

Лабораторная работа

Синтез БИХ-фильтров

1. Начальные характеристики исследуемого НЧ-фильтра:

- $f_p = 200$ Гц;
- частота дискретизации 1000 Гц (частота подавления $f_s < 500$ Гц!);
- максимально допустимое отклонение в полосе пропускания $\delta_p = 0.2929$;
- максимально допустимое отклонение в полосе подавления $\delta_s = 0.01$.

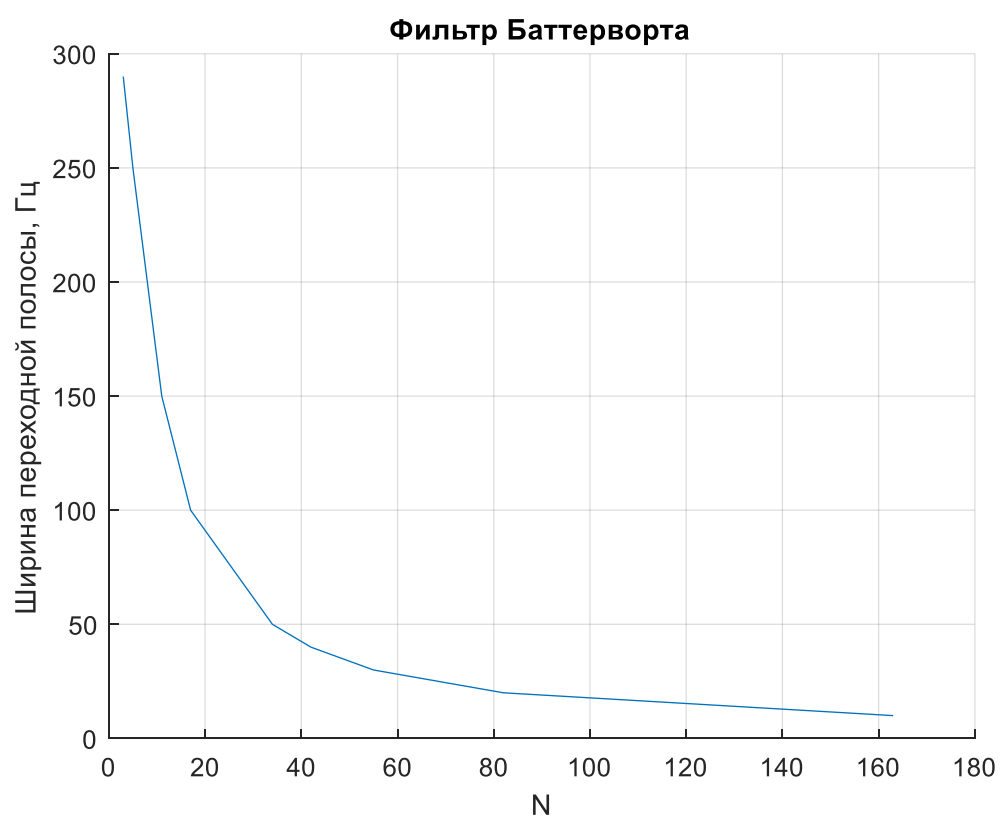
Используя средство MATLAB filterDesigner и начальные характеристики фильтра из п.1, исследовать:

I. Зависимость ширины переходной полосы от порядка фильтра N для фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода, эллиптического. (Для установления зависимости необходимо менять граничную частоту подавления f_s). Построить получившиеся зависимости (таблицу или график). Как изменяется Δf с увеличением порядка N ?

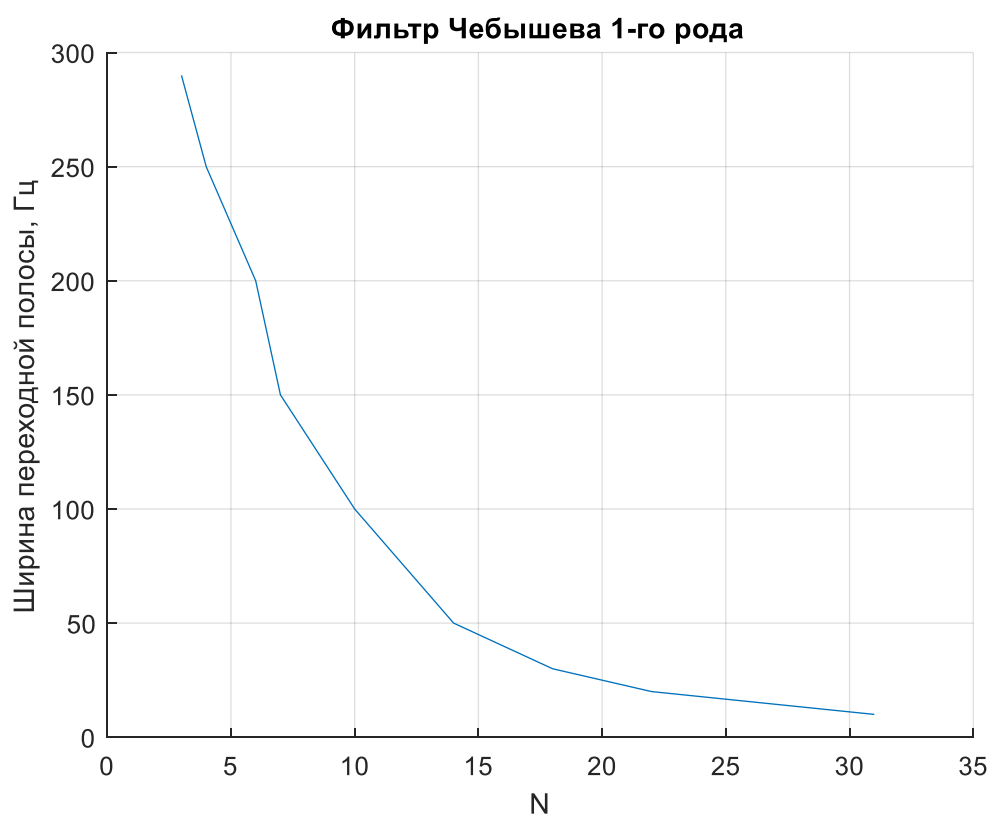
II. Для каждого из 4 типов фильтров изучить поведение АЧХ и ФЧХ в полосе пропускания. Можно ли считать для какого-то типа фильтра ФЧХ линейными?

Построим зависимость ширины переходной полосы фильтров от порядка фильтра N при заданных требованиях к максимально допустимому отклонению в полосах пропускания и подавления.

