

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

Кафедра высшей математики №1

Дипломная работа на тему:
**«Исследование эффективности пространственных и
частотных методов фильтрации шумов на
изображениях»**

Дипломник: Алимагадов Курбан Алимагадович

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Умняшкин Сергей Владимирович

Введение

- Процессы получения и передачи цифровых изображений сопровождаются образованием на них искажений и шумов.
- В работе рассмотрены аддитивные белый гауссов (нормальный) и периодический шумы. Модель возникновения аддитивных шумов на изображениях определяется формулой:

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y), \quad (1)$$

где $f(x, y)$ – исходное изображение, $n(x, y)$ – шум, $g(x, y)$ – зашумлённое изображение.

- Для того чтобы избавиться от шума применяют пространственные и частотные методы фильтрации.

Цель и задачи

- Исследовать эффективность применения методов фильтрации цифровых изображений и определить, какие из них лучше решают задачу подавления шумов на изображениях.
- Задачи:
 - 1) Изучить существующие методы фильтрации нормального белого и периодического шумов на изображениях;
 - 2) Рассмотреть применение пороговых фильтров, используемых обычно в базисе вейвлетов, для частотной фильтрации белого гауссового шума;
 - 3) Сравнить эффективность работы рассматриваемых методов;
 - 4) Сделать выводы и дать рекомендации по эффективному применению фильтров.

Математические модели шума

- Для модели нормального шума $n(x, y) = z$ – случайная величина, плотность распределения которой задаётся законом Гаусса:

$$\rho(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

- Моделью периодического шума является двумерное пространственное гармоническое колебание, которое задаётся формулой:

$$r(x, y) = A \cos \left[2\pi \left(\frac{u_0}{M} x + \frac{v_0}{N} y \right) + \gamma \right], \quad (3)$$

Методы фильтрации

- Для решения задачи фильтрации изображений применяются два вида фильтров: пространственные и частотные.
- В работе для фильтрации белого нормального шума применяются
4 пространственных фильтра:
 среднеарифметический фильтр,
 фильтр срединной точки,
 фильтр Гаусса,
 билатеральный фильтр
и 3 частотных фильтра:
 “жёсткий” пороговый фильтр,
 “мягкий” пороговый фильтр,
 фильтр Винера.
- Для фильтрации периодического шума используются 2 частотных метода: оптимальной узкополосной фильтрации и фильтр Винера.

Метрики, используемые для оценки эффективности фильтрации

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [I(i, j) - K(i, j)]^2$$

$$PSNR_{\text{дБ}} = 10 \lg \frac{MAX_I^2}{MSE} = 20 \lg \frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \quad (4)$$

$$SSIM(I, K) = \frac{(2\mu_I\mu_K + c_1)(2\sigma_{IK} + c_2)}{(\mu_I^2 + \mu_K^2 + c_1)(\sigma_I^2 + \sigma_K^2 + c_2)} \quad (5)$$

Пороговая фильтрация

“Жёсткая” и “мягкая” пороговые функции, используемые для фильтрации коэффициентов ДПФ изображения:

$$hard(z, T) = \begin{cases} z, & \text{если } |z| \geq T; \\ 0, & \text{если } |z| < T, \end{cases} \quad (6)$$

$$soft(z, T) = \begin{cases} z \cdot \frac{|z| - T}{|z|}, & \text{если } |z| \geq T; \\ 0, & \text{если } |z| < T. \end{cases} \quad (7)$$

Фильтр Винера

- Фильтр Винера должен обеспечивать формирование наилучшей оценки полезного сигнала $\hat{f}(x, y)$ в смысле минимума мощности сигнала-ошибки $E(x, y) = f(x, y) - \hat{f}(x, y)$:

$$\sigma_E^2 = M \left\{ \left(f(x, y) - \hat{f}(x, y) \right)^2 \right\} \rightarrow \min. \quad (8)$$

- Частотная характеристика фильтра задаётся выражением:

$$W(u, v) = \frac{S_f(u, v)}{S_f(u, v) + S_n(u, v)} = \frac{S_g(u, v) - \tilde{S}_n(u, v)}{S_g(u, v)}, \quad (9)$$

где $S_f(u, v)$, $S_g(u, v)$, $S_n(u, v)$ являются спектрами мощности полезного сигнала, зашумлённого сигнала и шума соответственно, $\tilde{S}_n(u, v)$ – оценка спектра мощности шума.

