

Домашнее задание №2

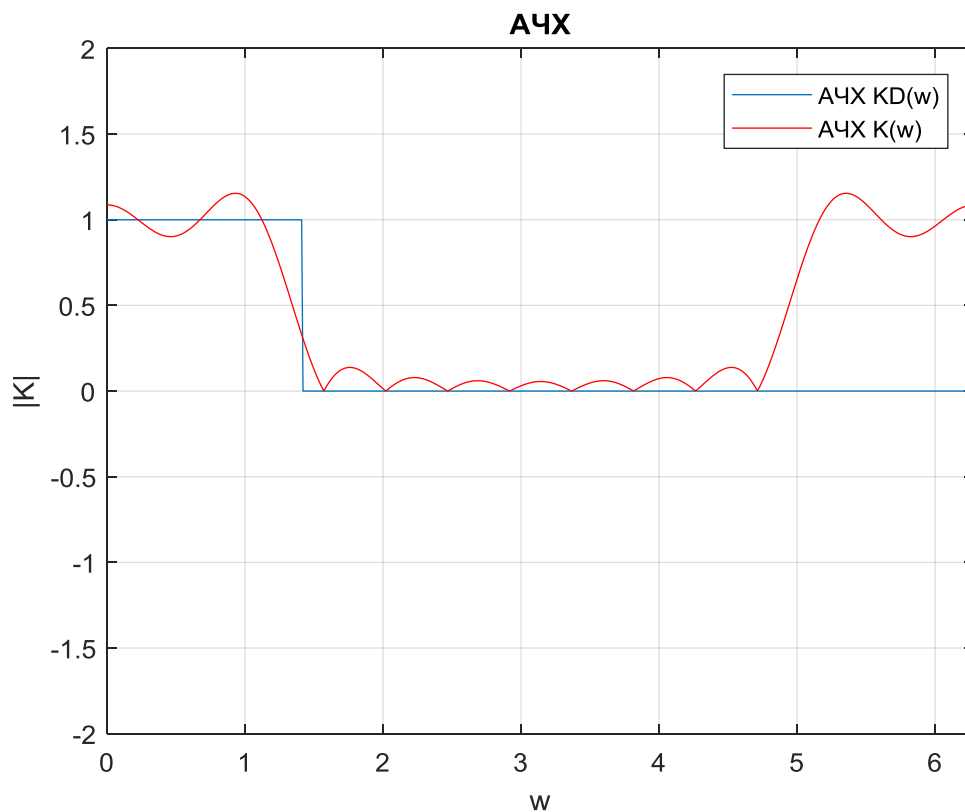
Задание 1

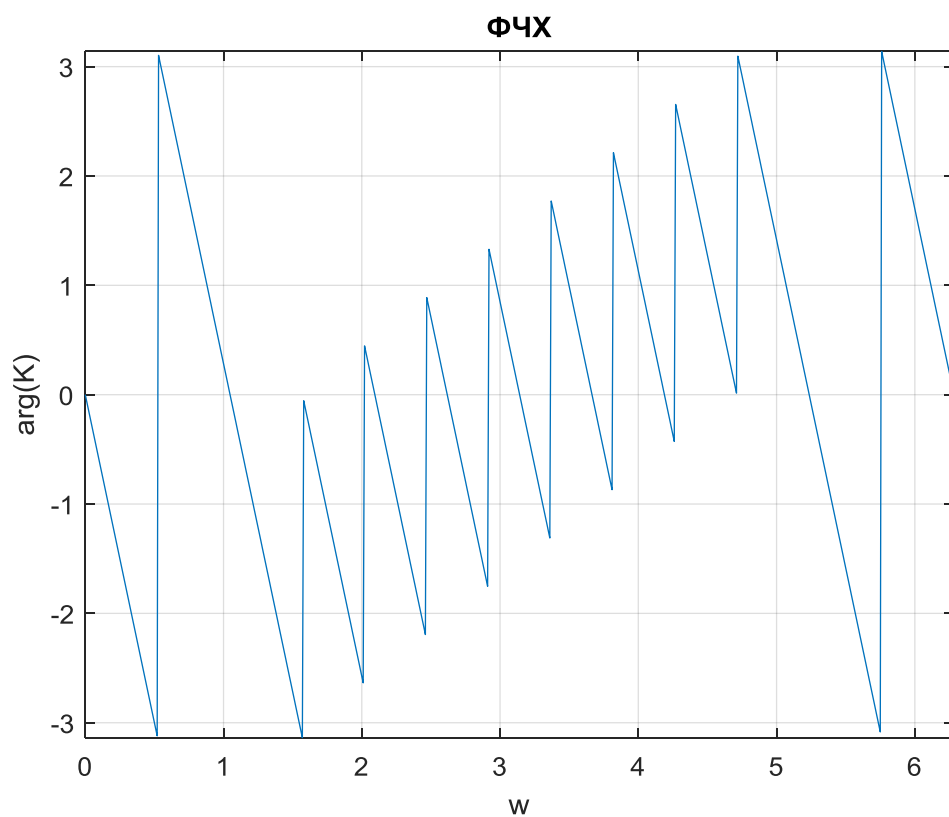
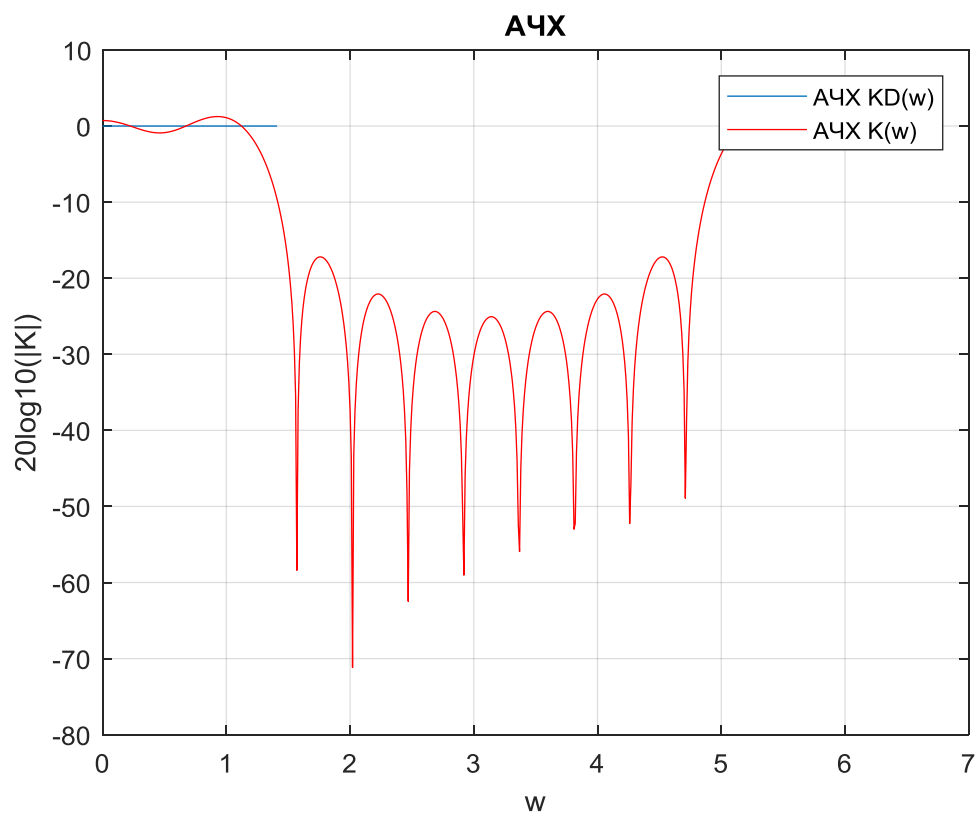
Синтезировать нерекурсивный симметричный фильтр порядка $N=2M$ (КИХ-фильтр с линейной фазой типа I, с ЧХ (4.1) с заданной в таблице вариантов полосой пропускания, аналогично решению примера 4.2 (стр.224). Построить АЧХ и ФЧХ. Сравнить полученную АЧХ с идеальной.

