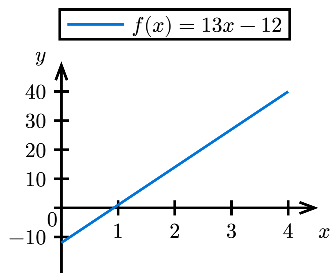
Uma função do 1º grau é expressa da seguinte forma:
$y = ax + b$ ou $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais ($\mathbb{R}$) e $a \neq 0$

Também é chamada de função afim.

Exemplo

$y = 13x - 12$

Gráfico de $y = 13x - 12$



Passo-a-passo

Pergunta

Determine a raiz da função
$y = -2x + 10$

Para determinar a raiz da função de primeiro grau, devemos considerar o valor de x quando $y = 0$.

1. Separamos as incógnitas dos numeros conhecidos.
$y \quad = -2x + 10$
$2x = 10$
2. Resolvemos a equação.
$2x = 10$
$x \quad = 5 \quad (\div 2)$
3. Verificamos se a solução é correta ($y = 0$)
$y = -2x + 10$
$y = (-2 * 5) + 10 \quad (x \mapsto 10)$
$y = -10 + 10$
$y = 0$

Conclusão

A raiz da função $y = -2x + 10$ é 5.

8.3. Função de segundo grau

Resumo

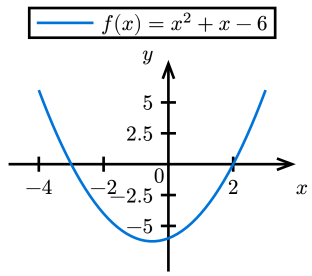
Uma função de segundo grau é expressa da seguinte forma:
$y = ax^2 + bx + c$ ou
$f(x) = ax^2 + bx + c$ onde $a \neq 0$.

Também chamada de função quadratica.
Sempre é uma parábola.
Têm até duas raizes, uma positiva (x') e outra negativa (x''), podendo não ter solução nos numeros reais.

Exemplo

$y = x^2 + x - 6$

Gráfico de $y = x^2 + x - 6$



Fórmula de Bhaskara

Informação

Para usar a fórmula de Bhaskara, a equação de segundo grau deve estar na forma reduzida.

Forma reduzida das equações de segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2}a$

8.3.1. Concavidade

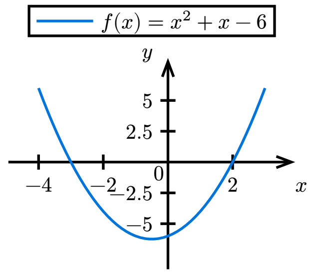
Resumo

A concavidade da parábola é determinada pelo coeficiente a da equação.

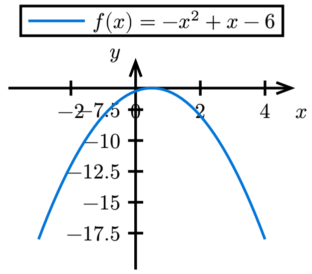
Memorizar

- Se $a > 0$ a concavidade da parabola é voltada para cima.
- Se $a < 0$ a concavidade da parabola é voltada para baixo.

Função com concavidade para cima)



Função com concavidade para baixo



8.3.2. Ponto Maximo e Mínimo

Resumo

O ponto maximo ou minimo de uma função quadratica é o vertice da parábola.

- Uma função com concavidade para cima possui ponto minimo.
- Uma função com concavidade para baixo possui ponto maximo.

Memorizar

- $a < 0$ é maximo.
- $a > 0$ é minimo.

Calculo do vértice de uma parabola

Como o vertice é um ponto em duas dimensões, precisamos calcular cada componente.

$\text{Componente X} \hookleftarrow X_v = \frac{b}{2a}$

$\text{Componente Y} \hookleftarrow Y_v = \frac{\Delta}{4a}$

O vértice da parabola então é: (X_v, Y_v)

Passo-a-passo

Pergunta

Calcule o vértice da função $y = x^2 + 2x - 1$.

Como $a = 1, b = 2, c = -1$, temos que $a > 0$, logo a parabola tem concavidade voltada para cima e o vértice dela é o ponto minimo.

1. Calcule o Componente X.
   $X_v = \frac{b}{2a}$
   $X_v = \frac{2}{2*1}$
   $X_v = 1$
2. Calcule o Componente Y.
   $Y_v = \frac{\Delta}{4a}$
   $\Delta = -b^2 - 4ac$
   $\Delta = -2^2 - 4 * 1 * -1$
   $\Delta = -4 - (4 * -1)$
   $\Delta = \cancel{-4} + \cancel{4}$
   $\Delta = 0$
   $Y_v = \frac{0}{4} * 1$
   $Y_v = 0$

Conclusão

O vértice da função $y = x^2 + 2x - 1$ é $(1, 0)$.