Скользящее окно и весовая маска

- Частотные методы фильтрации нормального белого шума, рассмотренные в работе, используют оконную фильтрацию с весовой маской.
- Значения весов маски рассчитываются следующим образом:

$$M = vv^T = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} (v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_m) = \begin{pmatrix} v_1 v_1 & \cdots & v_1 v_m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_m v_1 & \cdots & v_m v_m \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где v – вектор столбец размера $m \times 1$, центральные l элементов которого равны 1, а остальные принимают значения, монотонно убывающие от центра к началу и концу вектора.

Скользящее окно и весовая маска

- Окно проходит по изображению с шагом $step = (m+l)/2$ и обрабатывает попавшие в него пиксели.
- Сумма весов перекрывающихся масок равна 1.

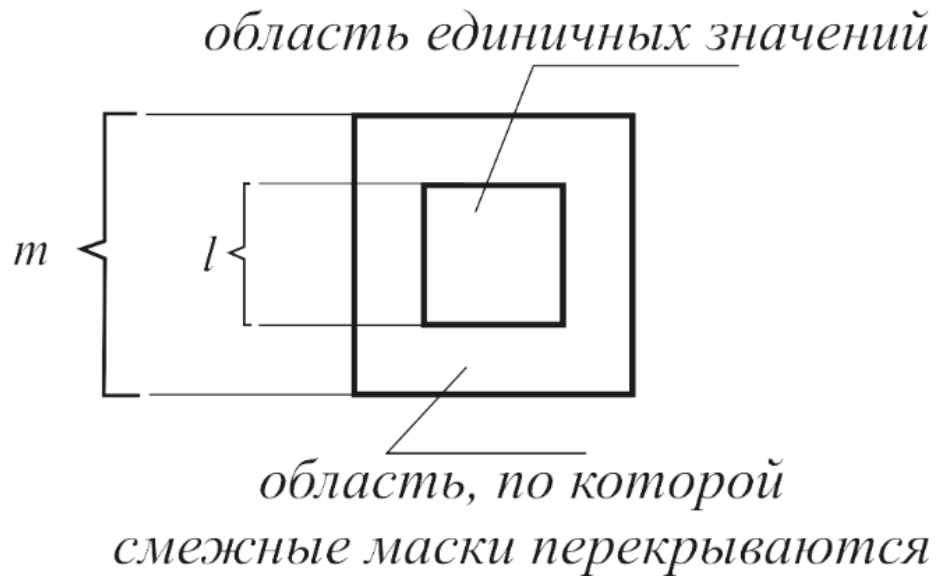


