

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

А.Л. ЛЯШЕНКО

**ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ
И ИХ СОЕДИНЕНИЯ**

*Методические указания
к лабораторным работам*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2023

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Исследование временных характеристик линейных динамических звеньев

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы – изучение временных характеристик типовых динамических звеньев и приобретение практических навыков определения параметров передаточных функций, этих звеньев, по полученным экспериментальным переходным характеристикам.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В данной лабораторной работе исследуются временные характеристики пяти типовых линейных динамических звеньев: безынерционного, колебательного, апериодического, интегрирующего и реального дифференцирующего. В табл. 1 приведены соответствующие дифференциальные уравнения, передаточные функции и переходные характеристики этих звеньев.

Таблица 1.

Тип звена и его дифференциальное уравнение	Передаточная функция	Переходная характеристика
Безынерционное (усилительное) звено $Y = kx$	$W(s) = k$	 $h(t) = k \cdot 1(t)$
Интегрирующее звено $y = k \int x dt$ или $\dot{y} = kx$	$W(s) = \frac{k}{s}$	 $h(t) = k \cdot t$
Апериодическое звено, устойчивое $T\dot{y} + y = kx$	$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$	 $h(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$
Колебательное звено $T^2\ddot{y} + 2\xi T\dot{y} + y = kx$	$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$	 $h(t) = k[1 - \frac{e^{-3t/T}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} + \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi})]$
Дифференцирующее (реальное) звено $T\dot{y} + y = k\dot{x}$	$W(s) = \frac{ks}{Ts + 1}$	 $h(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}$

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Запустить на ПК один из пакетов моделирования (MatLab, Анализ систем и т.п.)

2. Составить из типовых блоков исследуемую модель, в виде структурной схемы (рис.2)



Рис.2. Структурная схема

3. Задать численные значения параметров исследуемых звеньев в соответствии с табл. 2.

Таблица 2.

Исходные данные

Типовое звено и его передаточная функция	Параметры звеньев										
	№ вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Усилительное $W(p) = k$	K	3.2	2.5	2.3	3.5	3.6	2.7	3.8	2.9	4.4	5.2
2. Интегрирующее $W(p) = \frac{1}{Tp}$	T	4.5	1.4	0.6	3.5	0.3	7.6	0.5	2.5	0.1	20
3. Апериодическое $W(p) = \frac{K}{1 + Tp}$	K	1	1.5	5.0	0.5	1.3	1.4	1.0	2	1.4	0.2
	T	4.5	1.4	0.2	3.5	0.8	7.6	1.0	0.1	4.0	5.1
4. Колебательное $W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}$	K	1.5	0.5	0.5	0.3	0.8	0.9	1.1	1.3	1.2	1
	ξ	0.05	0.07	0.06	0.08	0.09	0.1	0.07	0.08	0.09	0.1
	T	1	6	1.5	12	3.6	0.2	10	2.5	1.9	5.1
5. Реальное дифференцирующее $W(p) = \frac{Kp}{1 + Tp}$	K	1.0	1.2	1.9	0.6	1.3	1.5	1.5	0.2	3.0	1.0
	T	4.5	6.2	1.3	1.6	2.4	5.2	2.3	1.0	2.5	0.7

4. Получить переходную характеристику звена при заданных параметрах.

5. Проанализировать влияние параметров на переходную характеристику изменяя T в 2, 4 раза при постоянном K и изменяя K в 10 раз при постоянном значении T. При моделировании колебательного звена снимите характеристики для значений коэффициента демпфирования $\xi = \xi_{\text{заданное}}$; $\xi = 0$; $\xi = 1$.

6. Произвести расчеты параметров звеньев по полученным графикам.