8.3.3. Raizes

Resumo

A raiz de uma função são os valores de x que fazem $f(x) = 0$.
Uma função de segundo grau possui até 2 raizes.

Passo-a-passo

Pergunta

Usando a função do exemplo. Obtenha as raizes de $y = x^2 + x - 6$

A resolução de uma equação do segundo grau depende do valor do delta (Δ).

Memorizar

Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raizes reais e distintas.
Se $\Delta = 0$, a equação possui raizes iguais.
Se $\Delta < 0$, a equação não possui raizes reais.

1. Extraia o valor de a, b e c
$y = x^2 + x - 6$
$y = 1x^2 + 1x - 6$
$a = 1, b = 1, c = -6$
2. Calcule o valor do Δ
$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = 1^2 - 4 * 1 * (-6)$
$\Delta = 1 - 4 * (-6)$
$\Delta = 1 - (-24)$
$\Delta = 25$

Continuação

3. Resolva x' e x''
$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$x' = \frac{-1+\sqrt{25}}{2} * 1$
$x' = \frac{-1+5}{2}$
$x' = \frac{4}{2}$
$x' = 2$
$x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$x'' = \frac{-1-\sqrt{25}}{2} * 1$
$x'' = \frac{-1-5}{2}$
$x'' = -3$

Conclusão

As raizes da função $y = x^2 + x - 6$ são 2 e -3.

8.4. Função definida por partes

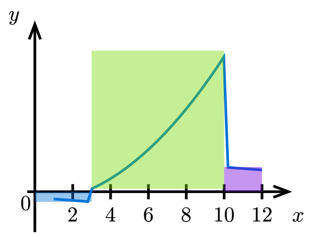
Resumo

Funções que podem ser expressas por diferentes sentenças algébricas para respectivos intervalos numéricos

Exemplo

$$f(x) := \begin{cases} -x-4 \text{ se } x<3 \\ x^2-7 \text{ se } 3\geq x\geq 10 \\ \frac{120}{x}+5 \text{ se } x>10 \end{cases}$$

Gráfico de $f(x)$



Passo-a-passo

Pergunta

Usando a função $f(x)$ dos exemplos.
Resolva $f(4)$.

1. Verifique qual condição é valida para o valor dado
   $\cancel{4 < 3}$ ou $3 \geq 4 \geq 10$ ou $\cancel{4 > 10}$
2. Aplique a função equivalente
   $f(x) = X^2 - 7$

   $f(4) = 4^2 - 7$

   $f(4) = 16 - 7$

   $f(4) = 9$

Conclusão

$f(4) = 9$

8.5. Transformação do grafico da função

Resumo

Ao aplicar algumas operações numa função o seu gráfico será transformado.

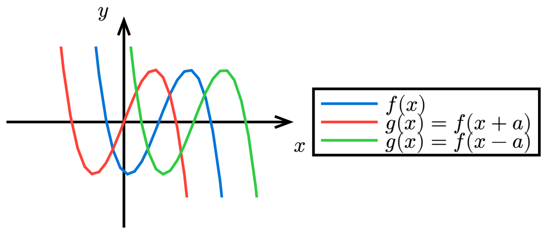
Informação

Nessa parte temos a convenção de que a função original $f(x)$ terá cor azul, e a função obtida pela transformação $g(x)$ terá cor vermelha.
A função $f(x)$ será sempre a mesma.

8.5.1. Translação horizontal (Eixo x)

Exemplo

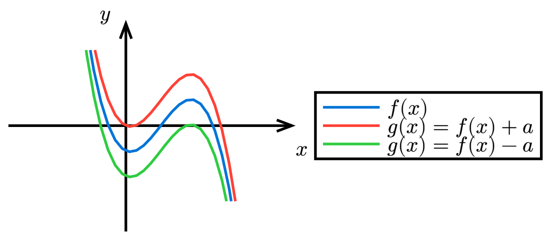
Translação de a na direção do eixo x, para a esquerda se $a > 0$ e para a direita se $a < 0$.



8.5.2. Translação Vertial (Eixo y)

Exemplo

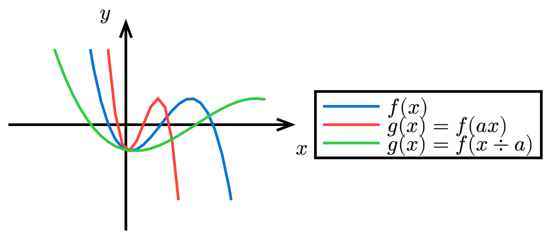
Translação de a na direção do eixo y, para a cima se $a > 0$ e para a baixo se $a < 0$.



