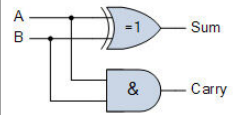


مدار نیم جمع‌کننده

نیم جمع‌کننده یک مدار منطقی است که به ورودی آن دو رقم باینری داده شده و در خروجی آن دو رقم باینری Sum و Carry تولید می‌شود.

جدول درستی نیم جمع‌کننده

نماد	جدول درستی			
	B	A	SUM	CARRY
	0	0	0	0
	0	1	1	0
	1	0	1	0
	1	1	0	1

همانگونه که در جدول درستی بالا مشخص است، خروجی SUM از XOR شدن ورودی‌ها و خروجی CARRY از AND شدن ورودی‌ها به دست می‌آید. لذا عبارت بولی که برای توصیف نیم جمع‌کننده به کار می‌رود به صورت زیر خواهد بود.

برای بیت SUM داریم:

$$\text{SUM} = A \text{ XOR } B = A \oplus B$$

برای بیت CARRY داریم:

$$\text{CARRY} = A \text{ AND } B = A \cdot B$$

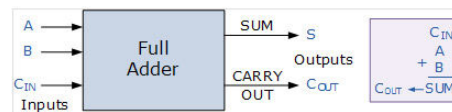
اما یکی از بزرگترین اشکالات مدارهای نیم جمع‌کننده که استفاده از آنها در جمع‌های باینری را محدود می‌سازد، نبود پایه‌ای برای رقم نقلی ورودی (Carry-in) از مدار قبلی در جمع‌های چند بیتی است.

به عنوان مثال، فرض کنید می‌خواهیم دو داده‌ی ۸ بیتی را با هم جمع کنیم. همانگونه که در مثال‌های ابتدایی بررسی کردیم، از کم ارزش‌ترین بیت (LSB) شروع کرده و دو بیت هم وزن را با یکدیگر جمع می‌کنیم. در جریان این عملیات باید هر بیت نقلی که ایجاد می‌شود به ستون سمت چپ انتقال یافته و با اعداد آن ستون جمع شود. لذا پس از اولین مرحله، در سایر مراحل بیت نقلی ورودی از مرحله‌ی قبل را نیز باید با دو بیت هم‌وزن جمع کنیم. اما از آنجایی که نیم جمع‌کننده تنها ۲ پایه‌ی ورودی دارد، در پیچیده‌ترین حالت می‌تواند حاصل $1 + 1$ را حساب کند و در صورت وجود بیت نقلی ورودی، خروجی به دست آمده اشتباه خواهد بود. برای رفع این مشکل، مدارهای «تمام جمع‌کننده» (Full Adder) طراحی شده‌اند.

مدار تمام جمع‌کننده

مهم‌ترین تفاوت تمام جمع‌کننده با نیم جمع‌کننده داشتن سه ورودی است. همانگونه که در شکل زیر نشان داده شده، ورودی‌های تمام جمع‌کننده عبارتند از دو بیت داده‌ای A و B و یک Carry-in (C-in) که برای دریافت بیت نقلی از مرحله‌ی قبلی مدار به کار می‌رود.

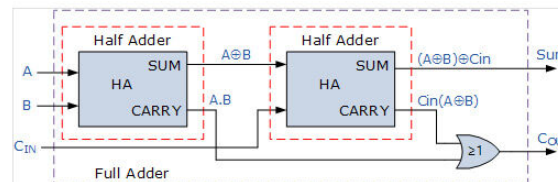
بلوک دیاگرام تمام جمع‌کننده



با این اوصاف، تمام جمع‌کننده یک مدار منطقی است که سه بیت را با یکدیگر جمع می‌کند. همانند نیم جمع‌کننده، در تمام جمع‌کننده نیز یک بیت نقلی خروجی تولید می‌شود که در جمع‌های چند بیتی برای مراحل بعدی جمع کاربرد دارد. به طور کلی، Carry-in رقم نقلی است که از رقم کم ارزش‌تر گرفته می‌شود؛ در حالی که Carry-out نشانگر رقم نقلی‌ای است که به رقم با ارزش‌تر منتقل می‌شود.

تمام جمع‌کننده را می‌توان به صورت دو نیم جمع‌کننده در نظر گرفت که به یکدیگر متصل شده‌اند، در این توصیف بیت نقلی تولید شده توسط اولین نیم جمع‌کننده به‌گونه‌ای که در پایین نشان داده شده به دومین نیم جمع‌کننده منتقل می‌شود.

دیاگرام منطقی تمام جمع‌کننده



از آنجایی که تمام جمع‌کننده‌ی بالا اساساً از دو نیم جمع‌کننده ساخته شده، جدول درستی آن علاوه بر خروجی‌های S و Carry-out (C_{OUT}) و ورودی‌های A و B، ستون دیگری نیز برای ورودی Carry-in (C_{IN}) خواهد داشت.

جدول درستی تمام جمع‌کننده

نماد		جدول درستی				
		C-in	B	A	Sum	C-out
		0	0	0	0	0
		0	0	1	1	0
		0	1	0	1	0
		0	1	1	0	1
		1	0	0	1	0
		1	0	1	0	1
		1	1	0	0	1
		1	1	1	1	1

لذا عبارت بولی که برای توصیف تمام جمع‌کننده به کار می‌رود به صورت زیر خواهد بود.

برای بیت Sum (S) داریم:

$$\text{SUM} = (A \text{ XOR } B) \text{ XOR } \text{Cin} = (A \oplus B) \oplus \text{Cin}$$

برای بیت Carry-out (C_{OUT}) داریم:

$$\text{CARRY-OUT} = A \text{ AND } B \text{ OR } \text{Cin}(A \text{ XOR } B) = A.B + \text{Cin}(A \oplus B)$$