7. Объясните вид полученных характеристик с помощью анализа расчетных соотношений.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Дифференциальные уравнения, передаточные функции и выражения для переходных характеристик типовых звеньев.
3. Результаты моделирования на ПК.
4. Представить расчеты параметров звеньев и полученные результаты.
5. Выводы по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Исследование временных характеристик типовых соединений динамических звеньев

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы – изучение способов соединения типовых динамических звеньев, определение передаточных функций, приобретение практических навыков определения передаточных функций по экспериментальным переходным характеристикам.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Возможны три способа соединения звеньев: последовательное, параллельное и встречно-параллельное или соединение с обратной связью. Последовательным называют такое соединение звеньев, при котором выходная величина предыдущего звена является входной для последующего.

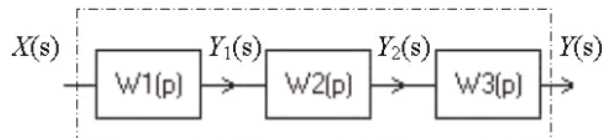


Рис 3. Последовательное соединение звеньев

Таким образом, систему из неограниченно количества звеньев, включенных последовательно, можно заменить одним эквивалентным звеном с передаточной функцией равной произведению передаточных функций, входящих в соединение.

При параллельном соединении звеньев на все входы подается одна и та же величина, выходная величина равна сумме выходных величин отдельных звеньев.

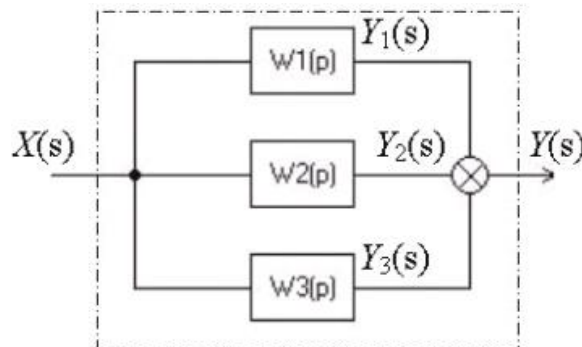


Рис. 4. Параллельное соединение звеньев

Параллельное соединение звеньев эквивалентно одному звену с передаточной функцией, равной сумме передаточных функций, входящих в соединение.

При встречно-параллельном соединении звеньев или соединении с ОС на вход звена подается кроме входной еще и выходная величина, прошедшая через звено обратной связи. Обратной связью называют цепь передачи воздействия с выхода звена или выхода системы на вход.

На рис. 5 звено $W_n(s)$ составляет прямую цепь, которая охвачена ОС, звеном $W_{oc}(s)$.

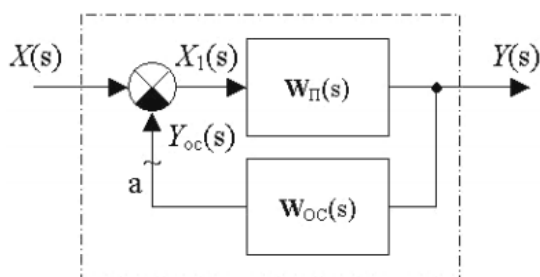


Рис. 5. Соединение с обратной связью

При этом, если сигнал $Y_{oc}(s)$ вычитается из входного сигнала, т.е.

$$X_1(s) = X(s) - Y_{oc}(s),$$

то ОС называется отрицательной. Если же на элементе сравнения происходит суммирование сигналов, то ОС – положительная. Чтобы найти передаточную функцию звена $W(s)$ эквивалентного встречно-параллельного соединения двух звеньев, запишем уравнение для каждого звена:

$$Y(s) = W_n(s) \cdot X_1(s)$$

$$Y_{oc}(s) = W_{oc}(s) \cdot Y(s)$$

$$X_1(s) = X(s) - Y_{oc}(s)$$

Последнее выражение приведено для отрицательной ОС. Исключая из уравнений $Y_{oc}(s)$ и $X_1(s)$ получим:

$$Y(s) = W_n(s) \cdot X(s) - W_n(s) \cdot W_{oc}(s) \cdot Y(s)$$

или

$$Y(s) \cdot [1 + W_n(s) \cdot W_{oc}(s)] = W_n(s) \cdot X(s)$$

откуда

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_n(s)}{1 + W_n(s) \cdot W_{oc}(s)}$$

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Исследовать последовательное соединение звеньев из табл. 2 с интегрирующим звеном. При исследовании использовать методику лабораторной работы № 1.