Вариант – 2: $M = 6$, полоса пропускания – $[0; 0,4\pi]$, полоса подавления – $[0,5\pi; \pi]$.

Код, синтезирующий фильтр, в файле task1.m.

Графики АЧХ и ФЧХ:





Максимальное отклонение АЧХ синтезированного фильтра от АЧХ идеального составляет: $\maxdev = 0.67719$.

Задание 2

Реализовать в MATLAB функцию синтеза фильтра (т.е. нахождения коэффициентов $\{b_k\}$; $k = 0, \dots, 2M$), которая обеспечивает наилучшее равномерное приближение заданной АЧХ по методу на основе частотной выборки и принимает в качестве аргументов:

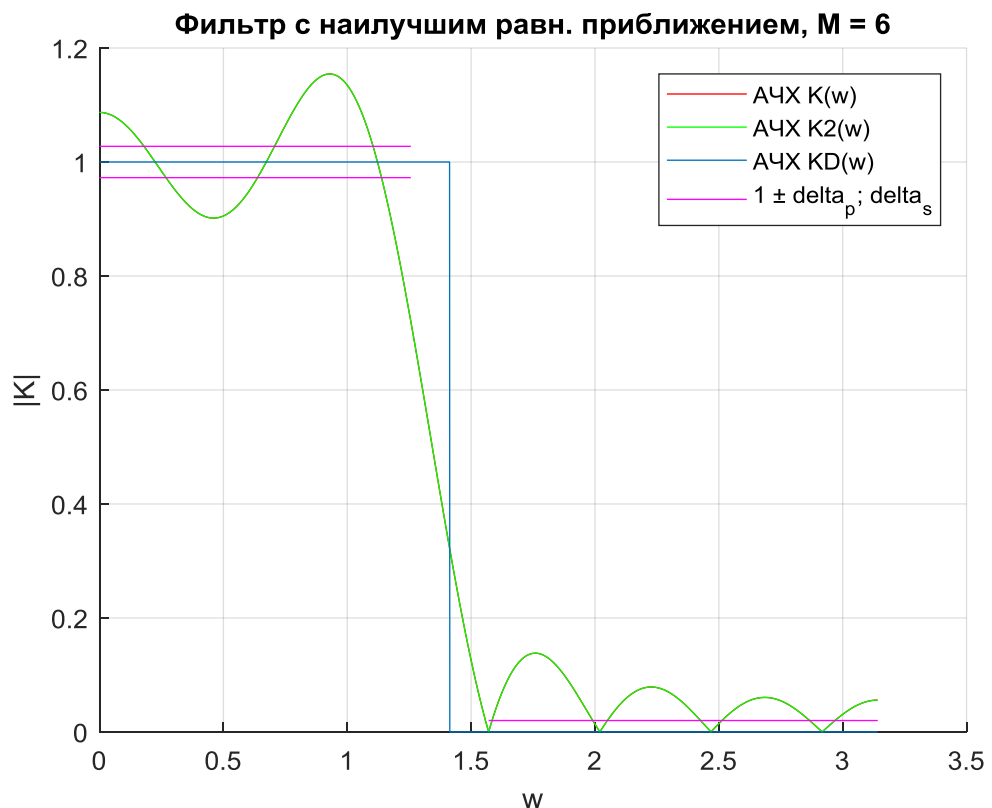
- Границы полосы пропускания проектируемого фильтра на оси ω
- Границы полосы подавления проектируемого фильтра на оси ω
- Параметр M