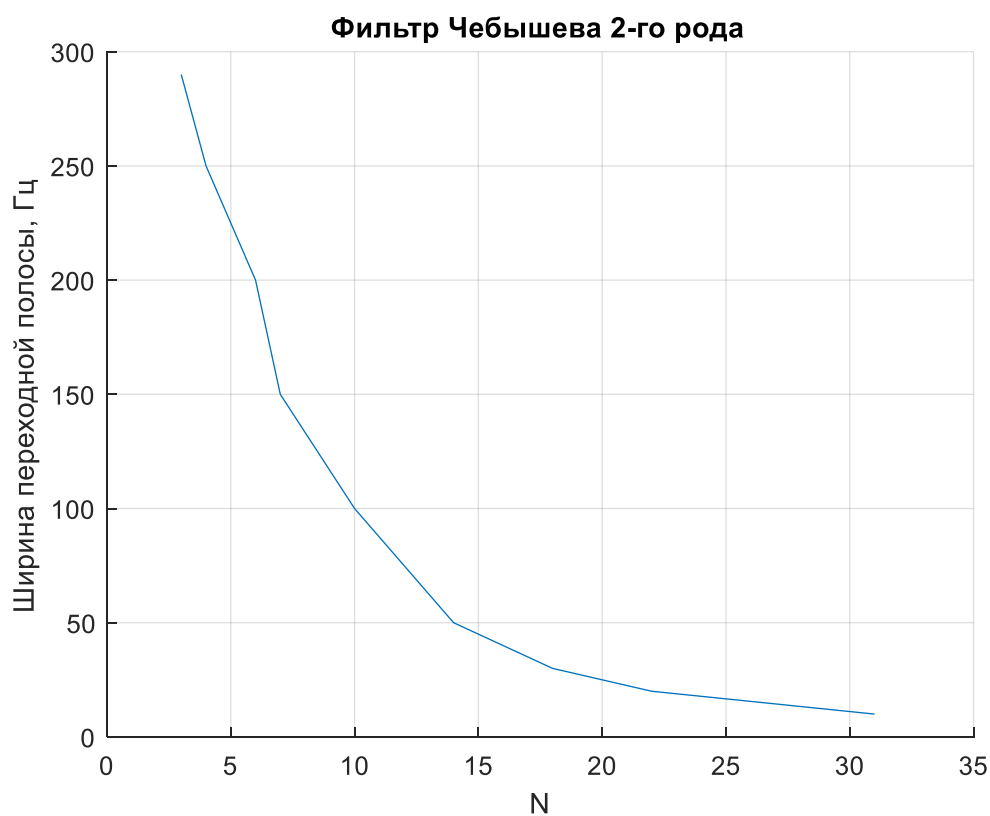
Фильтр Баттерворта:



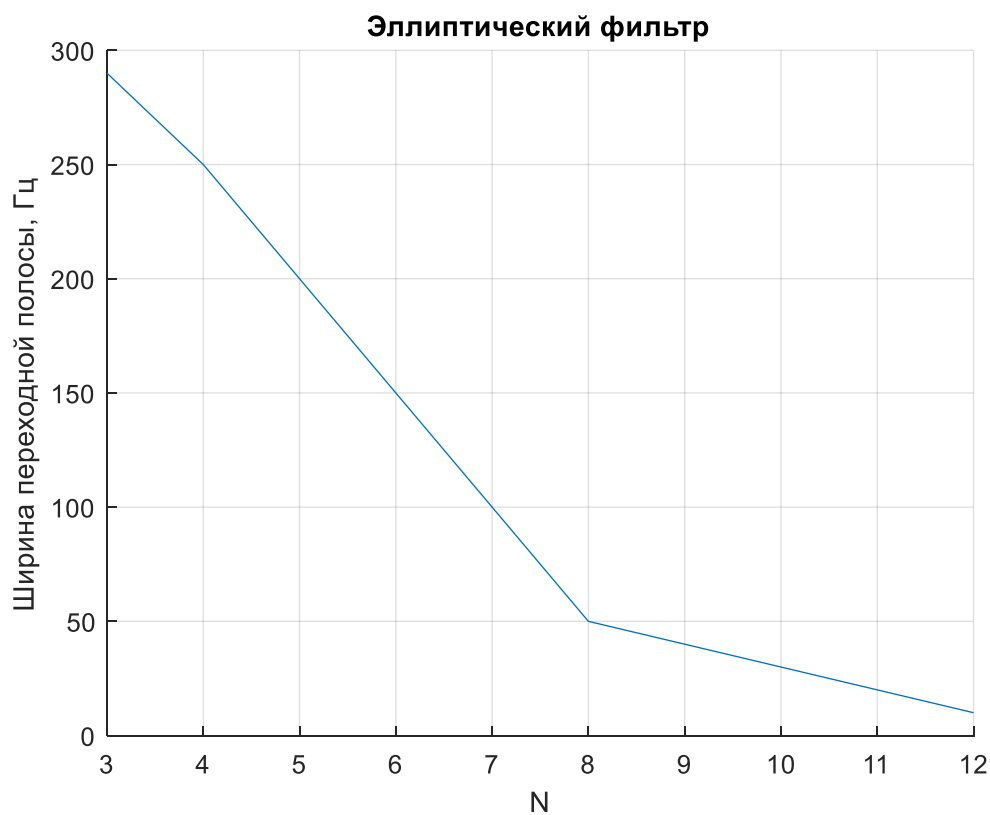
Фильтр Чебышева 1-го рода:



Фильтр Чебышева 2-го рода:



Эллиптический фильтр:



По графикам можно видеть, что при увеличении порядка фильтра ширина переходной полосы уменьшается.

Рассмотрим графики АЧХ (в линейном и логарифмическом масштабах) и ФЧХ для каждого из четырёх фильтров при заданных в условии требованиях к максимально допустимому отклонению в полосах пропускания и подавления, и $f_p = 200$ Гц, $f_s = 350$ Гц.

Фильтр Баттерворта:

График АЧХ в логарифмическом масштабе

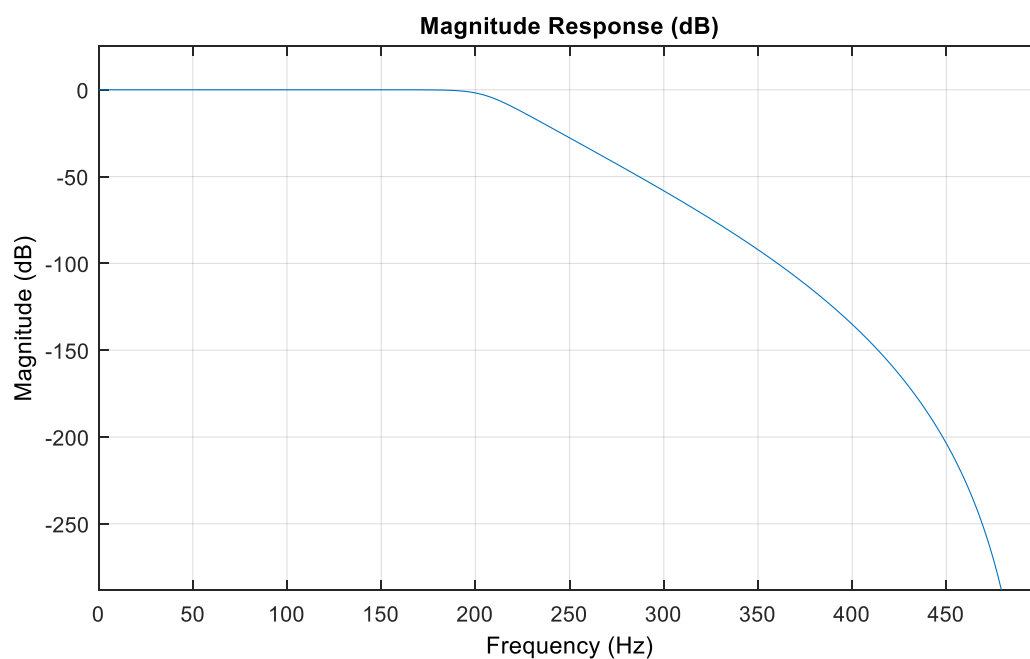


График АЧХ в линейном масштабе

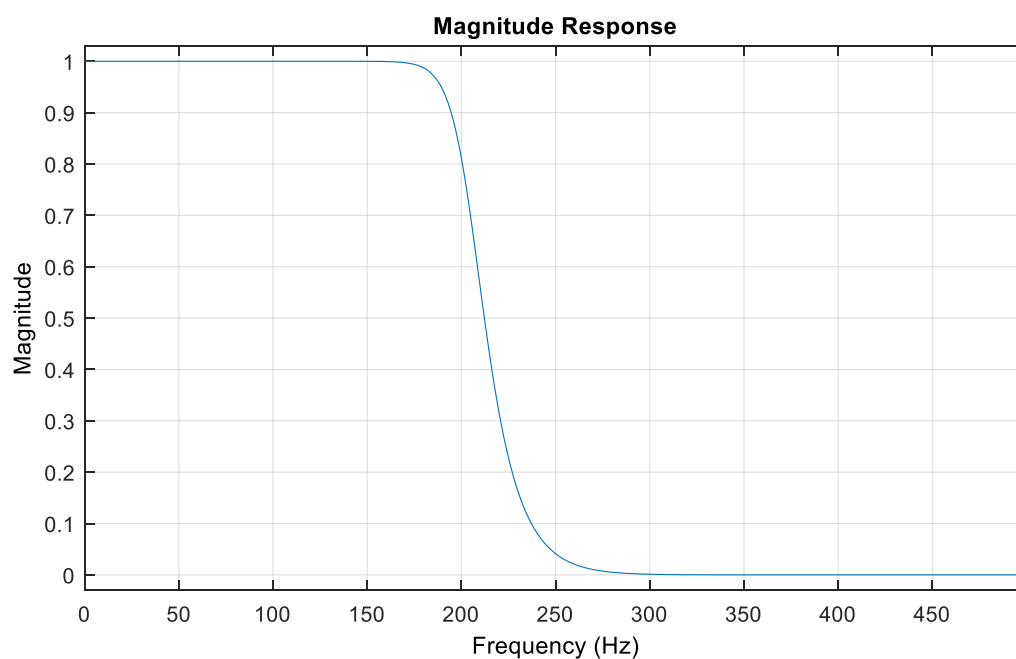
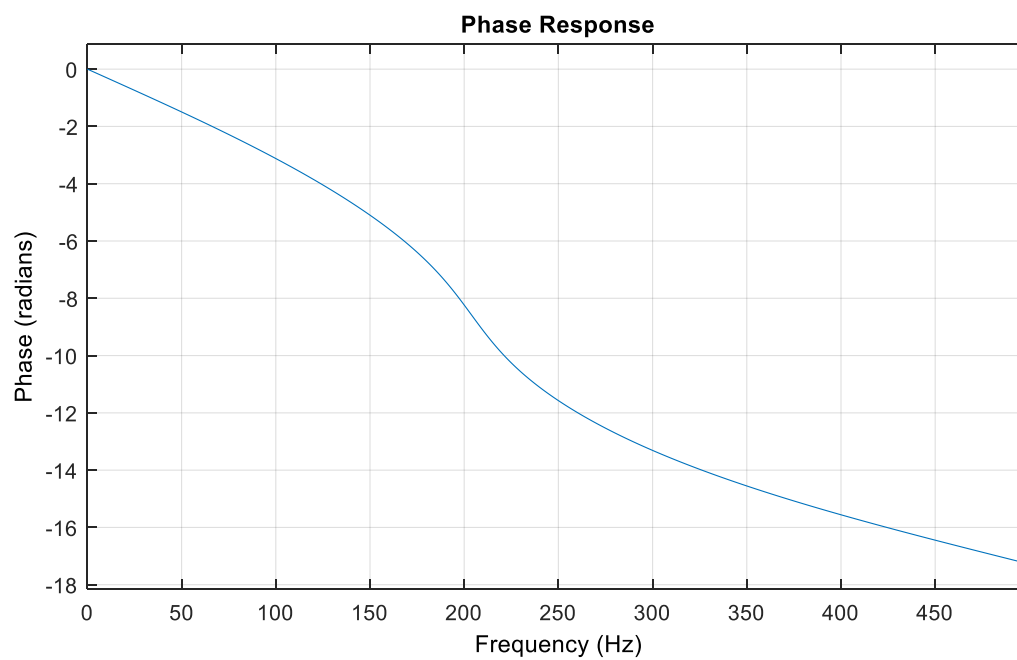


График ФЧХ



Фильтр Чебышева 1-го рода:

