图像处理 计算机视觉

本质矩阵和基础矩阵的区别是什么？

本质矩阵和基础矩阵的区别是什么？各自是个什么东西？用大白话或者非专业性的语言来解释。

添加评论 分享

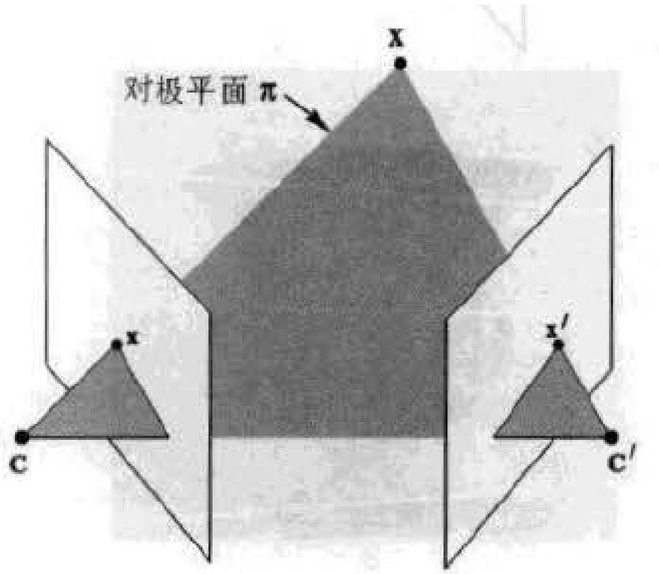
5 个回答 默认排序

26

周乐， 眼见未必真

26 人赞同

先了解下对极几何，两个相机在不同位置(实际要求光心位置不同即可)拍摄两张图，这个模型就是对极几何，如下图(摘自《计算机视觉中的多视图几何》)：



两摄像机光心分别是C和C'，图像平面是两白色的平面，空间中某一个点X在两张图的投影点分别是x和x'。这样的模型就是对极几何，空间点和两光心组成的平面叫做对极面。简言之，不同视点拍摄的两个场景满足对极几何关系。

再讲下基本矩阵，存在这么一个矩阵F，使得空间中不在两图像平面上的任意点X分别在两图像的投影坐标x,x'满足等式(x')T*F*x=0，即x'的转置乘以F，再乘以x的结果为0，那么F就是左边图像到右边图像的基本矩阵，从公式上可以看出基本矩阵是有方向的，右图到左图的基本矩阵就是F的转置。F矩阵有如下性质：

1、秩为2；

2、F矩阵是一个7个自由度的3*3矩阵(3*3矩阵本身9个自由度，因为相差一个常数因子和行列式值为0两个条件，减掉2个自由度)，相差一个常数因此的意思是：kF(k!=0)也是基本矩阵，也就是说如果F是基本矩阵，那么kF也是基本矩阵，所以基本矩阵不唯一，在相差一个倍数的前提下是唯一的，也就是我们可以固定矩阵中某一个非零元素的值，这样自然少一个自由度。

这里讲下自己对基本矩阵的理解：很简单，基本矩阵提供了三维点到二维的一个约束条件。举个例子，现在假设我们不知道空间点X的位置，只知道X在左边图上的投影x的坐标位置，也知道基本矩阵，首先我们知道的是X一定在射线Cx上，到底在哪一点是没法知道的，也就是X可能是Cx上的任意一点(也就是轨迹的意思)，那么X在右图上的投影肯定也是一条直线。也就是说，如果我们知道一幅图像中的某一点和两幅图的基本矩阵，那么就能知道其对应的右图上的点一定是在一条直线上，这样就约束了两视角下的图像中的空间位置一定是有约束的，不是任意的。基本矩阵是很有用的一个工具，在三维重建和特征匹配上都可以用到。

最后带下本质矩阵，本质矩阵就是在归一化图像坐标下的基本矩阵。不仅具有基本矩阵的所有性质，而且还可以估计两相机的相对位置关系，具体内容可参考《计算机视觉中的多视图几何》。