8.5.3. Expansão (Eixo x)

Exemplo

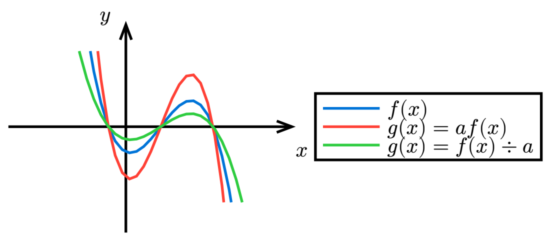
Expansão ou contração segundo o fator $\frac{1}{a}$ na direção do eixo x.



8.5.4. Expansão (Eixo y)

Exemplo

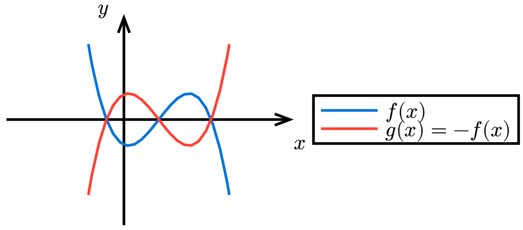
Expansão ou contração segundo o fator a na direção do eixo y.



8.5.5. Reflexão (Eixo x)

Exemplo

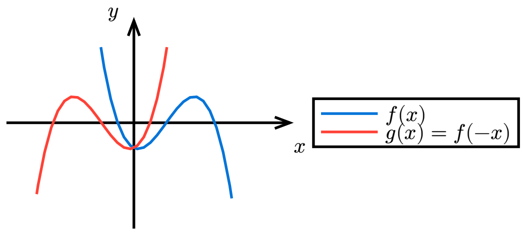
Reflexão em relação ao eixo x.



8.5.6. Reflexão (Eixo y)

Exemplo

Reflexão em relação ao eixo y.



9. Progressão Aritmética

Resumo

É uma sequencia numérica onde a diferença entre cada número e seu antecessor resulta sempre em um mesmo valor.
Esse valor é denominado "razão".

Exemplo

$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \cdots\}$

Informação

Vamos observar o que acontece quando subtraimos qualquer termo por seu antecessor

Passo-a-passo

$$
\begin{aligned}
18 - 16 &= 2 \\
16 - 14 &= 2 \\
14 - 12 &= 2 \\
\vdots \quad & \quad \vdots \\
4 - 2 \quad &= 2
\end{aligned}
$$

Conclusão

A razão da PA $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \cdots\}$ é 2.

Termo geral de uma PA

Observe que um termo subtraído de seu antecessor sempre resulta na razão.
Em uma PA, conseguimos escrever n igualdades que seguem esse padrão, o que nos deixa criar um sistema de equações.

Somando as n equações lado a lado, teremos:

$$\begin{aligned} a_2 - a_1 &= r \\ a_3 - a_2 &= r \\ a_4 - a_5 &= r \\ \vdots \quad &\vdots \\ a_n - a_{n-1} &= r \\ a_n - a_1 &= (n-1) * r \\ a_n &= a_1 + (n-1) * r \end{aligned}$$

Através desta formula ($a_n = a_1 + (n-1) * r$) conseguimos identificar qualquer termo de uma progressão aritmética.

Passo-a-passo

Pergunta

Encontre o quinto termo da progressão exemplo.

Sabemos que a progressão começa com 2. Logo $a_1 = 2$.
Queremos achar o quinto termo, então $n = 5$.
A razão da PA é 2, $r = 2$.

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1) * r \\ a_5 &= 2 + (5-1) * 2 \\ a_5 &= 2 + (4) * 2 \\ a_5 &= 10 \end{aligned}$$

Conclusão

O quinto termo (a_5) da PA $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \cdots\}$ é 10.

Soma de termos de uma PA finita

Se quisermos identificar a soma de uma PA finita, podemos observar que em qualquer PA finita, a soma do primeiro e ultimo termo é igual a soma do segundo mais o penúltimo termo.