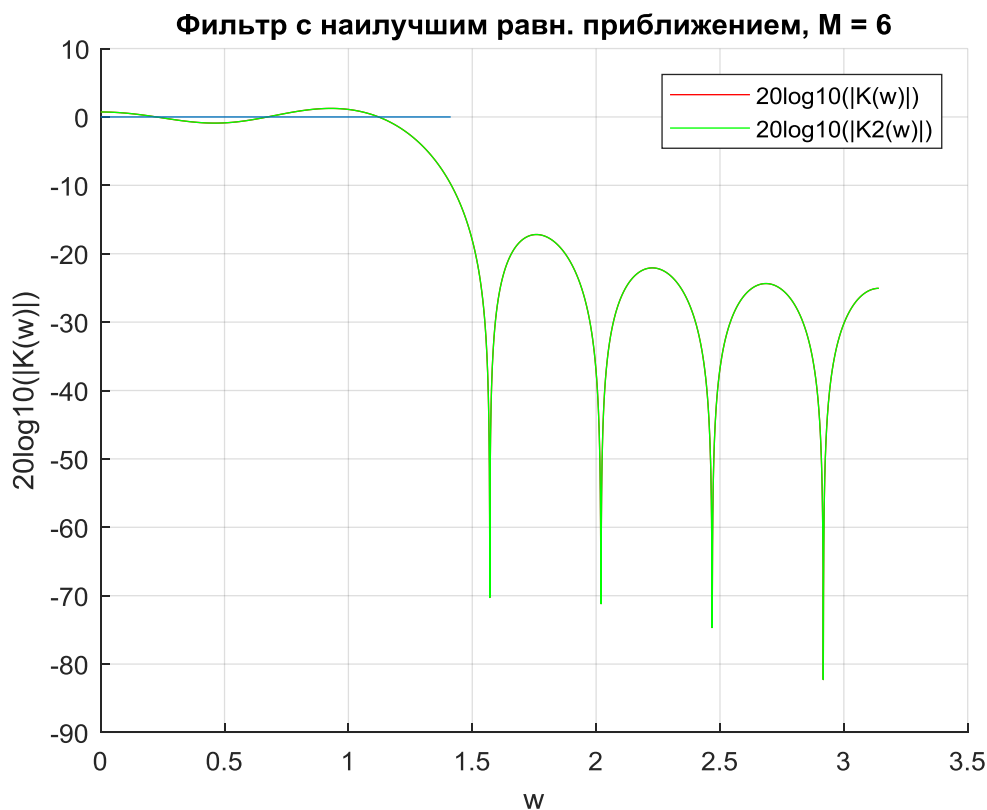
С помощью реализованной функции синтезировать фильтр того же порядка $N = 2M$, что и в п. 1.

Сравнить полученную АЧХ с идеальной и с АЧХ, найденной в п. 1.

Код, синтезирующий фильтр, в файле task2.m (функция Filter_synth).

Графики АЧХ:





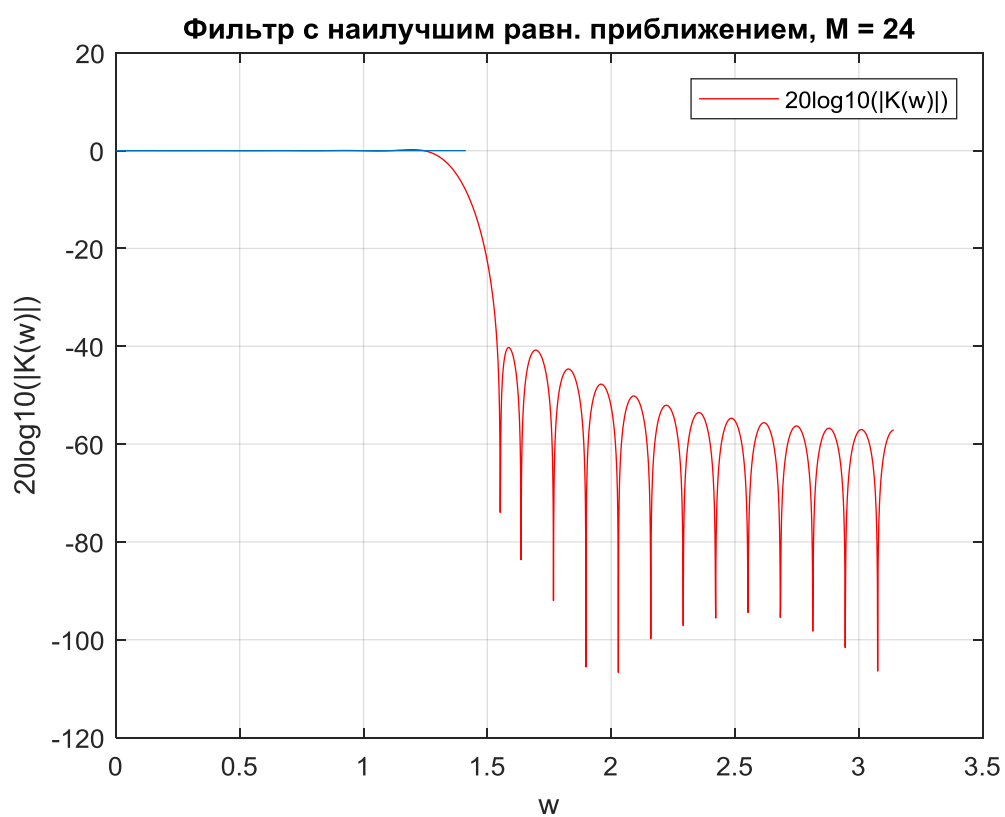
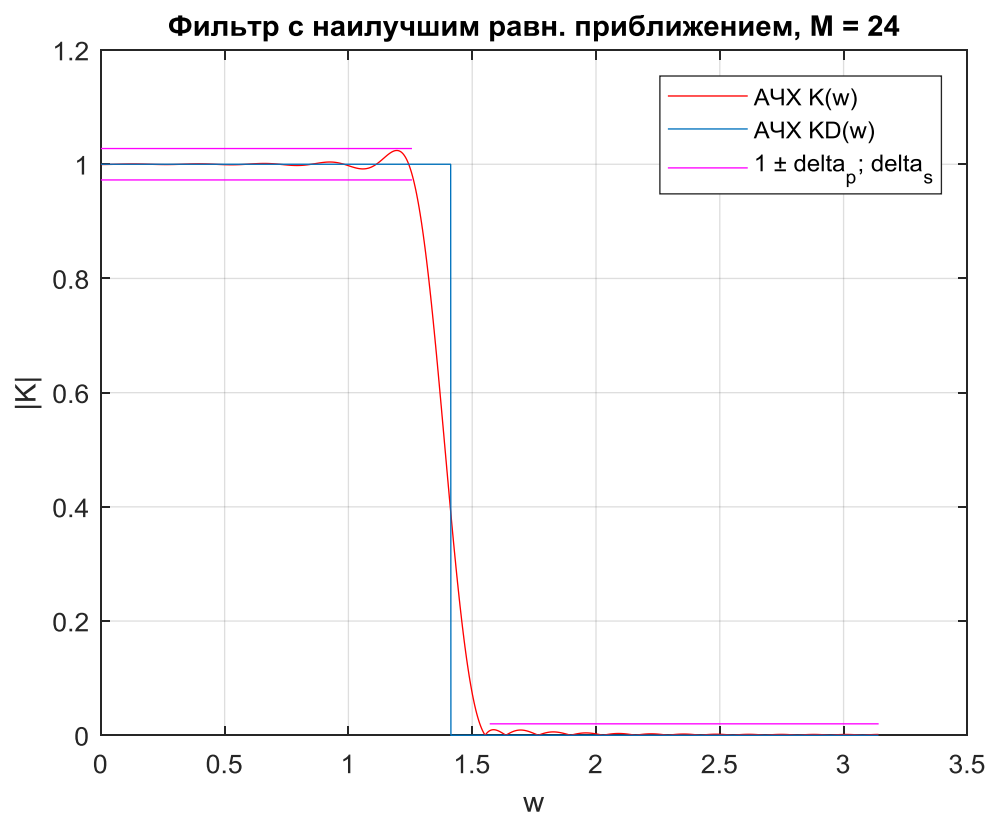
Получилось так, что при $M = 6$, АЧХ фильтра с наилучшим равномерным приближением $K_D(w)$ совпадает с АЧХ фильтра, построенного в предыдущем задании. Максимальное отклонение АЧХ синтезированного фильтра от АЧХ идеального составляет: $\max dev = 0.67719$.