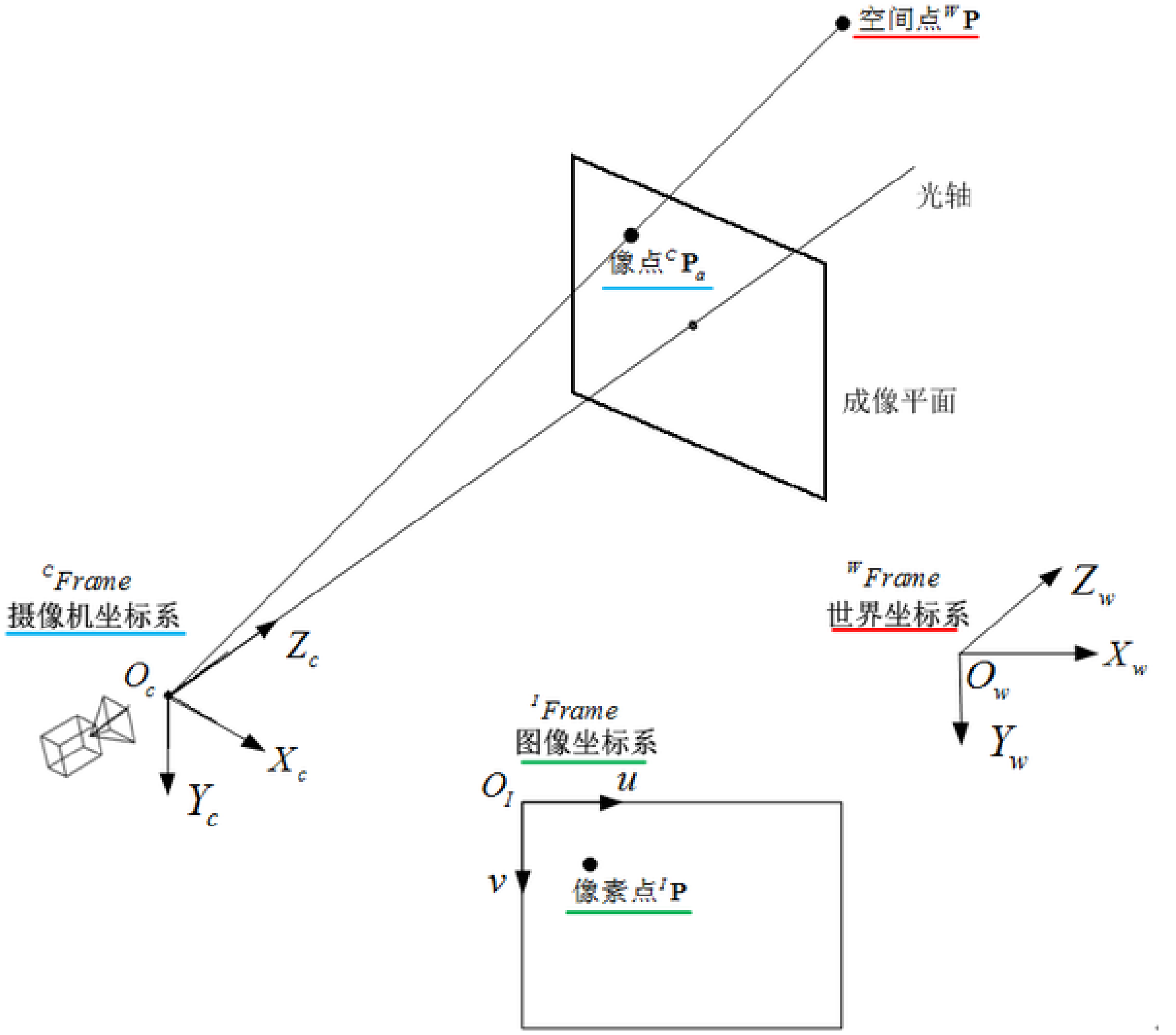
发布于 2015-04-24 4 条评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