$S_n = a_1 + a_2 ... + + a_{n-1} + a_n$
$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = ...$

Se agruparmos os numeros em pares e todos os pares tem o mesmo valor, o valor da soma da PA então será o produto dessa soma pela quantidade de elementos da PA, dividido por dois, pois estamos somando esses numeros "dois a dois".
Ficamos assim com a seginte fórmula:
$S_n = \frac{(a_1+a_n)*n}{2}$

Passo-a-passo

Pergunta

Encontre a soma da seguinte PA finita:
$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

O primeiro elemento é 2. $a_1 = 2$
O último elemento é 16. $a_n = 16$
A PA possui 8 elementos. $n = 8$

$S_n = \frac{(a_1+a_n)*n}{2}$

$S_n = \frac{(2+16)*8}{2}$

$S_n = \frac{18*8}{2}$

$S_n = \frac{144}{2}$

$S_n = 72$

Conclusão

A Soma da PA finita $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$ é 72.

10. Progressão Geométrica

Resumo

É uma sequencia numérica onde o quociente entre cada número e seu antecessor resulta sempre em um mesmo valor.

Em outras palavras, o número multiplicado pela razão, resulta no próximo número.

Exemplo

$\{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, \cdots\}$

Informação

Vamos observar o que acontece quando dividimos qualquer termo por seu antecessor

Passo-a-passo

$$\begin{aligned} \frac{256}{128} &= 2 \\ \frac{128}{64} &= 2 \\ \frac{64}{32} &= 2 \\ \vdots &\quad \vdots \\ \frac{4}{2} &= 2 \end{aligned}$$

Conclusão

A razão da PG $\{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, \cdots\}$ é 2.

Termo geral da PG

Assim como na PA, existe uma formula capaz de encontrar qualquer termo de uma PG, sabendo o primeiro numero da PG (a_1), a posição do numero que queremos obter (n) e a razão (r).

$$a_n = a_1 * r^{n-1}$$

Passo-a-passo

Pergunta

Obtenha o nono valor da PG exemplo.

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 * r^{n-1} \\ a_9 &= 2 * 2^{9-1} \\ a_9 &= 2 * 2^8 \\ a_9 &= 2 * 256 \\ a_9 &= 512 \end{aligned}$$

Conclusão

O nono valor da PG $\{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, \cdots\}$ é 512.

Soma dos termos da PG

Assim como na PA, existe uma formula capaz de calcular a soma de uma PG finita, sabendo o primeiro numero da PG (a_1), a quantidade de elementos (n) e a razão (r).

$S_n = \frac{a_1 * (r^n - 1)}{r - 1}$

Passo-a-passo

Pergunta

Obtenha a soma dos dez primeiros valores da PG exemplo.

$S_n = \frac{a_1 * (r^n - 1)}{r - 1}$

$S_n = \frac{2 * (2^{10} - 1)}{2 - 1}$

$S_n = \frac{2 * (1024 - 1)}{2 - 1}$

$S_n = \frac{2 * 1023}{\cancel{1}}$

$S_n = 2046$

Conclusão

A Soma dos dez primeiros elementos da PG é 2046.

11. Logarítmo

Resumo

O Logarítmo é a operação inversa da exponenciação e é utilizada para calculos de equações exponenciais que não possuem soluções imediatas.
Ou seja: $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$.

Nomenclatura

$\log_a b = x$

$a \rightarrow \text{base}$

$b \rightarrow \text{logaritmando}$

$x \rightarrow \text{logaritmo}$

Advertência

Um logarítmo só pode existir:

- Quando sua base for diferente de zero e diferente de um
- Seu logaritmando for maior que zero

Ou seja:

$\begin{cases} a > 0 \ e \ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

Exemplo

$\log_6 36 = 2, \text{pois } 6^2 = 36$

$\log_2 16 = 4, \text{pois } 2^4 = 16$

$\log_{\frac{1}{5}} 5 = -1, \text{pois } \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5$

Logaritmo decimal

Um logaritmo é considerado decimal quando a base dele é igual a 10.

Memorizar

É convencionado que quando um logaritmo é decimal não é necessário escrever a base.

$\log_{10} b \Leftrightarrow \log b$

Logaritmo natural

Um logaritmo é considerado natural quando a base dele é igual a e.

Memorizar

Representamos um logaritmo natural por $\ln$.

$\log_e b \Leftrightarrow \ln b$

11.1. Propriedades

Multiplicação de fatores

O Logaritmo é igual à soma dos logaritmos desses fatores.
$\log_a(n * m) = \log_a n + \log_a m$

Divisão de fatores

O logaritmo é igual a subtração dos logaritmos desses fatores.
$\log_a\left(\frac{n}{m}\right) = \log_a n - \log_a m$

Exponenciação de fatores

O logaritmo é igual a multiplicação do logaritmo pelo expoente da potência.
$\log_a(b^n) = n * \log_a b$

Radiciação de fatores

O logarítmo é igual a multiplicação do logaritmo pelo inverso do indice da raiz.
$\log_a\left(\sqrt[n]{b}\right) = \frac{1}{n} * \log_a b$

Base elevada a uma potência

O logarítmo é igual a multiplicação do logaritmo pelo inverso do expoente da base.
$\log_a^n b = \frac{1}{n} * \log_a b$

11.2. Mudança de base

Resumo

Em um logaritmo natural ($\ln$) a base é e. Podemos mudar de base para a base decimal.