Схема маски

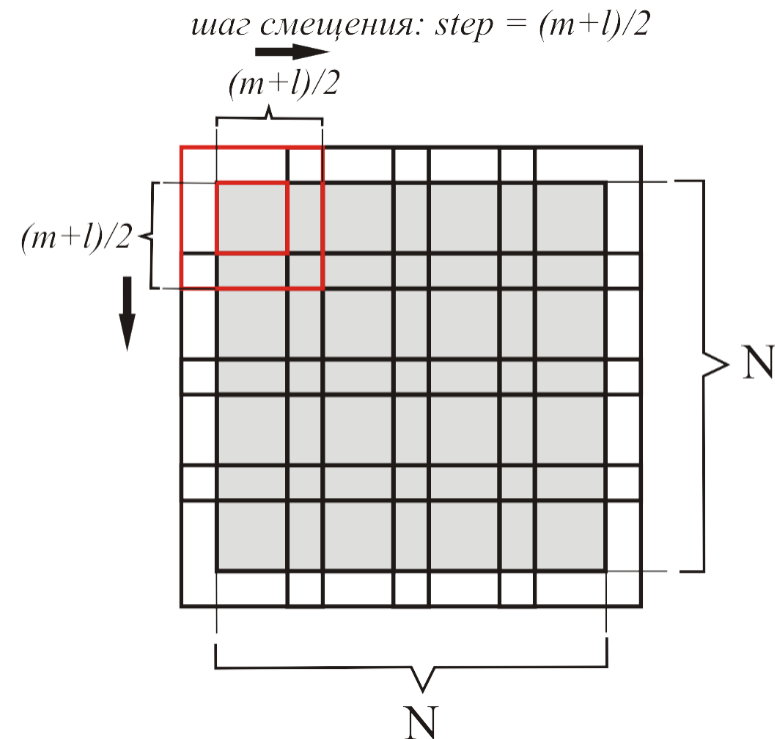


Схема покрытия изображения окнами

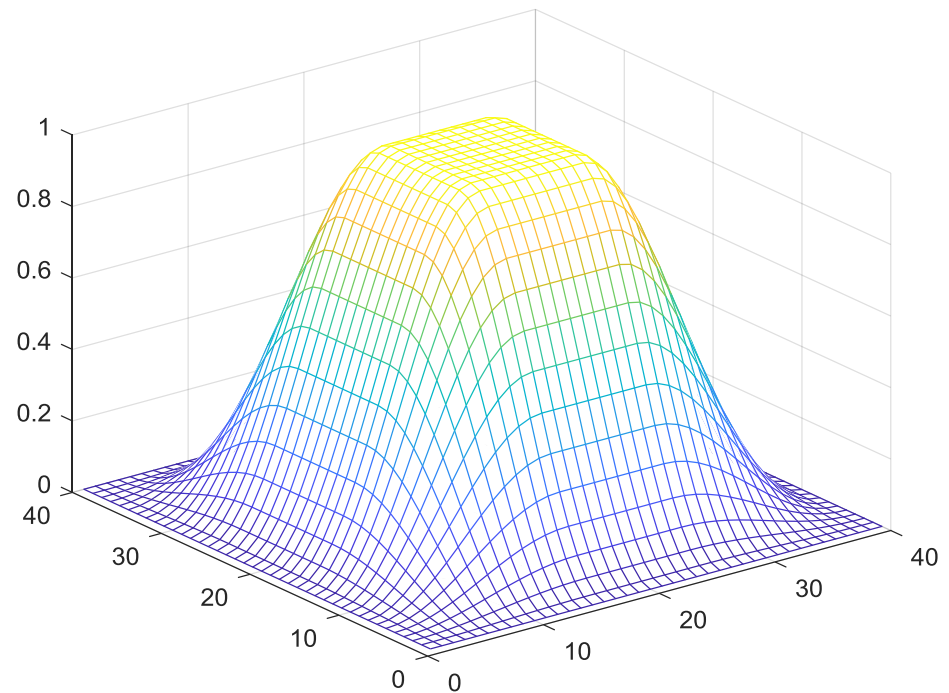
Скользящее окно и весовая маска

В работе использовалась маска, матрица значений которой является произведением векторов vv^T , где v – вектор-столбец длины 40, 8 центральных элементов которого равны 1, а элементы по краям убывают до 0 по закону:

$$f(x_i) = \frac{\cos\left(\frac{\pi i}{15}\right) + 1}{2}, \quad (11)$$

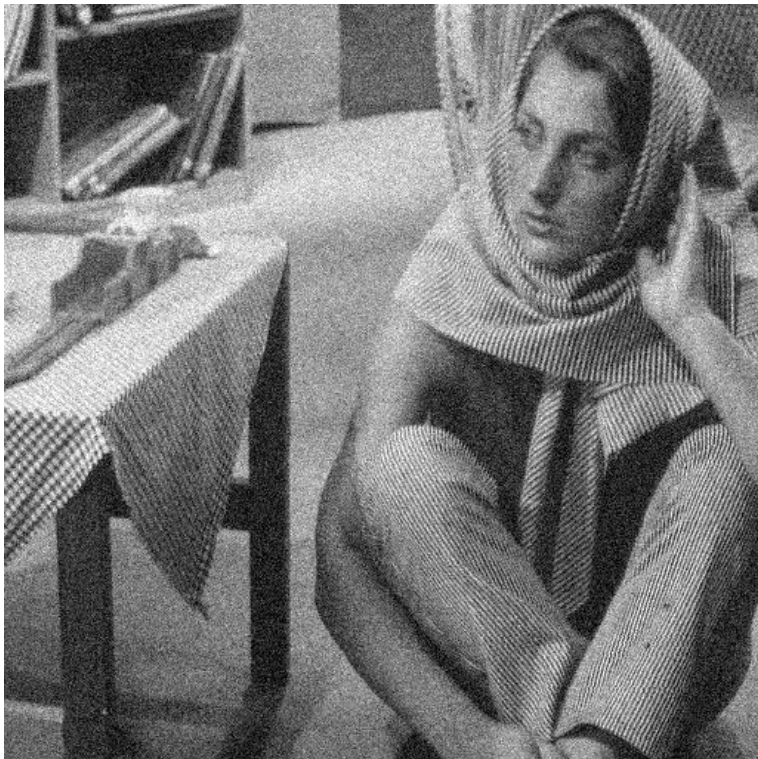
$$i = 0, 1, \dots, 15.$$

- Участок изображения, попавший в окрестность окна, расширялся добавлением нулевых отсчётов по краям. Это позволило лучше аппроксимировать непрерывный спектр изображения с помощью ДПФ.
- Размерность применявшегося ДПФ: 80×80



Трёхмерное изображение маски

Примеры “жёсткой” и “мягкой” масочных пороговых фильтраций



Изображение, зашумлённое
нормальным белым шумом
($\mu = 0, \sigma = 20$)