---

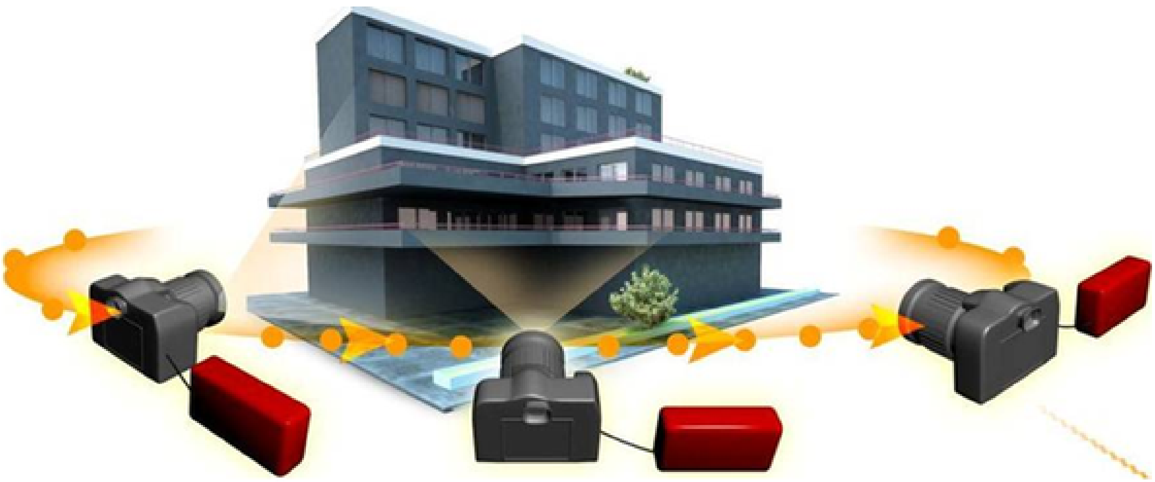
apollon wong， 理工男

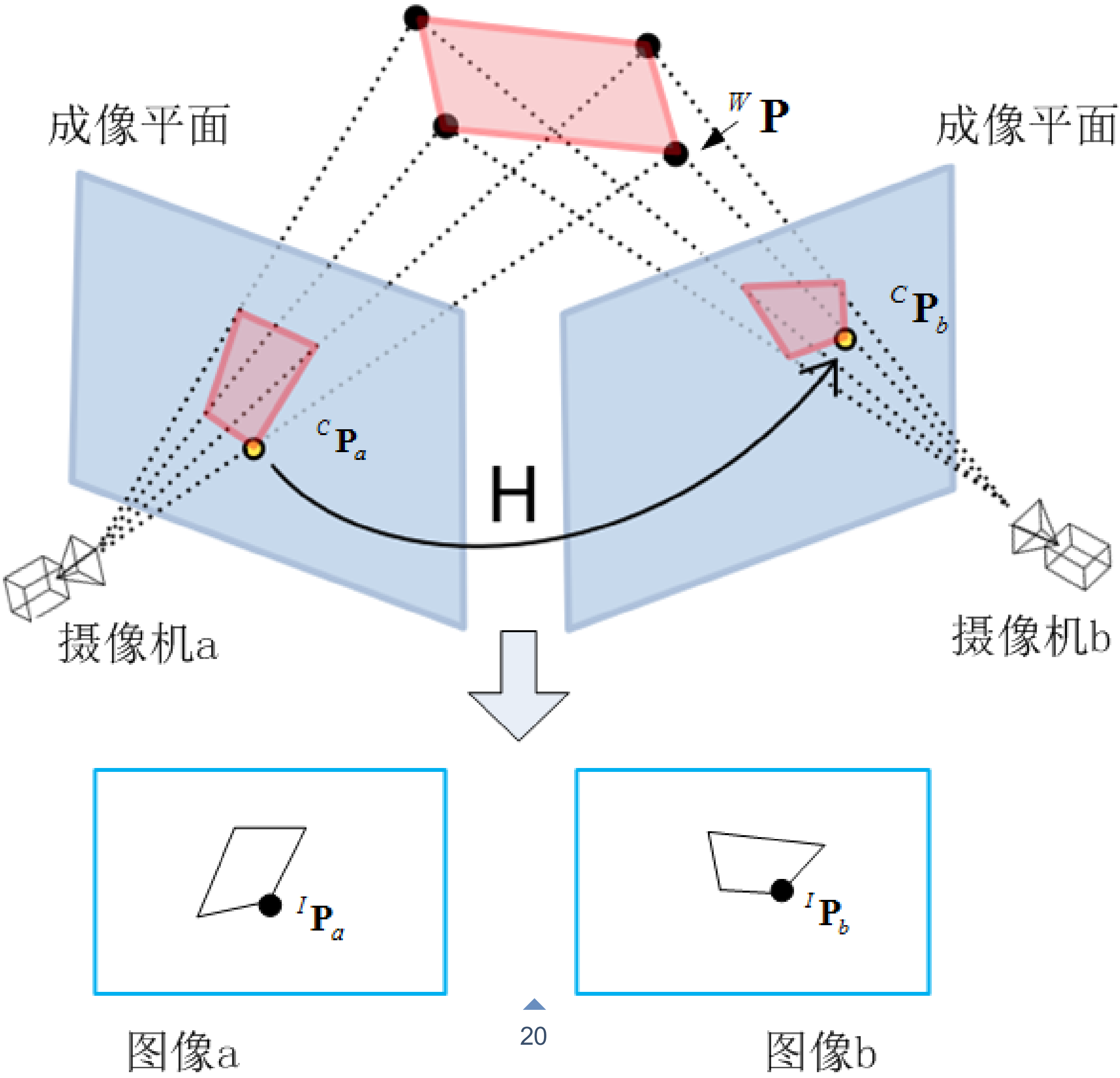
20 人赞同

1、 不同人眼中的哈姆雷特——点**P**及其副本在不同坐标系下的表示



2、 横看成岭侧成峰——多个角度看点P





本质矩阵**E**（Essential Matrix）：反映【空间 ... 的像点】在【不同视角摄像机】下【摄像机坐标系】中的表示之间的关系。

空间点 P 在摄像机 a 中的像点在摄像机坐标系中的表示：$^{C}\mathbf{P}_a = \begin{bmatrix} ^{C}x_a \\ ^{C}y_a \\ ^{C}z_a \end{bmatrix}$

空间点 P 在摄像机 b 中的像点在摄像机坐标系中的表示：$^{C}\mathbf{P}_a = \begin{bmatrix} ^{C}x_b \\ ^{C}y_b \\ ^{C}z_b \end{bmatrix}$

$^{C}\mathbf{P}_a$和$^{C}\mathbf{P}_b$的关系

$$^{C}\mathbf{P}_a\mathbf{E}\,^{C}\mathbf{P}_b = \begin{bmatrix} ^{C}x_a \\ ^{C}y_a \\ ^{C}z_a \end{bmatrix} \mathbf{E} \begin{bmatrix} ^{C}x_b \\ ^{C}y_b \\ ^{C}z_b \end{bmatrix} = 0$$

基础矩阵**F**（Fundamental Matrix）：反映【空间一点**P**的像素点】在【不同视角摄像机】下【图像坐标系】中的表示之间的关系。

空间点 P 在摄像机 a 中的像素点在**图像坐标系**中的表示：$^{I}\mathbf{P}_a = \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ 1 \end{bmatrix}$

