НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет ФПИиКТ

Дисциплина: Информатика

Лабораторная работа № 6

Выполнил студент

Агнистова Алина Юрьевна

Группа № P3125

Преподаватель

Болдырева Елена Александровна

г. Санкт-Петербург

2022

Содержание

Задание

Сверстать страницу, максимально похожую на выбранную страницу из журнала «Квант».

Отчет

Выпуск: 1972 9

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК

Решения задач вступительной контрольной работы в ЗМШ 1972 года

А. Л. Тоом

Условия этих задач и правила приема в заочную математическую школу при МГУ и ЛГУ были помещены в первом номере «Кванта» за этот год. Здесь мы помещаем решения и указания к некоторым из этих задач.

Новая вступительная работа во Всесоюзную заочную математическую школу будет опубликована в первом номере «Кванта» 1973 года.

1. *В треугольнике центры вписанной и описанной окружностей симметричны относительно одной из сторон. Найдите углы треугольника.*

Обозначим концы той стороны, относительно которой симметричны центры, через A и C, а третью вершину — через B (см. рис. 1). Пусть O и D — центры соответственно вписанной и описанной окружностей. Если опустить из них перпендикуляры на AC, то они упадут в одну точку M — середину отрезка OD (это и означает, что O и D симметричны относительно AC). Нам надо найти углы треугольника: $\angle BAC=\alpha$, $\angle ABC=\beta$, $\angle BCA=\gamma$.

Докажем сначала, что $\alpha=\gamma$. Действительно, $AD=DC$ (как радиусы),

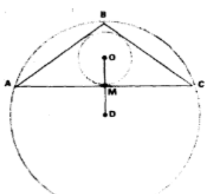

Рис. 1.

32

поэтому $AM=MC$, откуда $\triangle AMO=\triangle CMO$. Следовательно, $\angle OAM=\angle OCM$. Но $\angle OAM=\frac{\alpha}{2}$, $\angle OCM=\frac{\gamma}{2}$ (центр окружности, вписанной в треугольник, находится в точке пересечения его биссектрис), поэтому $\alpha=\gamma$.

Отсюда следует, что $AB=BC$, тогда медиана BM — одновременно и высота, значит, O лежит на BM.

Поэтому точки B, O, M и D лежат на одной прямой, а так как $BD=AD$ (как радиусы), то $\angle BAD=\angle ABD=\frac{\beta}{2}$.

С другой стороны, $\triangle AOM=\triangle ADM$. Поэтому

$$\angle MAD=\angle MAO=\frac{\alpha}{2}.$$

Тогда

$$\angle BAD=\angle BAM+\angle MAD=\alpha+\frac{\alpha}{2}=\frac{3\alpha}{2}.$$

Итак,

$$\frac{\beta}{2}=\frac{3\alpha}{2},\quad \beta=3\alpha.$$

Поэтому сумма углов треугольника ABC равна 5α, откуда $\alpha=36°$, $\beta=108°$.

Ответ: 36°, 108°, 36°.

2. *Двое играют в такую игру. Перед ними на бумаге в цепочку написано несколько минусов. Каждый по очереди переправляет один или два соседних минуса на плюс. Выигрывает тот, кто переправит последний минус. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнер, и как ему надо для этого играть, если вначале написано:* а) 7 *минусов*; б) 8 *минусов*; в) k *минусов*?

Выигрывает при всех n начинающий. Опишем стратегию, применяя которую, он наверняка выиграет. Первый ход надо сделать в середине, чтобы оставшиеся минусы образовали два отдельных «куска» равной длины (на рисунке 2 изображена позиция после первого хода для $n=7$

— — — + — — —

— — — + + — — —

Рис. 2.

и $n=8$). После этого начинающий каждым своим ходом должен переправлять минусы, симметричные тем, которые перед этим переправил второй. Так, если второй переправил k-й (или k-й и $k+1$-й) минус справа, то надо переправить k-й (или k-й и $k+1$-й) минус слева. Тогда после каждого хода первого будет получаться симметричная позиция.

Второй каждым ходом будет переправлять один или два минуса, симметричные которым еще не переправлены; следовательно, эти минусы не могут быть последними, и второй не может выиграть.

3. *В треугольнике ABC проводятся биссектриса AK и медиана AM. Чему может равняться отношение сторон AB и AC, если известно, что один из отрезков BM, MK, KC равен полусумме двух других?*

Указание. Здесь необходимо рассмотреть шесть случаев, соответствующих клеткам таблицы (см. рис. 3).

В клетках написаны ответы.

	$BM=\frac{MK+KC}{2}$	$MK=\frac{BM+KC}{2}$	$KC=\frac{BM+MK}{2}$
точка K ближе к B чем точка M	$\frac{AB}{AC}=\frac{1}{3}$	нет решений	нет решений
точка M ближе к B чем точка K	нет решений	$\frac{AB}{AC}=5$	$\frac{AB}{AC}=2$

Рис. 3.

4. *Существует ли хотя бы одно число a такое, что оба числа $\frac{1}{a}-\sqrt{15}$ и $a+\sqrt{15}$ — целые?*

Пусть $a+\sqrt{15}=m$, $\frac{1}{a}-\sqrt{15}=n$.

Выразим a из первого равенства и подставим во второе:

$$\frac{1}{m-\sqrt{15}}-\sqrt{15}=n.$$

Преобразуем:

$$16-mn=(m-n)\sqrt{15}.$$

Для выполнения этого равенства достаточно, чтобы было:

$$\begin{cases} 16-mn=0, \\ m-n=0. \end{cases}$$

(В действительности это и необходимо, раз m, n — целые, но этого можно и не знать: ведь нам достаточно найти хоть одно значение a.)

Полученная система легко решается:

$$m_1=n_1=4,\quad m_2=n_2=-4.$$

Ответ: такое a существует: например, $4-\sqrt{15}$ (в действительности таких чисел всего два).

5. *Один из пяти братьев разбил окно. Андрей сказал: «Это или Витя, или Толя». Витя сказал: «Это сделал не я и не Юра». Толя сказал: «Вы оба говорите неправду». Дима сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой — нет». Юра сказал: «Нет, Дима, ты неправ». Их отец, которому, конечно, можно доверять, уверен, что не менее трех братьев сказали правду. Кто разбил окно?*

Изобразим заявления братьев в виде таблицы из 5 строк и 5 столбцов

33

Обязательное задание: page.tex

Дополнительное задание 1: title.tex и main.tex

Дополнительное задание 2: presentation.tex

Вывод: lab6.pdf (обязательное задание и дополнительное задание 1), presentation.pdf (дополнительное задание 2)

Вывод

В ходе выполнения я ознакомилась вёрсткой страниц в TeX и LaTeX, получила навыки, которые пригодятся мне в процессе дальнейшего обучения.

Список литературы

1. Воронцов К. В. LATEX 2ε в примерах. – 2005. // URL: www.ccas.ru/voron/download/voron05latex.pdf (дата обращения: 13.12.2022).
2. Львовский С. М. Набор и вёрстка в системе LATEX. – 5-е изд., переработанное. – М.: МЦНМО, 2014. – 400 с.