Результат фильтрации “жёстким”
пороговым фильтром ($T_{\text{жёстк.}}=0.16$)
SNR (16.2/24.08), SSIM (0.47/0.85)



Результат фильтрации “мягким”
пороговым фильтром ($T_{\text{мягк.}}=0.076$)
SNR (16.2/23.81), SSIM (0.47/0.83)

Винеровская масочная фильтрация нормального белого шума



Параметры шума: ($\mu = 0$, $\sigma = 20$)



Результат фильтрации SNR (16.79/24.9), SSIM (0.39/0.86)

Винеровская фильтрация периодической помехи



Параметры шума: ($A = 90$, $u_0 = 100.4$, $v_0 = 100.2$)



Результат фильтрации SNR (5.69/36.04), SSIM (0.08/0.98)

Результаты экспериментов фильтрации нормального белого шума

Таблица № 1. Значения метрик до фильтрации

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	22.12	22.12	22.12	22.12
SSIM до/после	0.47	0.43	0.39	0.4

Параметры шума:

$$\sigma = 20$$

$$\mu = 0$$

Таблица № 2. Билатеральный фильтр

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	26.17	28.74	29.79	29.49
SSIM до/после	0.74	0.76	0.81	0.77

Таблица № 3. “Жёсткий” пороговый фильтр

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	30	28.66	30.29	29.15
SSIM до/после	0.85	0.75	0.85	0.75

Таблица № 4. “Мягкий” пороговый фильтр

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	29.73	28.7	29.93	29.27
SSIM до/после	0.83	0.75	0.81	0.75

Таблица № 5. Фильтр Винера

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	30.01	28.62	30.24	29.19
SSIM до/после	0.86	0.76	0.86	0.76

Сравнение частотной и вейвлет фильтрации нормального белого шума

Таблица № 6. Значения метрик до фильтрации

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png
PSNR, дБ до/после	22.12	22.12	22.12
SSIM до/после	0.47	0.43	0.39

Параметры шума:

$$\sigma = 20$$

$$\mu = 0$$

Таблица № 7. “Жёсткий” пороговый фильтр

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png
PSNR, дБ до/после	30	28.66	30.29
SSIM до/после	0.85	0.75	0.85

Количество арифметических
операций на пиксель: **1272**

Таблица № 8. Фильтр Винера

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png
PSNR, дБ до/после	30.01	28.62	30.24
SSIM до/после	0.86	0.76	0.86

Количество арифметических
операций на пиксель: **1342**

Таблица № 9. Модифицированный фильтр Винера в базисе пакетного ДВП с энтропийным критерием (данные М.Хабибулина)

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png
PSNR, дБ до/после	28.69	27.56	29.4
SSIM до/после	0.81	0.73	0.81

Количество арифметических
операций на пиксель: **133**

Результаты экспериментов фильтрации периодического шума

Параметры шума:

$$A = 90$$

$$u_0 = 100.4$$

$$v_0 = 100.2$$

Таблица № 10. Значения метрик до фильтрации

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	12.06	12.06	12.06	12.06
SSIM до/после	0.13	0.1	0.1	0.08

Таблица № 11. Метод оптимальной узкополосной фильтрации
(окно Баттерворта)

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	32.35	35.96	32.94	32.75
SSIM до/после	0.95	0.96	0.95	0.95

Таблица № 12. Метод оптимальной узкополосной фильтрации
(окно Гаусса)

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	32.7	36.36	33.15	32.95
SSIM до/после	0.96	0.97	0.97	0.96

Таблица № 13. Фильтр Винера

Изображение	Barbara.png	Boat.png	Lena.png	Goldhill.png
PSNR, дБ до/после	39.15	41.71	40.95	42.41
SSIM до/после	0.97	0.98	0.98	0.98

Выводы и заключение

- Рассмотрены модели двух часто встречающихся в природе видов шума, а также способы борьбы с ними.
- Предложены реализации алгоритмов пороговой фильтрации, применимые к обработке коэффициентов ДПФ для подавления нормального белого шума.
- Ценой существенно большего объёма требуемых вычислений рассмотренные в работе методы частотной фильтрации превзошли качество подавления нормального белого шума в области вейвлет-преобразований.
- При фильтрации нормального белого шума частотными методами результаты обработки “жёстким” пороговым фильтром показали высокий рост PSNR, результаты фильтра Винера – наибольший рост SSIM.
- При устранении периодической помехи винеровская фильтрация превзошла метод оптимальной узкополосной фильтрации.
- Таким образом, фильтр Винера является универсальным средством подавления шумов в том смысле, что подходит для борьбы с шумами различной природы.

Спасибо за внимание!