2. Исследовать последовательное соединение звеньев из табл. 2 с аperiodическим звеном.

3. Исследовать параллельное соединение звеньев из табл. 2 с интегрирующим звеном.

4. Исследовать параллельное соединение звеньев из табл. 2 с аperiodическим звеном.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Передаточные функции и выражения для переходных характеристик соединений.
3. Результаты моделирования на ПК.
4. Представить расчеты параметров звеньев и полученные результаты.
5. Выводы по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Исследование устойчивости системы управления с помощью критерия Гурвица

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы – оценка устойчивости системы методом Гурвица.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Критерий Гурвица

Метод разработан Адольфом Гурвицем в 1895г.

Алгебраические критерии не требуют выполнения вычислительной процедуры определения корней; условия устойчивости сводятся к выполнению ряда алгебраических неравенств, связывающих коэффициенты уравнения системы.

Определим передаточную функцию разомкнутой системы: W_{∞} .

Далее с учетом наличия отрицательной обратной связи получаем передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_z(p) = \frac{W_{\infty}}{1 + W_{\infty}}.$$

Как правило, передаточная функция разомкнутой системы имеет дробно-рациональный вид:

$$W_{\infty}(p) = \frac{B(p)}{A(p)}.$$

Тогда после подстановки и преобразования получаем передаточную функцию замкнутой линейной системы:

$$W_z(p) = \frac{B(p)}{A(p) + B(p)}.$$

Отсюда следует, что характеристический полином замкнутой системы (ХПЗС) можно определить как сумму числителя и знаменателя W_{∞} :

$$D_z(p) = A(p) + B(p).$$

Алгебраический критерий устойчивости Гурвица предполагает исследование матрицы, составленной из коэффициентов характеристического уравнения:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}.$$

Для устойчивой системы необходимо и достаточно, чтобы определитель и все главные диагональные миноры матрицы были больше нуля.

Если хотя бы один определитель будет равен нулю, то система будет находится на границе устойчивости.

Если хотя бы один определитель будет отрицателен, то система неустойчива не зависимо от числа положительных или нулевых определителей.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Вывести характеристический полином для исследуемой системы (рис 6), параметры которой приведены в таблице 3.

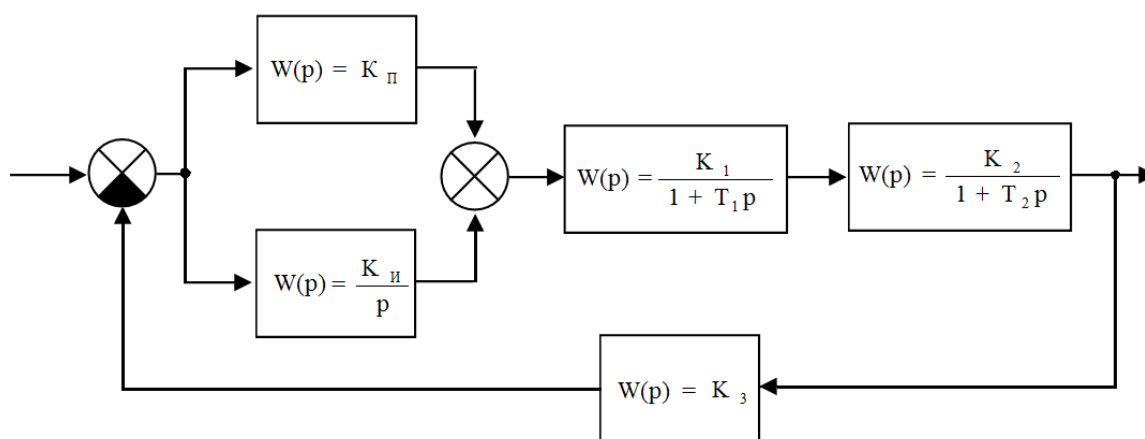


Рис.6. Структурная схема исследуемой системы

Таблица 3.

