НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет ПИиКТ

Отчёт по лабораторной работе на тему:

Решение ОДУ и задачи Коши

Усовершенствованный метод Эйлера

Выполнил студент

Агнистова Алина Юрьевна

Группа № P3225

Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна

г. Санкт-Петербург

2024

**Описание метода и расчётные формулы**

Усовершенствованный метод Эйлера – численный метод решения ОДУ (обыкновенных дифференциальных уравнений), который повышает точность аппроксимации решения. Усовершенствованный метод, как и простой метод Эйлера основан на аппроксимации решения ОДУ с использованием касательных к кривой решения. На каждом шаге вычисляется наклон решения в точке и следующее приближенное значение находится с учётом этого наклона.

Для заданного дифференциального уравнения с начальным условием решение состоит из нескольких шагов:

1. Вычисляем текущее значение и для вычисления .
2. Вычисляем прогнозируемое значение для шага *:*
3. Корректируем прогнозируемое значение:
4. Выполнение приращения:

Шаги повторяются до тех пор, пока не достигнуто желаемое значение или не закончилось количество итераций.

**Блок-схема реализованного метода**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, дизайн

Автоматически созданное описание

**Код метода**

**double** solveByEulerImproved(**int** f, **double** epsilon, **double** a, **double** y\_a, **double** b) {

fn\_t& func = get\_function(f);

**double** h = 0.01;

**double** y\_p = 0, y\_c = 0, y\_b = y\_a;

**while** (a < b){

y\_p = y\_b + h \* func(a, b);

y\_c = y\_b + h \* ((func(a, y\_b) + func(a + h, y\_p)) / 2);

h \*= pow(min(1.0, (epsilon/fabs(y\_c-y\_p))), 0.5); //\*\*0.5

y\_b = y\_c;

a += h;

}

**return** y\_b;

}

**Примеры и результаты работы программы**

Пример 1

Входные данные:

|  |
| --- |
| 1 |
| 0.01 |
| 0 |
| 1 |
| 1.57 |

Выходные данные:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

Пример 2

Входные данные:

|  |
| --- |
| 2 |
| 0.01 |
| 1 |
| 0.5 |
| 2 |

Выходные данные:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

Пример 3

Входные данные:

|  |
| --- |
| 3 |
| 0.001 |
| 1 |
| 2 |
| 2 |

Выходные данные:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

Пример 4

Входные данные:

|  |
| --- |
| 4 |
| 0.1 |
| 0 |
| 1 |
| 1 |

Выходные данные:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт

Автоматически созданное описание

Пример 5

Входные данные:

|  |
| --- |
| 5 |
| 0.01 |
| 0 |
| 1 |
| 5 |

Выходные данные:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, дизайн

Автоматически созданное описание

Проанализировав результаты запуска реализованного метода, можно сделать вывод, что код справляется с основными ситуациями.

Для оценки метода приведена таблица сравнения усовершенствованного метода Эйлера с методом Адамса-Башфорта и методом Рунге-Кутта 4 порядка:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Усовершенствованный метод Эйлера | Метод Адамса-Башфорта | Метод Рунге-Кутта 4 порядка |
| Описание | Метод, использующий два оценочных шага для каждого интервала для улучшения точности по сравнению с простым методом Эйлера. | Метод, основанный на расчёте текущего значения при использовании значений производных на предыдущих шагах. | Метод, использующий четыре оценки наклона в каждом интервале для достижения высокой точности. |
| Вычислительная сложность | Низкая (но выше, чем у простого метода Эйлера) | Средняя (зависит от количества шагов) | Высокая (вычисление 4х наклонов) |
| Применимость | Задачи, допускающие неточности в решении | Эффективен для решения ОДУ на больших интервалах | Может быть менее эффективным для функций с высокой кривизной |
| Численная стабильность | Средняя (требует малого размера шага для сложных систем) | Средняя (более стабилен, чем усовершенствованный метод Эйлера, но менее, чем Рунге-Кутта) | Высокая |

Таким образом, метод Рунге-Кутта 4-го порядка будет оптимальным выбором в ситуациях, где требуется высокая точность решений ОДУ и допустима повышенная вычислительная сложность. Метод Адамса-Башфорта, как многократно-шаговый метод, предпочтителен для долгосрочных интегрирований ОДУ, когда требуется эффективно использовать информацию из предыдущих шагов для повышения общей производительности расчётов. Усовершенствованный метод Эйлера является прекрасным выбором в случаях, когда требуются более точные результаты, чем может предложить простой метод Эйлера, но не требуется столь высокая точность, как у метода Рунге-Кутта. Он обладает лучшей численной стабильностью по сравнению с простым методом Эйлера и менее вычислительно затратен, чем метод Рунге-Кутта, делая его хорошим компромиссом между сложностью и точностью.

Временная алгоритмическая сложность метода составляет , так как для нахождения решения используется цикл while, внутри которого происходят все необходимые вычисления.

Метод отличается хорошей численной стабильностью, однако могут возникать ошибки из-за аккумуляции неточностей округления.

**Вывод**

В результате выполнения лабораторной работы была реализовано решение ОДУ улучшенного метода Эйлера на языке программирования C++. Алгоритмическая сложность метода составила .

Усовершенствованный метод Эйлера – метод решения ОДУ, отличающийся высокой эффективностью и средней точностью, однако может вызвать численные ошибки.