**Теория к семинару №6**

Видоизменим краевую задачу из предыдущего семинара, сделав из нее задачу на собственные значения



где  - отрезок, на котором ищется решение.

Разностная схема легко получается из схемы для краевой задачи заменой  на :



здесь  - шаг равномерной сетки,  - число интервалов сетки.

Поскольку это нелинейная задача на собственные значения, то для ее решения надо использовать метод дополненного вектора – вариант метода Ньютона для задач на собственные значения.

В этом методе строится новый вектор  по следующему правилу



Добавление новой переменной потребует увеличения на одно числа уравнений – иначе задача не будет иметь однозначного решения. Так мы снова приходим к необходимости постановки дополнительного граничного условия в задаче на собственные значения.

Дальше задача решается методом Ньютона, подобно тому, как это делалось при решении нелинейной краевой задачи в предыдущем семинаре. Переделки программы будут минимальными.

В данном случае очень полезно провести серию расчетов на сгущающихся сетках и понаблюдать за сходимостью серии найденных собственных значений к некоторому пределу. Это важно, чтобы вовремя заметить «перескок» на другое собственное значение, если он будет иметь место. При «перескоке» серию расчетов придется повторить с другим начальным приближением.

Ясно, что результат расчета на более грубой сетке следует использовать в качестве начального приближения при расчете на более подробной. Для равномерной сетки и сгущения сетки в 2 раза значения в нечетных узлах переносятся непосредственно (1 в 3, 2 в 5 и т.п.), а в четных получаются интерполяций – полусуммой соседних нечетных узлов (например ). Вычисленное на грубой сетке собственное значение переносится на подробную непосредственно, выполняя роль начального приближения.

К полученному в результате серии расчетов набору приближенных значений  можно применять методы апостериорной оценки погрешности решения Ричардсона и Эйткена. Используя рекуррентное сгущение, можно получить результат с высокой точностью даже на не слишком подробных сетках.

**Задание к семинару №6**

Задачу следует решать на отрезке , , , начальное приближение для собственного значения , самая первая сетка пусть имеет 8 интервалов, последняя – 512 (серия из 7 расчетов).

Дополнительное граничное условие выглядит следующим образом (здесь u – дополненный вектор):

u(end/2+1)-u(end/2-1)-2\*h = 0.

В данном случае ставится условие на производную собственной функции в середине отрезка (она должна быть равна 1).

Построить график  от номера расчета. Также вывести на график собственную функцию с самой подробной сетки. По полученному набору  определить эффективный порядок метода и получить апостериорную оценку погрешности. С помощью техники рекуррентных сгущений вычислить собственное значение с максимально возможной точностью.