Passo-a-passo

Sabemos que $\ln a = \log_e a$.
$\log_e a = \log_{10} \frac{a}{\log_{10}} e$.
Como $\log_{10} e \approx 0,43$, temos:

$$\begin{aligned}\log_e a &= \frac{\log_{10} a}{0{,}43} \\ &= \frac{1}{0{,}43} * \log a \\ &= 2,3 * \log a\end{aligned}$$

Conclusão

Podemos trocar um logaritmo natural para base decimal se usarmos a seguinte fórmula:

Memorizar

$\ln a = 2,3 * \log a$

12. Função logarítmica

Resumo

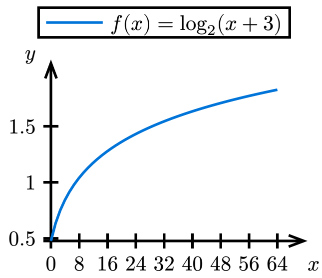
Uma funçao logarítmica é expressa da seguinte forma:
$f(x) = \log_a x$.

Sendo a real e $a \neq 1$.

Exemplo

$f(x) = \log_2(x+3)$

Gráfico de $f(x)$



Crescimento e decrescimento

O crescimento de uma função logaritmica é dependende em sua base.

Memorizar

- Quando a base for maior que 1, a função é crescente.
- Quando a base for maior que 0 e menor que 1, a função é decrescente.

13. Função exponencial

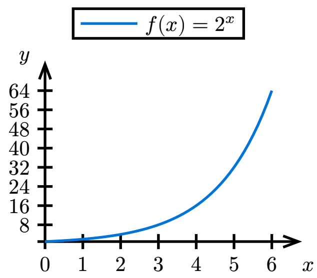
Resumo

Uma funçao exponencial é expressa da seguinte forma:
$f(x) = a^x$.
Onde a é um numero real positivo e $a \neq 1$.

Exemplo

$f(x) = 2^x$

Gráfico de $f(x)$



Crescimento e decrescimento

O crescimento de uma função exponencial é dependende em sua base.

Memorizar

- Quando a base for maior que 1, a função é crescente.
- Quando a base for maior que 0 e menor que 1, a função é decrescente.

14. Juros Simples

Resumo

O juro simples é um tipo de juro onde o valor acrescentado ao decorrer do tempo é constante.

Fórmula

$J = C_i * T_j * t$

Onde:

- J é o juro
- C_i é o capital inicial
- T_j é a taxa de juro
- t é o tempo

Advertência

É importante que a taxa de juro e o tempo estejam na mesma unidade de tempo.

Por exemplo, se o tempo for medido em meses a taxa de juro deve ser mensal.

Talvez seja necessário converter anos para meses, meses para dias, etc.

Montante

O Montante é o valor do capital somado ao juro.

Memorizar

$M = C_i + J$

Passo-a-passo

Pergunta

Um capital de $\text{R\$ }600$ foi investido em tesouro direto, com uma taxa de $12\%_{\text{a.a.}}$ para ser retirado após 5 anos. Calcule o juro e o montante ao final desse tempo.

Capital Inicial = 600
Período = 5 anos
Taxa = 12% ao ano
Precisa converter? não.

1. Converter a porcentagem para um numero decimal
   $12\% = \frac{12}{100} = 0,12$
2. Calcular o juro
   $$\begin{aligned} J &= C_i * T_j * t \\ C_i &= 600 \\ T_j &= 0,12 \\ t &= 5 \\ J &= 600 * 0,12 * 5 \\ J &= 72 * 5 \\ J &= 360 \end{aligned}$$
3. Calcular o montante
   $$\begin{aligned} M &= C_i + J \\ M &= 600 + 360 \\ M &= 960 \end{aligned}$$

Conclusão

O juro acumulado nesse periodo foi de R$ 360.
O montante foi de R$ 960.

15. Juros Compostos

Resumo

O juro simples é um tipo de juro onde há incidência de juros sobre juros.
Fazendo assim o valor adicionado não ser constante.

