

5.1.

Вычислите, по возможности не используя программирование: $(5E)^{-1}$ где E – единичная матрица размера 5×5 .

$$5 E \cdot (5 E)^{-1} = E$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$5 E = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(5 E)^{-1} = X$$

$$5 E \cdot X = E$$

$$5 X = E$$

$$X = \frac{1}{5} \cdot E$$

$$(5 E)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

5.2.

Вычислите определитель: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

$$\det A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = 1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} + 3 \cdot \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} =$$

$$= 1 \cdot (0 - 48) - 2 \cdot (36 - 42) + 3 \cdot (32 - 0) = -48 - 72 + 84 + 96 = 60$$

5.3.

1. Вычислите матрицу, обратную данной:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -48 & -6 & 32 \\ -6 & -12 & -6 \\ 12 & -6 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A* = \begin{bmatrix} -48 & 6 & 32 \\ 6 & -12 & 6 \\ 12 & 6 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A*^T = \begin{bmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ 32 & 6 & -8 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = A*^T / \det A = \begin{bmatrix} -0,8 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ \frac{8}{15} & 0,1 & \frac{2}{15} \end{bmatrix}$$

2. Приведите пример матрицы 4x4, ранг которой равен 1.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5.4.

Вычислите скалярное произведение двух векторов: (1, 5) и (2, 8)

$$1 * 2 + 5 * 8 = 2 + 40 = 42$$

5.5

Вычислите смешанное произведение трех векторов: $(1, 5, 0)$, $(2, 8, 7)$ и $(7, 1.5, 3)$

$$\begin{aligned} a \times b &= \begin{bmatrix} i & j & k \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 7 \end{bmatrix} = i \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} - j \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} + k \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} = \\ &= i \cdot (35 - 0) - j \cdot (7 - 0) + k \cdot (8 - 10) = 35i - 7j - 2k \end{aligned}$$

$$v = [35 \quad -7 \quad -2]$$

$$v * c = (35 * 7) + (-7 * 1.5) + (-2 * 3) = 254 - 10.5 - 6 = 228.5$$