**Теория к семинару №3**

Семейство одностадийных схем Розенброка для задачи Коши



имеет следующий вид:



Здесь  - параметр схемы,  - шаг схемы по времени,  - производная правой части по переменной ,  и  - численное решение в текущий и следующий моменты времени соответственно. Практический интерес представляют схемы из семейства одностадийных схем Розенброка при 

Векторная переменная  получается из решения системы линейных уравнений с правой частью  и матрицей системы . Эту матрицу **НЕ СЛЕДУЕТ** обращать численно, так как если вычислять  как , то это потребует большего объема вычислений, чем решение линейной системы. Особенно заметна разница в производительности, если матрица системы имеет ленточную форму, что часто бывает при применении схем Розенброка к решению систем дифференциальных уравнений, возникающий при численном решении уравнений в частных производных.

Матрицу производных  при реализации схем Розенброка в общем виде лучше вычислять численно с помощью центральной разности с шагом . Ее надо строить таким образом, чтобы в 1 строке  были производные 1 компоненты вектор-столбца , по всем компонентам , во 2 строке – производные 2 компоненты  по всем компонентам  и т.д.

**Задачи к семинару №3**

1. Решить задачу Коши с правой частью, задаваемой функцией

function y = f2(t, u)

y = [-50\*(u(1)-cos(t))+10\*u(2); 1.2\*u(1)-u(2)\*u(1)];

на временном отрезке [0; 0.75] при начальном значении u0 = [1;1] с помощью явной схемы Рунге-Кутта второго порядка типа предиктор-корректор, задаваемой матрицей Бутчера  и векторами  и  (см. предыдущий семинар)



Расчет провести с шагом по времени  и .

1. Реализовать семейство одностадийных схем Розенброка в общем виде. Для тестирования использовать задачу Коши из предыдущей задачи. Положить на один график результаты расчета этой задачи при . Взять шаг по времени . На тот же график положить результат расчета, полученный явной схемой, при . На графике должны присутствовать обе компоненты вектора решения (т.е. всего должно быть 8 кривых). Для построения графика удобно использовать, например, такую команду

plot(t,cros,'r+-',t,ros05,'g+-',t,ros1,'b+-',t0, rk2, 'k');

Здесь t задает редкую сетку по времени, а t0 – более подробную.

Объяснить поведение кривых численного решения в терминах A – устойчивость, Lp – устойчивость, t – монотонность.