Задание 3

Проверить, удовлетворяет ли фильтр, синтезированный в п. 2, требованиям к неравномерности АЧХ в полосах пропускания и подавления при заданных параметрах $\delta_p = 0,0275$ и $\delta_s = 0,02$. Определить минимальный порядок фильтра ($N=2M$), удовлетворяющего данным требованиям.

Данный фильтр не удовлетворяет требованиям к неравномерности АЧХ в полосах пропускания и подавления. Код, который осуществляет проверку приведён в файле task2.m. Минимальный порядок фильтра, удовлетворяющего данным требованиям, $N = 48$ (при $M = 24$). Код, который находит этот фильтр и осуществляет проверку, приведён в файле task3.m.

Графики АЧХ:



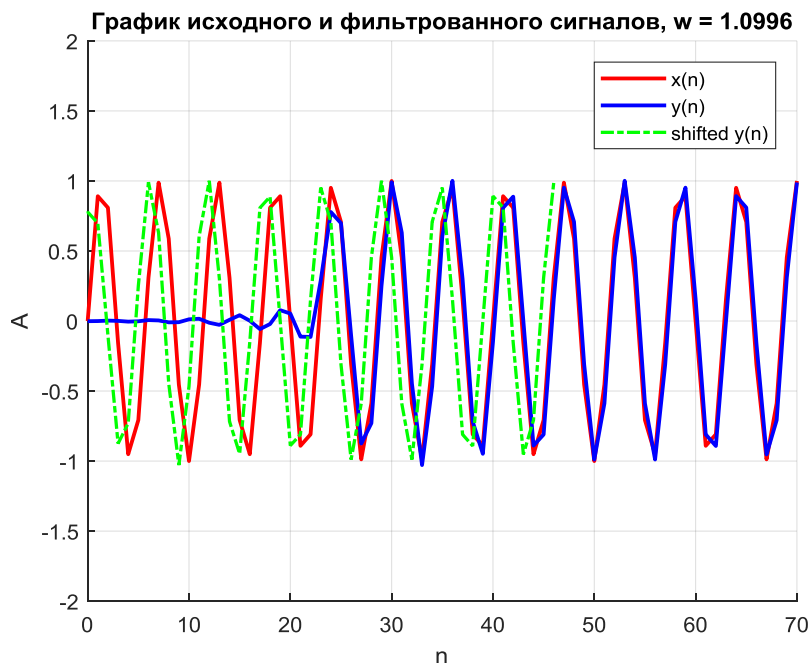
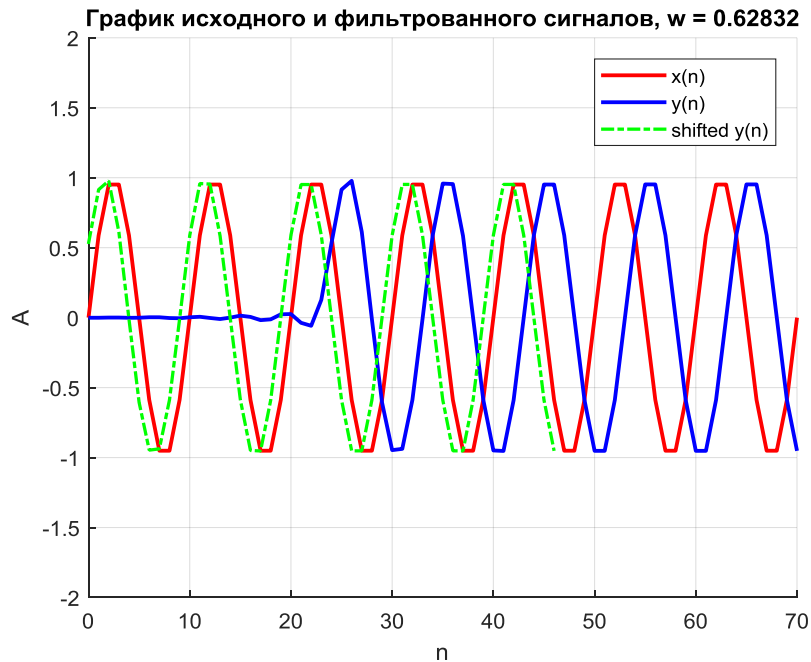
Максимальное отклонение АЧХ синтезированного фильтра от АЧХ идеального составляет: $\max_{dev} = 0.60816$.

