No. 1. Белаш Маргарита Владимировна. Нелинейная одномерная краевая задача:

$$\frac{d}{dx}\left(k(u)\frac{du}{dx}\right)-q(u)u=-f(u),\quad 0<x<1,$$

$$k(u)=1+u^2,\quad q(u)=0.25\cdot\pi^2(1+u^2),\quad f(u)=\pi^2u^3,$$

$$u'(0)=\frac{\pi}{2},\quad u(1)=1.$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью итераций по Ньютону и левой параллельной прогонки. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Сравнить результат с точным решением $u(x)=\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ на последовательности сеток. Измерить эффективность на 1 млн. узлов. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения к точному (с числом итераций) и эффективности распараллеливания.

No. 2. Дубинич Арина Игоревна. Нелинейная одномерная краевая задача:

$$\frac{d}{dx}\left(k(u)\frac{du}{dx}\right)-q(u)u=-f(u),\quad 0<x<1,$$

$$k(u)=1+u^2,\quad q(u)=2\pi^2\left(1+u^2\right),\quad f(u)=2\pi^2u\left(7u^2-1\right),$$

$$u(0)=u(1),\quad u'(0)=u'(1).$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью итераций по Ньютону и циклической параллельной прогонки. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Сравнить результат с точным решением $u\left(x\right)=\cos\left(2\pi x\right)$ на последовательности сеток. Измерить эффективность на 1 млн. узлов. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения к точному (с числом итераций) и эффективности распараллеливания.

No. 3. Кузьмина Анна Андреевна. Нелинейная одномерная краевая задача:

$$\frac{d}{dx}\left(k\left(u\right)\frac{du}{dx}+r\left(u\right)u\right)=-f\left(u\right),\quad 0<x<1,$$

$$k\left(u\right)=1+2u^2,\quad r\left(u\right)=-u^2,\quad f\left(u\right)=60u^3-2u^2+9u,$$

$$u\left(0\right)=1,\quad u(1)=\exp\left[-3\right].$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью итераций по Ньютону и немонотонной правой прогонки. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Сравнить результат с точным решением $u\left(x\right)=\exp\left[-3x\right]$ на последовательности сеток. Измерить эффективность на 1 млн. узлов. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения к точному (с числом итераций) и эффективности распараллеливания.

No. 4. Миронова Татьяна Владимировна. Нелинейная одномерная краевая задача:

$$\frac{d}{dx}\left(k\left(u\right)\frac{du}{dx}\right)=-f\left(u\right),\quad 0<x<1,$$

$$k(u)=1+u^2,\quad f(u)=\frac{\pi^2}{4}u\left[3u^2-1\right],$$

$$\int_0^1 u\left(x'\right)\left(1-x'\right)dx'=\frac{4}{\pi^2},\quad u(1)=0.$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью итераций по Ньютону и интегральной параллельной прогонки. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Сравнить результат с точным решением $u\left(x\right)=\cos\left(0.5\pi x\right)$ на последовательности сеток. Измерить эффективность на 1 млн. узлов. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения к точному (с числом итераций) и эффективности распараллеливания.

No. 5. Алимагадов Курбан Алимагадович

Линейная начально-краевая задача для одномерного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x,t)\frac{\partial u}{\partial x} \right) - u, \quad x \in [0,1], \quad t > 0,$$

$$k(x,t) = 1 + 10\exp\left[-(x-0.5)^2 / a^2 \right]\left(1 - e^{-\omega t}\right), \quad a = 0.1, \quad \omega = 20,$$

$$u(x,0) = 0, \quad u(0,t) = 1 - e^{-\omega t}, \quad u(1,t) = 0.$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью неявной схемы и алгоритма правой параллельной прогонки. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Оценить точность решения и эффективность распараллеливания в зависимости от размера сетки и числа процессоров. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения по сетке (максимум разницы решений в общих узлах на сетках h, h/2, h/4 в момент времени t=0.25) и эффективности распараллеливания.