Fórmula

$M = C_i * (1 + T_j)^t$
Onde:

- M é o montante
- C_i é o capital inicial
- T_j é a taxa de juro
- t é o tempo

Para se obter o Juro, subtraia o montante pelo capital inicial.
$J = M - C_i$

Passo-a-passo

Pergunta

Um capital de $\text{R\$ } 1400$ foi aplicado a juros compostos, com uma taxa de $7\%_{\text{a.a.}}$ para ser retirado após 24 meses. Calcule o juro e o montante ao final desse tempo.

Capital Inicial = 1400
Período = 24 meses
Taxa = 12% ao ano
Precisa converter? sim.

1. Converter o periodo para a mesma unidade de tempo
   Sabemos que existem 12 meses em um ano. Logo:
   $t = \frac{24}{12}$
   $t = 2$
2. Converter a porcentagem para um numero decimal
   $7\% = \frac{7}{100} = 0,07$
3. Calcular o montante
   $M = C_i * (1 + T_j)^t$
   $M = 1400 * (1 + 0,07)^2$
   $M = 1400 * (1,07)^2$
   $M = 1400 * 1,1449$
   $M = 1602,86$
4. Calcular o juro
   $J = M - C_i$
   $J = 1602,86 - 1400$
   $J = 202,86$

Conclusão

O juro acumulado nesse periodo foi de R$ 202,86.
O montante foi de R$ 1602,86.

16. Probabilidade

16.1. Espaço Amostral

Resumo

- O espaço amostral é o conjunto de todos os possiveis resultados de um experimento.
- É denotado pela letra S.

Evento Equiprovável ou Aleatório

Um espaco amostral é chamado de "equiprovável" se todos os resultados possuirem a mesma chance de ocorrerem.

Exemplo

Experimento: Se joga um dado de 6 lados e se observa o numero da face superior.
O espaço amostral desse experimento é $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

16.2. Evento

Resumo

- É um conjunto específico de resultados de um experimento
- Geralmente é representado por uma letra maiúscula

Exemplo

Experimento: Se joga um dado de 6 lados e se observa o numero da face superior.
Alguns eventos podem ser:

- A = Obter um número par
- B = Obter um número impar
- C = $\{1, 2\}$ (Obter 1 ou 2)
- D = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (Obter os numeros de 1 à 6)
- E = $\{7\}$ (Obter o numero 7)

Informação

Note que os eventos A, B, C e D são subconjuntos do espaço amostral (O evento D é igual o espaco amostral).

Assim os eventos A, B e C são eventos possíveis e o evento D é um evento certo.
Já o evento E é um evento impossível.

16.3. Fórmula

Memorizar

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$
Onde:
$P(A) \mapsto$ Probabilidade de A acontecer
$n(A) \mapsto$ Número de elementos do conjunto A
$n(\Omega) \mapsto$ Número de elementos do espaco amostral

Informação

- Frequentemente essa razão é expressa nas formas percentual e decimal.
- $0 \geq P(A) \geq 1$
- Se $P(A) = 0$ o evento tem 0% de chance de ocorrer.
- Se $P(A) = 1$ o evento tem 100% de chance de ocorrer.

17. Análise Combinatória

17.1. Princípio aditivo da Contagem

Resumo

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$
Lê-se: "O numero dos elementos da união entre o conjuto A e B é igual à soma dos numeros dos elementos dos conjuntos A e B, se e somente se a interseção entre A e B for o conjunto nulo."

Símbolos

- $\cup$ - União
- $\cap$ - Intersessão
- $\emptyset$ - Conjunto Nulo
- $\Leftrightarrow$ - Se e somente se

Exemplo

Seja $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$

- $A \cup B$ = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $A \cap B$ = $\{3\}$
- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$

Passo-a-passo

Pergunta

Suponha que tenha entrado em cartaz 3 filmes e 2 peças de teatro e você só tenha dinheiro para assistir apenas um desses programas. Quantos programas você pode fazer?

1. Defina os conjuntos
$A = \{x \mid x \text{ é filme}\} = \{\text{F1}, \text{F2}, \text{F3}\}$
$B = \{x \mid x \text{ é teatro}\} = \{\text{T1}, \text{T2}\}$
2. Aplique o princípio aditivo
$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
$n(A \cup B) = 3 + 2$
$n(A \cup B) = 5$

Advertência

Note que $A \cap B = \emptyset$.

Conclusão

Eu posso fazer 5 programas.

17.2. Princípio Multiplicativo

Resumo

Se um evento A pode ocorrer de m maneiras diferentes, e se para cada uma dessas m maneiras possiveis de A ocorrer, um outro evento B pode ocorrer de n maneiras diferentes, então o numero de maneiras de ocorrer o evento A seguido de B é $m * n$.