Задание 4

С помощью синтезированного в п. 2 фильтра обработать сигналы $x(n) = \sin(\omega n)$ для указанных в таблице вариантов значений $\omega = \{0,2\pi, 0,35\pi\}$. Определить задержку α гармонического колебания на выходе фильтра.

Код обработки приведён в файле task4.m.

Графики для $\omega = 0,2\pi$ и $\omega = 0,35\pi$ соответственно:



Задержка гармонического колебания после обработки фильтром равна:

$$\alpha = M = 24.$$

Выводы:

В данной работе были рассмотрены 2 способа синтеза КИХ-фильтров с линейной фазой I-го типа на основе частотной выборки: с поиском наилучшего равномерного приближения и без него. При использовании поиска наилучшего равномерного приближения решается задача оптимизации (для точек, попавших в переходную зону, ищутся такие значения синтезируемого фильтра $K(w)$, которые будут обеспечивать минимум максимума модуля разности АЧХ синтезируемого и идеального фильтров).

В задании 2 при заданных границах полос пропускания и подавления $[0; 0,4\pi]$ и $[0,5\pi; \pi]$, и $M = 6$, для синтеза фильтра будут использовать $M + 1$ точек: $\{0.2244 \quad 0.6732 \quad 1.1220 \quad 1.5708 \quad 2.0196 \quad 2.4684 \quad 2.9172\}$. Причём ни одна из них не попадает в переходную зону $(0,4\pi; 0,5\pi)$ ($0,4\pi \approx 1.2566$, $0,5\pi \approx 1.5708$), и поэтому АЧХ фильтра, синтезированного во втором задании, равна АЧХ фильтра синтезированного в первом задании. При $M = 6$ требования к неравномерности АЧХ в полосах пропускания и подавления не выполняются.

В 3 задании было установлено, что выполнение требований к неравномерности АЧХ в полосах пропускания и подавления обеспечивается при минимальном значении параметра M : $M = 24$ (порядок фильтра: $N = 2M = 48$).

Можно заметить, что с ростом M уменьшается величина максимума модуля разности АЧХ синтезируемого и идеального фильтров.

При фильтрации входного сигнала $x(n) = \sin(\omega n)$, было на практике установлено, что фильтр пропускает сигналы с частотами, принадлежащими полосе $[0; 0,4\pi]$, причём задержка сигнала после обработки равна M и составляет 24 отсчёта.