№ п/п	$K_{\text{п}}$	$K_{\text{и}}$	K_1	T_1	K_2	T_2	K_3
1	0,5	0,05	2	0,2	1,5	1,5	0,5
2	0,4	0,04	3	0,3	1,4	2	0,1
3	0,6	0,03	4	0,4	1,6	1,5	0,2
4	0,7	0,04	2	0,5	1,7	2	0,3
5	0,3	0,05	3	0,2	1,4	1,5	0,4
6	0,2	0,07	4	0,3	1,8	2	0,6
7	0,5	0,06	2	0,4	1,9	1,5	0,2
8	0,8	0,08	3	0,2	1,1	4	0,3
9	0,4	0,02	4	0,7	1,2	5,5	0,5
10	0,8	0,03	5	0,6	1,5	6	0,4

2. Определить с помощью критерия Гурвица устойчивость системы.

3. Набрать модель исследуемой системы (рис 6), и получить графики переходных процессов.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Структурная схема исследуемой системы
3. Результаты моделирования на ПК. Графики переходных процессов исследуемой системы
4. Выводы по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Исследование устойчивости системы управления с помощью критерия Михайлова

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы – оценка устойчивости системы методом Михайлова.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Критерий Михайлова.

Предложен советским ученым Михайловым в 1938 г.

Описанные выше критерий устойчивости не работает, если передаточная функция системы имеет запаздывание, то есть может быть записана в виде

$$W_{\infty}(p) = \frac{B(p)}{A(p)} e^{-p\tau},$$

В этом случае характеристическое выражение замкнутой системы полиномом не является и его корни определить невозможно. Для определения устойчивости в данном случае используются частотные критерии Михайлова и Найквиста.

Анализ устойчивости по критерию Михайлова предполагает построение на комплексной плоскости годографа

$$D_z(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n.$$

Для устойчивой системы необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова, начинаясь при $\omega = 0$ на положительной вещественной полуоси, обходил последовательно против часовой стрелки при возрастании ω от 0 до ∞ n квадрантов, где n - степень характеристического полинома (порядок системы).

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Вывести характеристический полином для исследуемой системы (рис 6), параметры которой приведены в таблице 3.
2. Определить с помощью критерия Михайлова устойчивость системы.
3. Набрать модель исследуемой системы (рис 6), и получить графики переходных процессов.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Структурная схема исследуемой системы
3. Результаты моделирования на ПК. Графики переходных процессов исследуемой системы
4. Выводы по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

Исследование устойчивости системы управления с помощью критерия Найквиста

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель работы – оценка устойчивости системы методом Найквиста.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Критерий Найквиста.

Этот критерий называется точечным критерием (предложен в 1932 г. американским учёным Х. Найквистом). Он позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по частотным характеристикам разомкнутой системы.

Если разомкнутая САУ устойчива, то для устойчивости замкнутой САУ необходимо и достаточно, чтобы функция $W_{\infty}(j\omega)$ не охватывала критическую точку $(-1, 0)$ при изменении ω от 0 до ∞ .

Если АФХ проходит через точку $(-1; 0)$, то замкнутая система находится на границе устойчивости.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Вывести характеристический полином для исследуемой системы (рис 6), параметры которой приведены в таблице 3.
2. Определить с помощью критерия Найквиста устойчивость системы.
3. Набрать модель исследуемой системы (рис 6), и получить графики переходных процессов.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Цель работы.
2. Структурная схема исследуемой системы
3. Результаты моделирования на ПК. Графики переходных процессов исследуемой системы
4. Выводы по работе.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1	2
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3	8
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4	11
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5	12