График АЧХ в логарифмическом масштабе

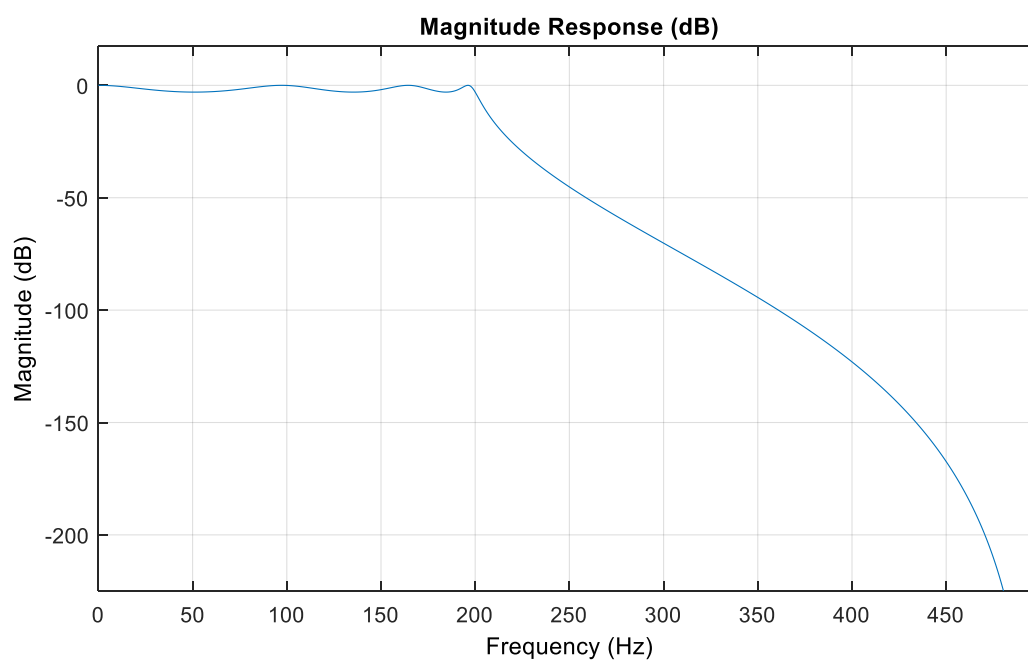


График АЧХ в линейном масштабе

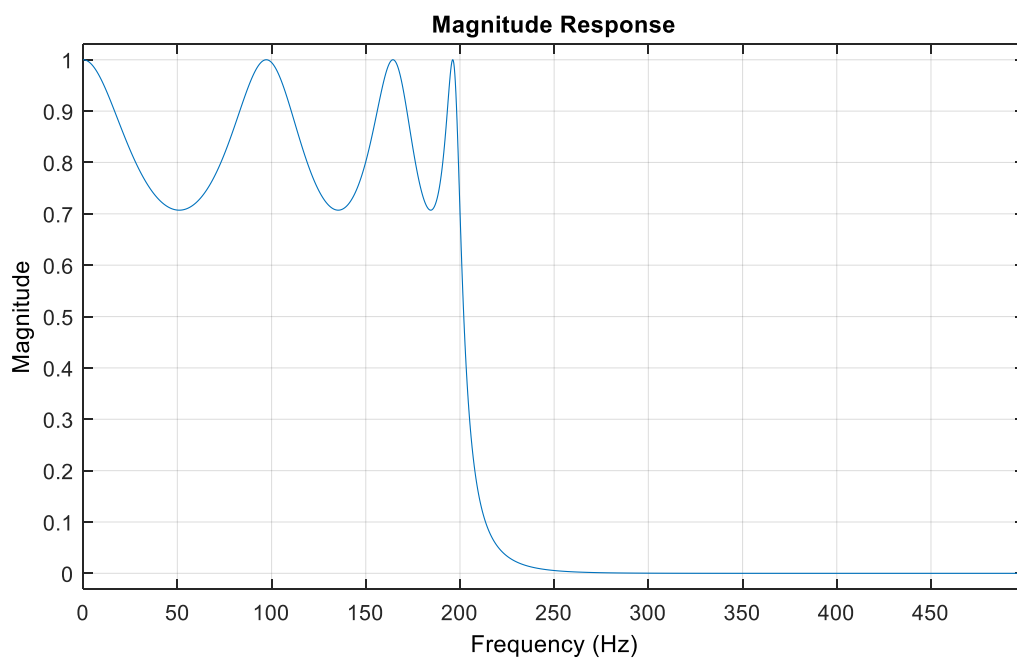
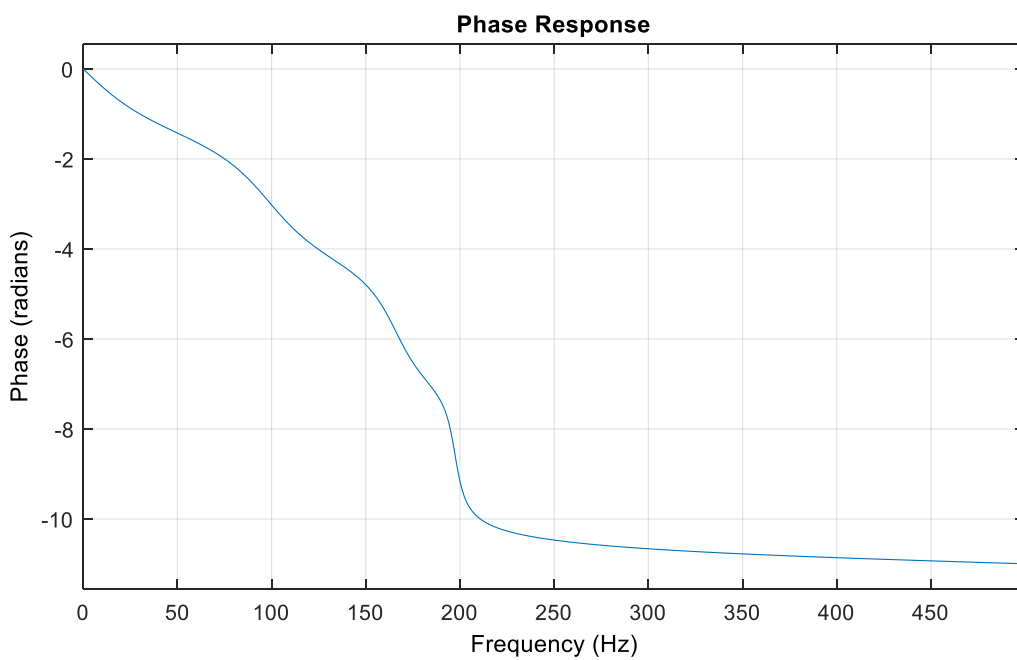


График ФЧХ



Фильтр Чебышева 2-го рода:

График АЧХ в логарифмическом масштабе

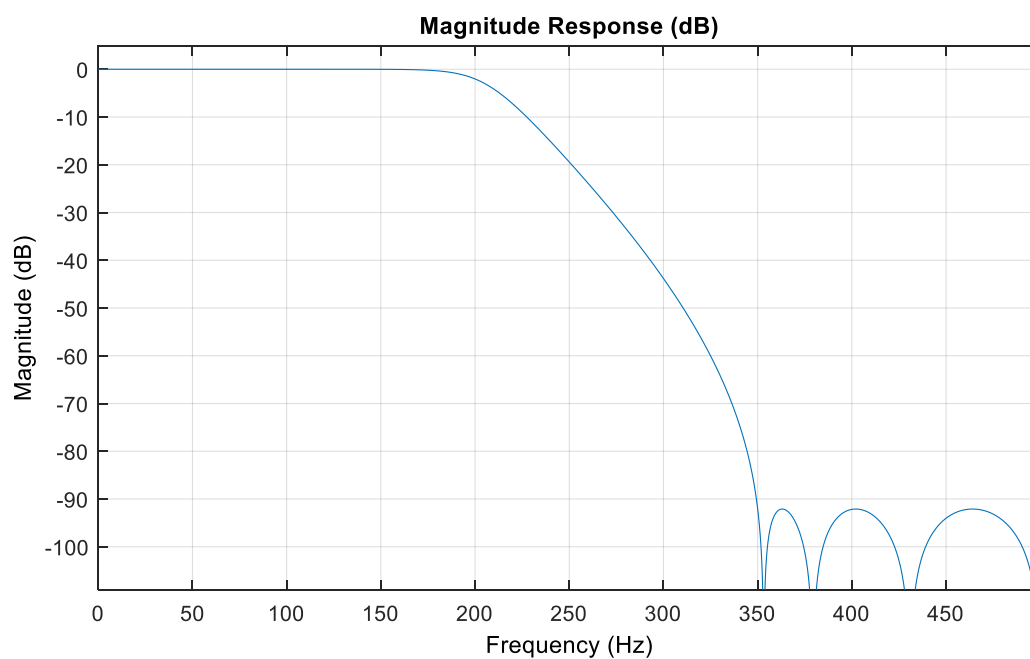


График АЧХ в линейном масштабе

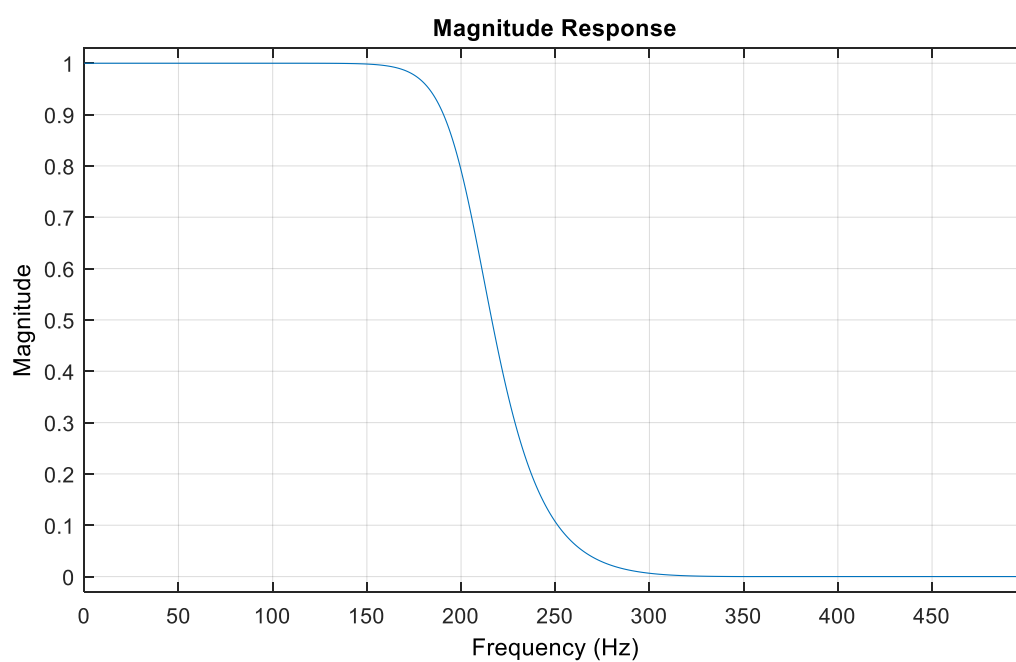
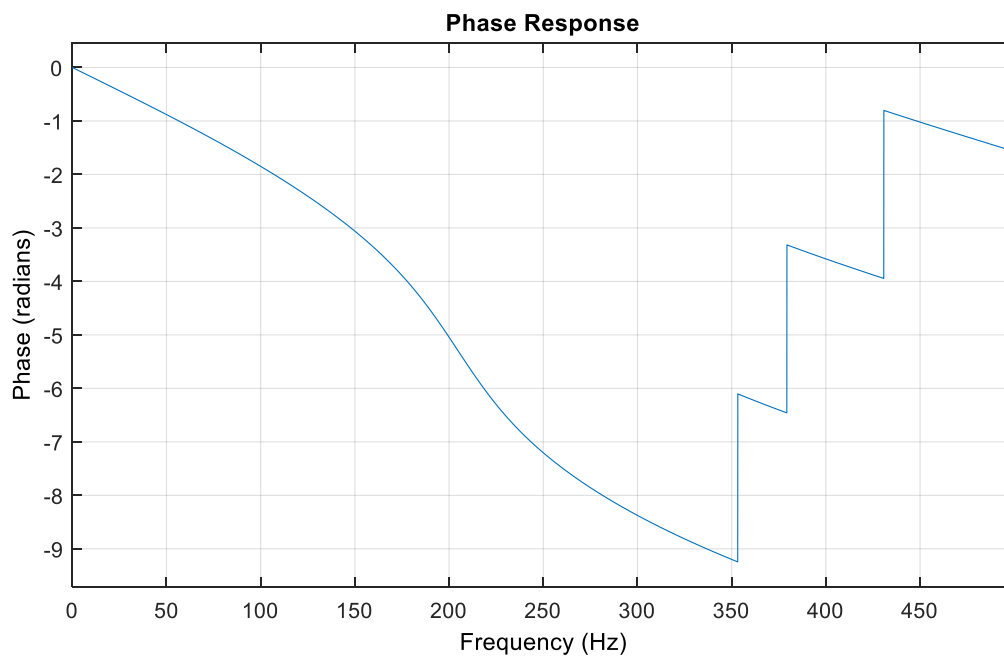


График ФЧХ



Эллиптический фильтр:

График АЧХ в логарифмическом масштабе

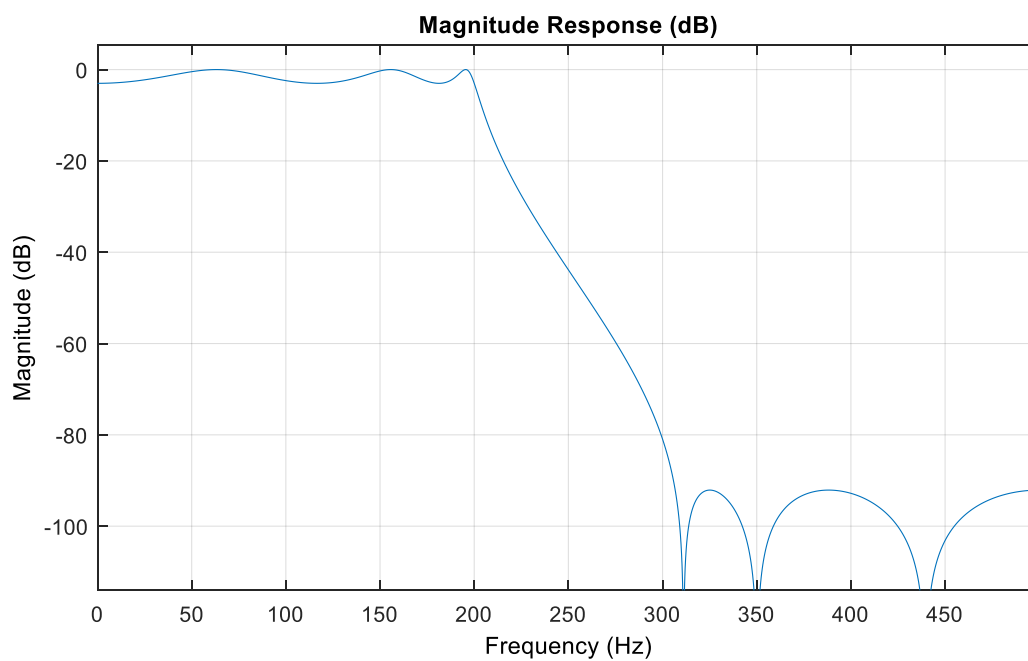


График АЧХ в линейном масштабе

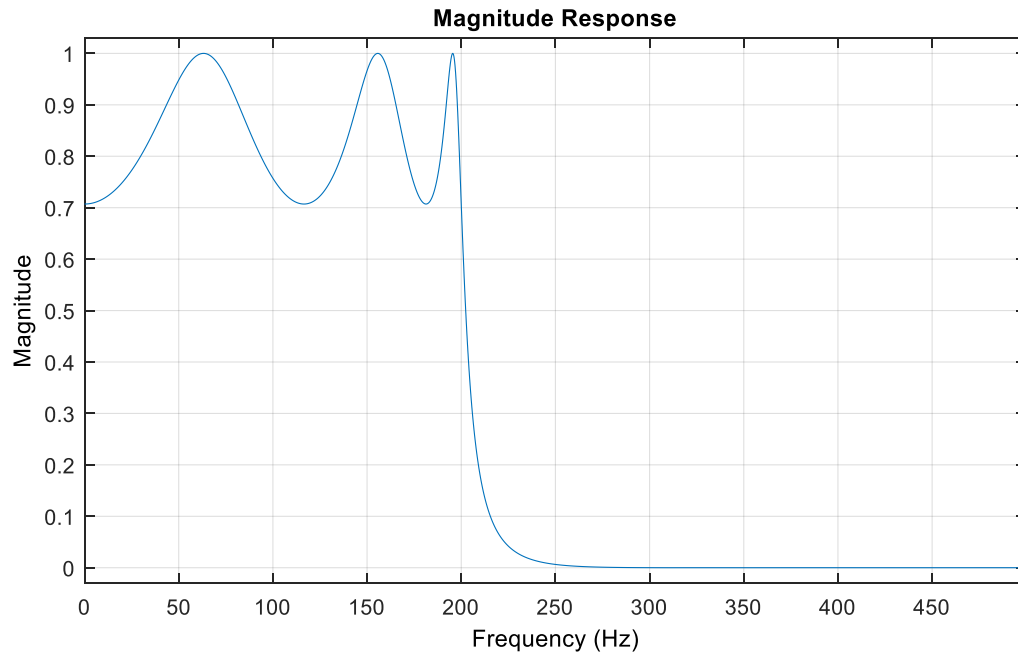
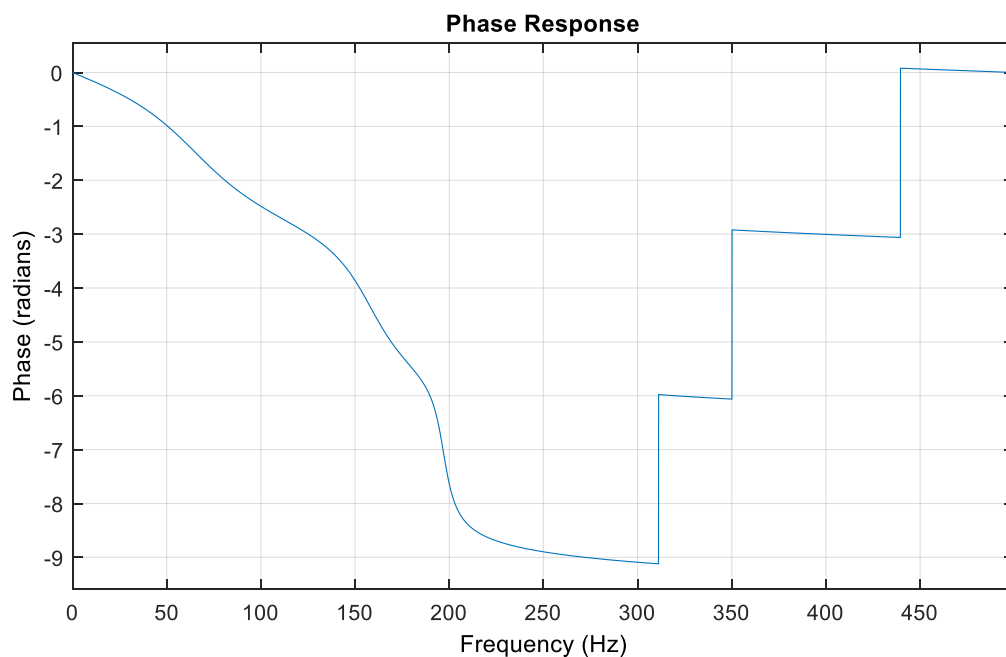