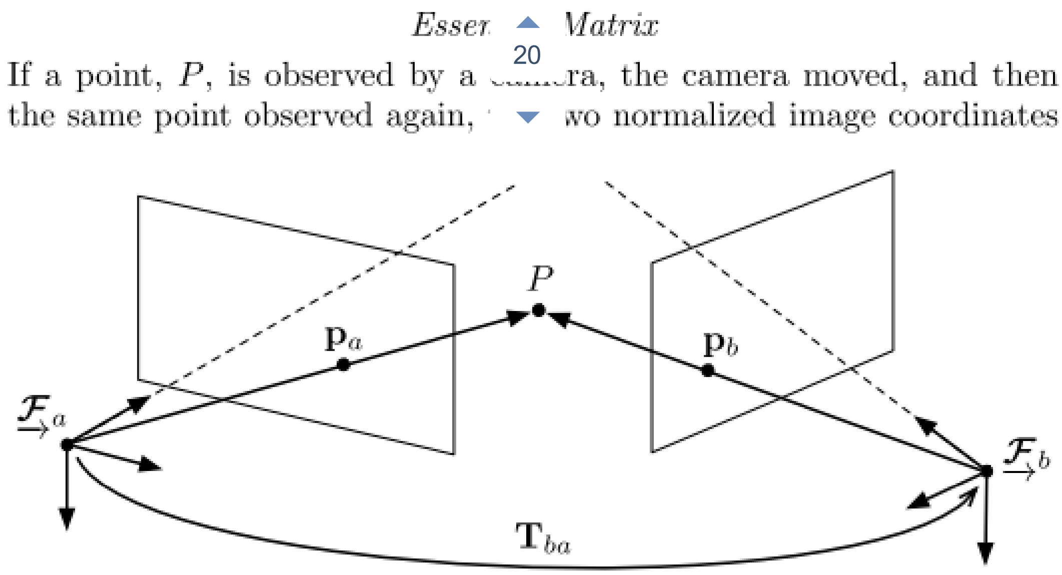
空间点 P 在摄像机 b 中的像素点在**图像坐标系**中的表示：$^{I}\mathbf{P}_a = \begin{bmatrix} u_b \\ v_b \\ 1 \end{bmatrix}$

$^{I}\mathbf{P}_a$ 和 $^{I}\mathbf{P}_b$ 的关系

$$^{I}\mathbf{P}_a \mathbf{F} \, ^{I}\mathbf{P}_b = \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{F} \begin{bmatrix} u_b \\ v_b \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

--推导过程分割线--

3、 推导过程



corresponding to the observations, $\mathbf{p}_a$ and $\mathbf{p}_b$, are related to one another through the following constraint:

$$\mathbf{p}_a^T \mathbf{E}_{ab} \mathbf{p}_b = 0, \tag{6.107}$$

where $\mathbf{E}_{ab}$ is called the *essential matrix* (of computer vision),

$$\mathbf{E}_{ab} = \mathbf{C}_{ba}^T \mathbf{r}_b^{ab\wedge} \tag{6.108}$$

and is related to the pose change of the camera,

$$\mathbf{T}_{ba} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ba} & \mathbf{r}_b^{ab} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}. \tag{6.109}$$

To see that the constraint is true, we let

$$\mathbf{p}_j = \frac{1}{z_j} \boldsymbol{\rho}_j, \quad \boldsymbol{\rho}_j = \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{bmatrix}, \tag{6.110}$$

for $j = a, b$. We also have

$$\boldsymbol{\rho}_a = \mathbf{C}_{ba}^T \left(\boldsymbol{\rho}_b - \mathbf{r}_b^{ab} \right), \tag{6.111}$$

for the change in coordinates of P due to the camera moving. Then, returning to the constraint we see

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_a^T \mathbf{E}_{ab} \mathbf{p}_b = \frac{1}{z_a z_b} \boldsymbol{\rho}_a^T \mathbf{E}_{ab} \boldsymbol{\rho}_b &= \frac{1}{z_a z_b} \left(\boldsymbol{\rho}_b - \mathbf{r}_b^{ab} \right)^T \underbrace{\mathbf{C}_{ba} \mathbf{C}_{ba}^T}_{\mathbf{1}} \mathbf{r}_b^{ab\wedge} \boldsymbol{\rho}_b \\ &= \frac{1}{z_a z_b} \Big(- \text{[illegible]} \, \mathbf{r}_b^{ab} - \underbrace{\mathbf{r}_b^{ab^T} \mathbf{r}_b^{ab\wedge}}_{\mathbf{0}} \boldsymbol{\rho}_b \Big) = 0. \end{aligned} \tag{6.112}$$