Exemplo

Pergunta

Suponha que tenha entrado em cartaz 5 filmes e 4 peças de teatro e você só tenha dinheiro para assistir um filme e uma peça de teatro. Quantos programas você pode fazer?

1. Defina os conjuntos
   $A = \{\mathrm{F1}, \mathrm{F2}, ..., \mathrm{F5}\}$
   $B = \{\mathrm{T1}, \mathrm{T2}, \mathrm{T3}, \mathrm{T4}\}$
2. Aplique o prinicipio multiplicativo
   $n(A) * n(B)$
   $5 * 4$
   20

Conclusão

Eu posso fazer 20 programas.

17.3. Arranjo Simples

Resumo

- Conhecendo um conjunto com n elementos, chamamos de arranjo simples todos os agrupamentos formados sem repetições de elementos.
- No arranjo a posição dos elementos importa, $\{1, 2\} \neq \{2, 1\}$.

Exemplo

Dado o conjunto $S = \{1, 2, 3, 4\}$, podemos listar todos os arranjos simples possiveis com 2 elementos.

$\{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 1\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 1\}, \{3, 2\}, \{3, 4\}, \{4, 1\}, \{4, 2\}, \{4, 3\}\}$

Podemos afirmar que existem 12 arranjos possiveis de 4 elementos tomados de 2 em 2.

Fórmula

$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$

Onde:

$A_{n,k} \mapsto$ Arranjo de n elementos tomados de k em k

$n \mapsto$ Quantidades de elementos no conjunto

$k \mapsto$ Quantidades de elementos por argupamento

Passo-a-passo

Pergunta

Calcule a quantidade de arranjos que podemos formar com 8 elementos tomados de 3 em 3.

$$A_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$
$$A_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)!}$$
$$A_{8,3} = \frac{8*7*6*\cancel{5!}}{\cancel{5!}}$$
$$A_{8,3} = 8*7*6$$
$$A_{8,3} = 336$$

Conclusão

Existem 336 possíveis arranjos formados com 8 elementos tomados de 3 em 3.

17.4. Combinação simples

Resumo

- Conhecendo um conjunto com n elementos, chamamos de combinação simples todos os subconjuntos formados com uma quantidade de elementos de um conjunto maior.
- No conjunto a posição dos elementos não importa, $\{1,2\} = \{2,1\}$.

Fórmula

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Onde:

$C_k^n \mapsto$ Combinação de n elementos tomados de k em k

$n \mapsto$ Quantidades de elementos no conjunto

$k \mapsto$ Quantidades de elementos por argupamento

Passo-a-passo

Pergunta

Calcule a quantidade de combinações que podemos formar com 10 elementos tomados de 4 em 4.

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4!*(10-4)!}$$

$$C_{10}^4 = \frac{10*9*8*7*\cancel{6!}}{4!*\cancel{6!}}$$

$$C_{10}^4 = \frac{10*9*8*7}{4!}$$

$$C_{10}^4 = \frac{5040}{24}$$

$$C_{10}^4 = 210$$

Conclusão

Existem 210 possíveis combinações formados com 10 elementos tomados de 4 em 4.

18. Estatística

18.1. Medidas de Dispersão

Resumo

- São utilizadas para indicar o grau de variação entre um conjunto e sua média.
- Existem quatro medidas de dispersão:
  1. Amplitude
  2. Desvio
  3. Variância
  4. Desvio Padrão

18.1.1. Amplitude

Resumo

É a diferença entre o maior e o menor número do conjunto.

Exemplo

Considere $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
A amplitude de S é igual à $6 - 1$, ou seja 5.

18.1.2. Desvio

Resumo

É a diferença entre cada valor pela média aritmética do conjunto.

Exemplo

Considere $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- A média aritmética de S é igual a soma de todos os valores dividida pelo numero de valores.

$$M_a = \frac{1+2+3+4+5+6}{6}$$

$$M_a = \frac{21}{6}$$

$$M_a = 3,5$$

$$d_0 = 1 - 3,5 = -2,5$$

$$d_1 = 2 - 3,5 = -1,5$$

$$d_2 = 3 - 3,5 = -0,5$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$d_5 = 6 - 3,5 = 2,5$$

18.1.3. Variância

Resumo

- A Variância indica quão distante um numero está de um valor central.
- Quanto menor a variância, mais próximo os valores estão da média.

Cálculo da variância

É calculada pela média aritmética dos quadrados dos desvios.

Passo-a-passo

Pergunta

Considere $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Calcule a variância de S.