График ФЧХ



У всех 4-х фильтров ФЧХ является нелинейной.

2. Синтезировать эллиптический фильтр с заданными характеристиками ВЧ фильтра, которые необходимо выбрать из Табл. 1. Привести полученные АЧХ, ФЧХ.

Вариант – 2: $f_d = 1500$ Гц, $f_s = 75$ Гц, $f_p = 425$ Гц, $\delta_p = 1.5 \cdot 10^{-3}$, $\delta_p = 10^{-5}$

График АЧХ в логарифмическом масштабе

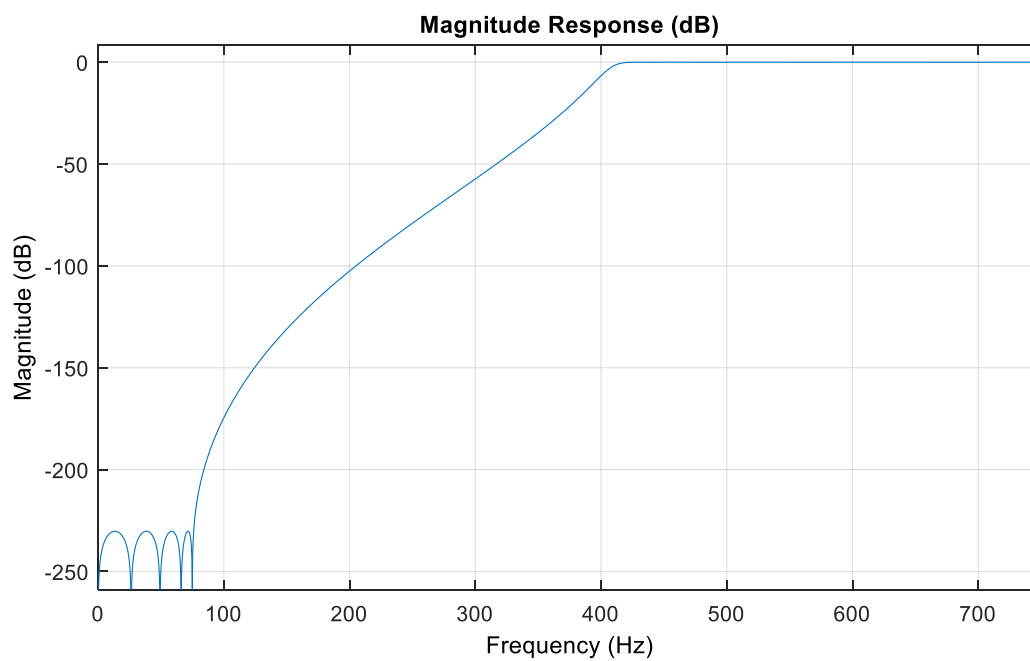


График АЧХ в линейном масштабе

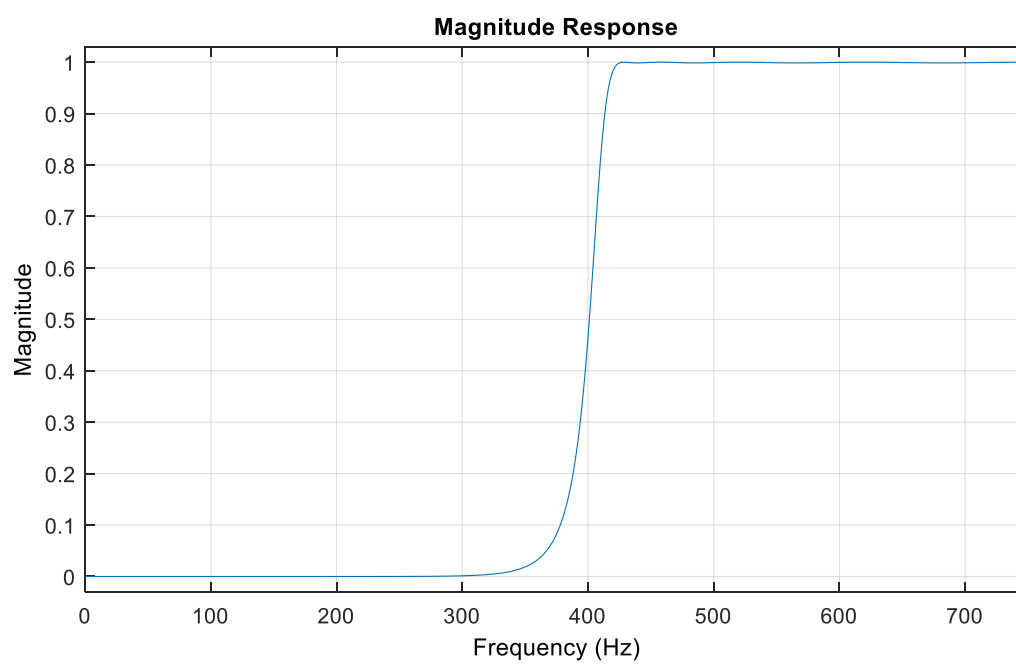
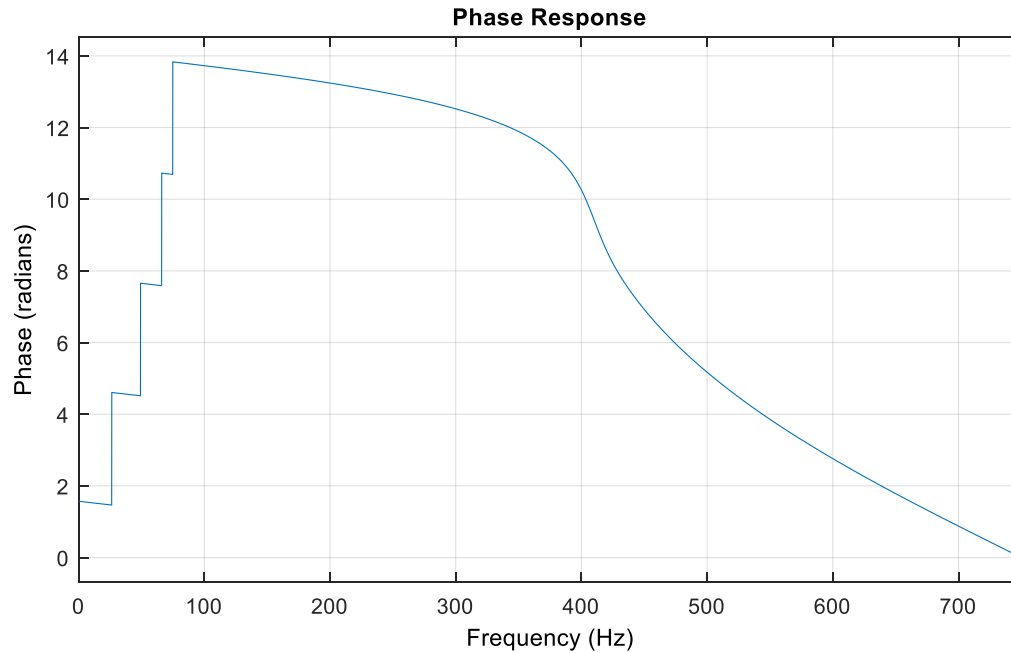