Fundamental Matrix

Similarly to the essential matrix constraint, there is a constraint that can be expressed between the homogeneous pixel coordinates of two observations of a point from different camera perspectives (and possibly even different cameras). Let

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{p}_i, \tag{6.114}$$

with $i = a, b$ for the pixel coordinates of two camera observations with different intrinsic parameter matrices. Then the following constraint holds:

$$\mathbf{q}_a^T \mathbf{F}_{ab} \mathbf{q}_b = 0, \tag{6.115}$$

where

$$\mathbf{F}_{ab} = \mathbf{K}_a^{-T} \mathbf{E}_{ab} \mathbf{K}_b^{-1}, \tag{6.116}$$

is called the *fundamental matrix* (of computer vision). It is fairly easy to see the constraint is true by substitution:

$$\mathbf{q}_a^T \mathbf{F}_{ab} \mathbf{q}_b = \mathbf{p}_b^T \underbrace{\mathbf{K}_a^T \mathbf{K}_a^{-T}}_{\mathbf{1}} \mathbf{E}_{ab} \underbrace{\mathbf{K}_b^{-1} \mathbf{K}_b}_{\mathbf{1}} \mathbf{p}_b = 0, \tag{6.117}$$

编辑于 2016-06-25 2 条评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 禁止转载

5

杨剑， 全景图像拼接、相机标定、三维重建、三维…

5 人赞同

简单的讲基础矩阵表示的是某个物体或场景各特征在不同的两张照片对应特征点图像坐标的关系；对这些图像坐标用照片对应相机内参数进行归一化得到归一化坐标，本质矩阵表示同一特征对应归一化坐标的关系，本质矩阵分解可得到两相机之间旋转矩阵和平移向量。二者联系：利用本质矩阵和相机内参数矩阵相乘可以得到基础矩阵。

发布于 2015-12-31 添加评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 禁止转载

0

黄芪

cse.psu.edu/~rtc12/CSE4... 这个系列讲得特别清楚。但是似乎不太符合题主的要求。

发布于 2015-04-27 添加评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

0

知乎用户， 教师，曾经的it民工，爱好编程，数学等。

p为极坐标形式的图像坐标，a_p_T * E_ab * b_p = 0;

q = K*p，K为摄像机内参数矩阵。a_q_T * F_ab * b_q = 0;

基本矩阵和本质矩阵的关系为 F_ab = K _a_-T * E_ab * K _b_-1

发布于 2016-04-01 添加评论 感谢 分享 收藏 • 没有帮助 • 举报 • 作者保留权利

我来回答这个问题

20

写回答…

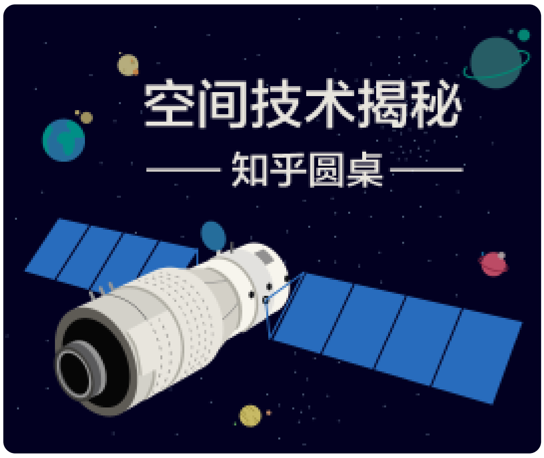
我要回答

注册

已有帐号？登录

下载知乎 App

关注问题 56 人关注该问题



相关问题 换一换

计算机视觉，计算机图形学和数字图像处理，三者之间的联系和区别是什么？ 31 个回答

20

可否通过编程为《秘密花园》填充出和谐的颜色？ 52 个回答

实验室原型到产品，距离、差距有多远？ 7 个回答

使用两张角度不同的静态图像合成连贯的动画，难度有多大？ 11 个回答

如何测算出任一副图片中的物体的实际尺寸？ 19 个回答