1. Calcule a média das amostras.
$M_a = \frac{1+2+3+4+5+6}{6}$
$M_a = \frac{21}{6}$
$M_a = 3,5$
2. Calcule os desvios dos elementos.
$d_0 = 1 - 3,5 = -2,5$
$d_1 = 2 - 3,5 = -1,5$
$d_2 = 3 - 3,5 = -0,5$
$d_3 = 4 - 3,5 = 0,5$
$d_4 = 5 - 3,5 = 1,5$
$d_5 = 6 - 3,5 = 2,5$
3. Elevar ao quadrado os desvios
$(-2,5)^2 = 6,25$
$(-1,5)^2 = 2,25$
$(-0,5)^2 = 0,25$

Continuação

Dica

$x^2 = -x^2$

Informação

- Como podemos observar, a variância nesse caso é simétrica.
- Isso permite que nós não precisemos calcular os quadrados do lado positivo pois o quadrado de um numero negativo é igual ao quadrado do numero positivo.
- Nós só precisamos lembrar que cada valor repete duas vezes.

4. Calcular a média aritmética do quadrado dos desvios
$V = \frac{6,25+6,25+2,25+2,25+0,25+0,25}{6}$
$V = \frac{2(6,25+2,25+0,25)}{6}$
$V = \frac{\cancel{2}(8.75)}{\cancel{6}} \hookleftarrow (\div 2)$
$V = \frac{8,75}{3}$
$V \approx 2,92$

Conclusão

A Variância de S é aproximadamente $2,92$.

18.1.4. Desvio Padrão

Resumo

- É a raiz quadrada da variância.
- Indicado pelo simbolo σ.

Exemplo

Considerando o exemplo anterior, o desvio padrão corresponde a raiz quadrada de $2,92$.
$\sigma(S) = \sqrt{2.92}$

$\sigma(S) \approx 1.4$

18.2. Medidas de Centralidade

Resumo

- São valores retirados para representar, de algum modo, todo o conjunto.
- Existem quatro medidas de dispersão:
  1. Média arítmética
  2. Media aritmética ponderada
  3. Moda
  4. Mediana

18.2.1. Média aritmética

Resumo

É igual a soma de todos os valores dividida pelo numero de valores.

Exemplo

$M_a = \frac{1+2+3+4+5+6}{6}$

$M_a = \frac{21}{6}$

$M_a = 3,5$

18.2.2. Média aritmética ponderada

Resumo

É uma média aritmética onde os numeros involvidos possuem "pesos".

Fórmula

$M_p = \frac{(p_1 * x_1) + (p_2 * x_2) + \ldots + (p_n * x_n)}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$
Onde:

- M_p é a média ponderada
- $p_1, \ldots, p_n$ são os pesos de cada valor
- $x_1, \ldots, x_n$ são os valores

Exemplo

Supomos que a primeira fase de um processo tenha peso 1, a segunda tenha peso 2 e o terceira tenha peso 3.

O calculo da média ponderada neste caso seria:
$M_p = \frac{(1 * \text{ 1ª Fase}) + (2 * \text{ 2ª Fase}) + (3 * \text{ 3ª Fase})}{1+2+3}$

Informação

Resumidamente, a média ponderada é uma média onde cada valor é multiplicado pelo seu peso, e dividido pela soma dos pesos.

18.2.3. Moda

Resumo

É o valor mais frequente de um conjunto.
Caso o conjunto não apresente uma moda, ele é chamado de "amodal".
Caso apresente uma moda, ele é chamado de "unimodal".
Caso apresente duas modas, é "bimodal"; etc.

Exemplo

Considere os seguinte conjuntos:
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
$B = \{1, 2, 1, 3, 1\}$
$C = \{1, 1, 2, 2, 3\}$

- O conjunto A é amodal, pois não existe um numero mais frequente que os outros.
- O conjunto B é unimodal, e sua moda é 1.
- O conjunto C é bimodal, e suas modas são $\{1, 2\}$.

18.2.4. Mediana

Resumo

- É o valor que indica exatamente o centro de um conjunto quando esse conjunto é ordenado.
- Um conjunto é ordenado quando todos os seus valores seguem uma ordem crescente ou decrescente.

Advertência

Se o numero de objetos do conjunto for par é calculado pela média aritmética dos dois valores centrais.

Exemplo

Considere o conjunto $S = \{5, 2, 8, 4, 7, 8\}$.
Ao ordenar (crescente) S obtemos $S' = \{2, 4, 5, 7, 8, 8\}$.

Como esse conjunto é par precisamos obter os dois valores centrais.
Que neste caso são $\{5, 7\}$.
$M_d = \frac{5+7}{2}$
$M_d = 6$

Conclusão

A mediana (M_d) de S é 6.

19. Glossário

Essa secção contém o glossário automáticamente gerado.