График ФЧХ



3. Выполнить упражнения со стр. 279 и 286. Сравнить полученные результаты, построив АЧХ (в т.ч. в логарифмическом масштабе) и ФЧХ.

Упражнение со стр. 279. Передаточная функция аналогового фильтра-прототипа задана формулой:

$$G(p) = \frac{100}{p^2 + 10\sqrt{2}p + 100}.$$

Методом инвариантного преобразования импульсной характеристики найдите передаточную функцию цифрового фильтра с частотой дискретизации 200π рад/с. Устойчив ли данный фильтр?

Представим передаточную функцию $G(p)$ в виде:

$$G(p) = \sum_{k=1}^2 \frac{C_k}{p - p_k} = \frac{A}{p - \sqrt{2}(-5 - 5i)} + \frac{B}{p - \sqrt{2}(-5 + 5i)},$$

с помощью метода неопределённых коэффициентов найдём A и B , получим:

$$G(p) = \frac{5\sqrt{2}i}{p - \sqrt{2}(-5 - 5i)} - \frac{5\sqrt{2}i}{p - \sqrt{2}(-5 + 5i)}.$$

Отсюда $H(z)$ равно:

$$H(z) = T \sum_{k=1}^2 \frac{C_k}{1 - e^{p_k T} z^{-1}} = \frac{5\sqrt{2}i}{100} \left(\frac{1}{1 - e^{\frac{\sqrt{2}(-5-5i)}{100}} z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{\frac{\sqrt{2}(-5+5i)}{100}} z^{-1}} \right)$$

Данный фильтр является устойчивым, так как все полюсы $H(z)$ лежат внутри единичного круга комплексной плоскости. Построим графики АЧХ и ФЧХ.

График АЧХ в логарифмическом масштабе

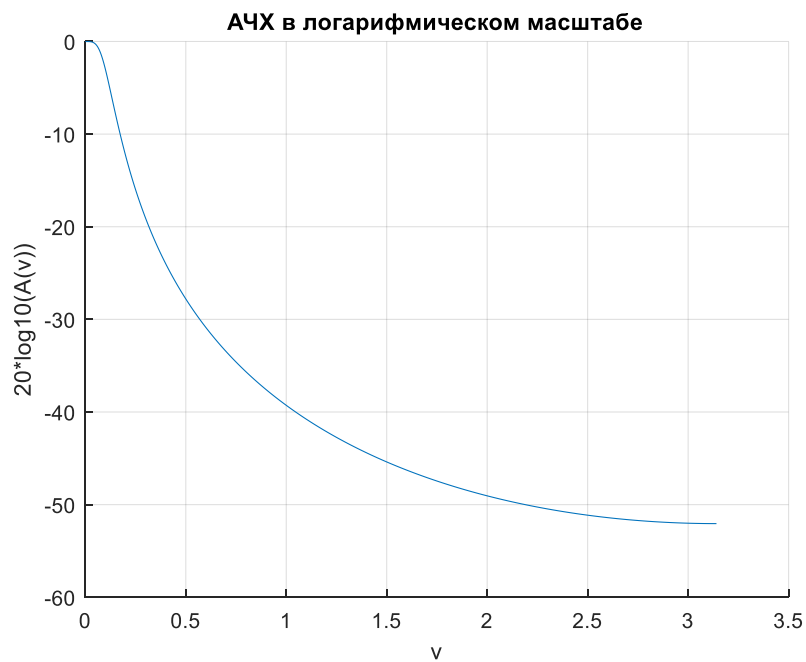


График АЧХ в линейном масштабе

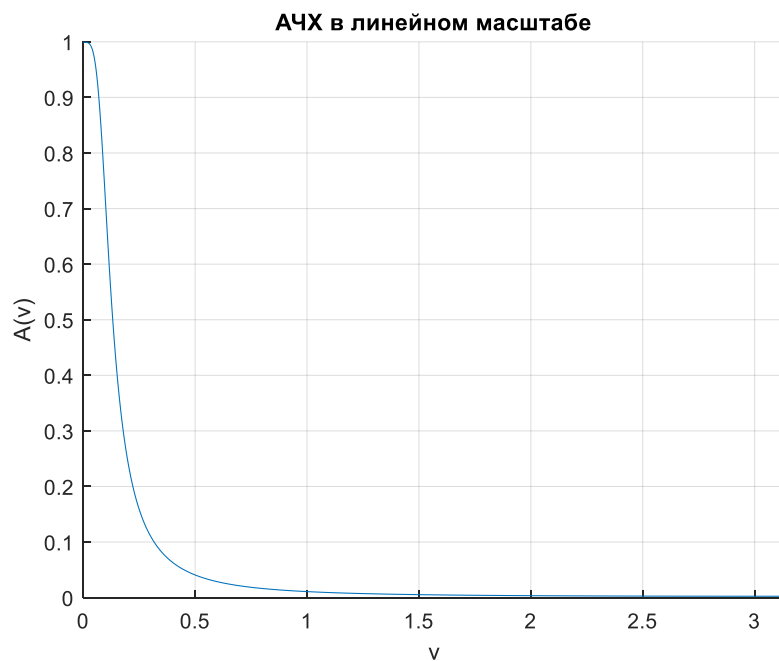
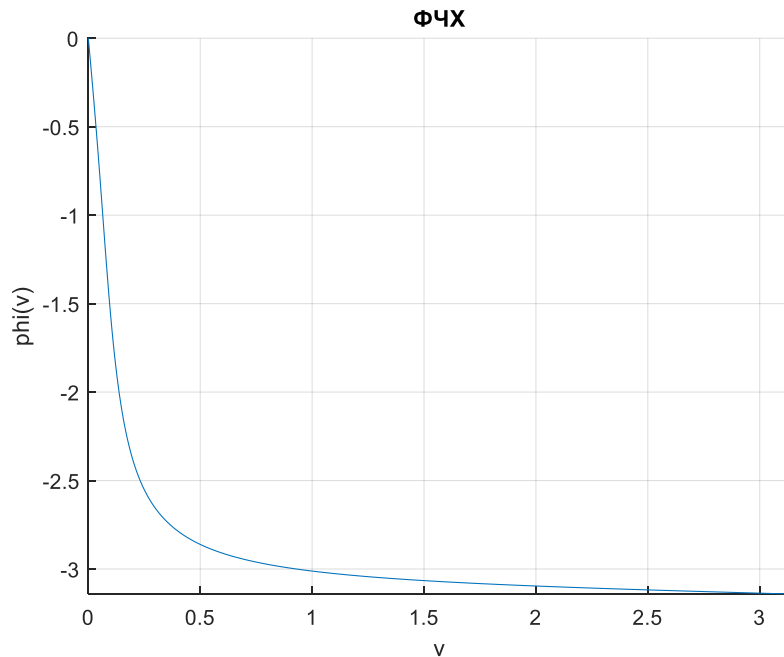


График ФЧХ



Упражнение со стр. 286. ПФ аналогового фильтра-прототипа задана формулой:

$$G(p) = \frac{100}{p^2 + 10\sqrt{2}p + 100}.$$

Дискретный фильтр имеет частоту дискретизации 200π рад/с. Методом билинейного Z-преобразования найти ПФ цифрового фильтра.