No. 6. Маурах Георгий Михайлович

Линейная начально-краевая задача для одномерного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x)\frac{\partial u}{\partial x} + r(x,t)u \right) - u, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0,$$

$$k(x) = 1 + 10\exp\left[-(x-0.5)^2 / a^2 \right], \quad r(x,t) = \sin\left(\pi x\right)\left(1 - e^{-\omega t}\right), \quad a = 0.1, \quad \omega = 20,$$

$$u(x,0) = 1 - x, \quad u(0,t) = 1, \quad u(1,t) = 0.$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью неявной схемы и алгоритма немонотонной параллельной прогонки. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Оценить точность решения и эффективность распараллеливания в зависимости от размера сетки и числа процессоров. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения по сетке (максимум разницы решений в общих узлах на сетках h, h/2, h/4, …, в момент времени t=0.25) и эффективности распараллеливания.

No. 7. Сауров Сергей Олегович

Линейная краевая задача для двумерного уравнения Пуассона:

$$\sum_{\alpha=1}^{2} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} \right) = -f, \quad x_\alpha \in [0,1] \quad (\alpha = 1,2), \quad k_1 = \frac{4}{0.01 + \sin^2(\pi x_1)}, \quad k_2 \equiv 1,$$

$$f = 8\pi^2 \sin(2\pi x_1)\cos(4\pi x_2)\left[2 + \frac{2}{0.01 + \sin^2(\pi x_1)} + \frac{\cos(2\pi x_1)}{[0.01 + \sin^2(\pi x_1)]^2} \right],$$

$$u(0,x_2) = 0, \quad u(1,x_2) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,0) = \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,1) = 0.$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке путем разделения переменных с использованием параллельной прогонки и оптимизированного преобразования Фурье. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Оценить точность численного решения и эффективность распараллеливания. Точное решение $u(x_1, x_2) = \sin(2\pi x_1)\cos(4\pi x_2)$. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения к точному по сетке и эффективности распараллеливания.

No. 8. Слободянюк Александр Олегович

Линейная краевая задача для двумерного уравнения Пуассона:

$$\sum_{\alpha=1}^{2}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right)=-f,\quad x_\alpha\in[0,1]\quad(\alpha=1,2),\quad k_1=\frac{4}{0.01+\sin^2(\pi x_1)},\quad k_2\equiv 1,$$

$$f=8\pi^2\sin(2\pi x_1)\,sh(\pi(x_2-0.5))\left[-\frac{1}{8}+\frac{2}{0.01+\sin^2(\pi x_1)}+\frac{\cos(2\pi x_1)}{[0.01+\sin^2(\pi x_1)]^2}\right],$$

$$u(0,x_2)=0,\quad u(1,x_2)=0,\quad u(x_1,0)=\sin(2\pi x_1)\,sh(-0.5\pi),\quad u(x_1,1)=\sin(2\pi x_1)\,sh(+0.5\pi).$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью итерационного алгоритма переменных направлений и параллельной прогонки. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Оценить точность численного решения и эффективность распараллеливания. Точное решение $u(x_1,x_2)=\sin(2\pi x_1)\,sh(\pi(x_2-0.5))$. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения к точному по сетке (с выводом числа итераций) и эффективности распараллеливания.

No. 9. Хабибулин Марат Ильдарович

Линейная начально-краевая задача для двумерного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\sum_{\alpha=1}^{2}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(k_\alpha\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}\right)-u,\quad x_\alpha\in[0,1]\quad(\alpha=1,2),\quad t>0,$$

$$k_\alpha=\begin{cases}50\left(1-e^{-\omega t}\right), & (x_1,x_2)\in[0.3,0.7]\times[0.3,0.7],\\ 1, & (x_1,x_2)\notin[0.3,0.7]\times[0.3,0.7],\end{cases}\qquad(\alpha=1,2),\quad \omega=20,$$

$$u(x_1,x_2,0)=0,\quad u(0,x_2,t)=0,\quad u(1,x_2,t)=1-e^{-\omega t},\quad \frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,0,t)=\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1,1,t)=0.$$

Решить задачу методом конечных разностей на равномерной сетке с помощью неявной локально-одномерной схемы с использованием алгоритма параллельной прогонки на решетке процессоров. Программная реализация должна использовать MPI-процессы и трэды. Оценить точность решения и эффективность распараллеливания в зависимости от размера сетки и числа процессоров. В качестве результата распечатать две таблицы: сходимости численного решения по сетке (максимум разницы решений в общих узлах на сетках с h, h/2, h/4, …, в момент времени t=0.25) и эффективности распараллеливания.