Воспользуемся методом билинейного Z-преобразования, получим, что:

$$H(z) = G\left(\gamma \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right) = \frac{100}{\left(\gamma \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right)^2 + 10\sqrt{2}\gamma \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} + 100}.$$

Построим графики АЧХ и ФЧХ.

График АЧХ в логарифмическом масштабе

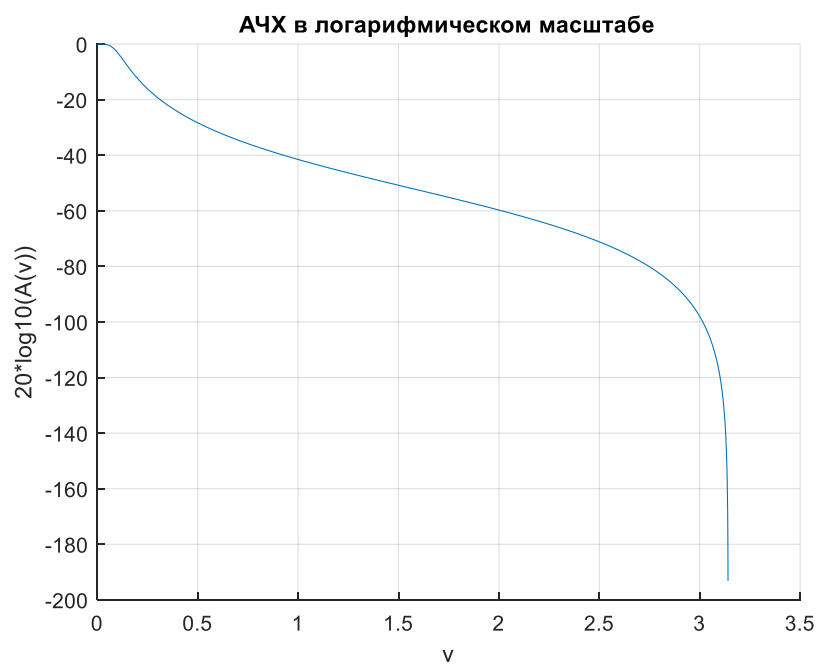


График АЧХ в линейном масштабе

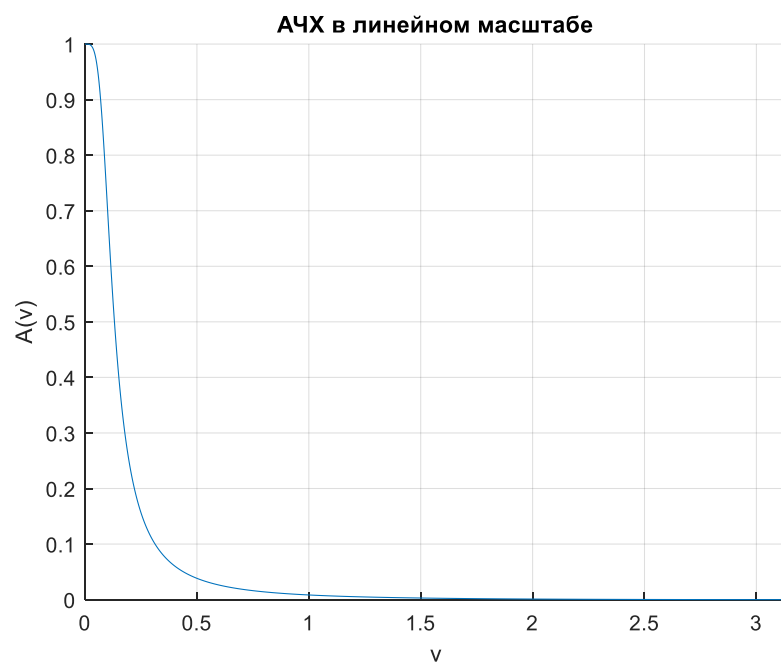
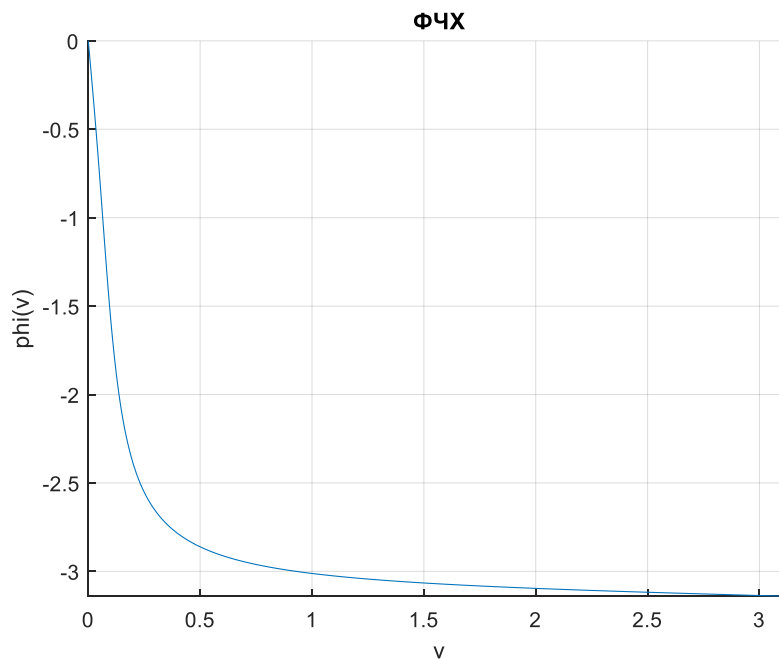


График ФЧХ



По графикам видно, что метод билинейного Z -преобразования позволяет получить ПФ фильтра, у которого затухание АЧХ в полосе подавления больше, чем у фильтра, синтезированного с помощью метода инвариантной импульсной характеристики.

Выводы:

В данной работе были рассмотрены 4 типа БИХ-фильтров: Баттерворта, Чебышева (I-го и II-го рода) и эллиптический. По графикам ФЧХ фильтров установлено, что ФЧХ имеют нелинейный вид. Ширина переходной полосы фильтров уменьшается с ростом порядка фильтра N . Также были рассмотрены методы синтеза цифровых БИХ-фильтров по ПФ аналоговых фильтров-прототипов. При выполнении заданий со стр. 279 и 286 установлено, что использование метода билинейного Z -преобразования позволяет синтезировать БИХ-фильтр, обладающий большим затуханием АЧХ в полосе подавления, чем при использовании метода инвариантной импульсной характеристики.

Код на языке MATLAB представлен в файле lab2.m.