Лабораторная работа #2

1. Решить задачу в соответствии с номером варианта. Для решениея реализовать алгоритмы одномерной минимизации функции без производной: метод дихотомии, метод золотого сечения, метод Фиббоначи, метод парабол и комбинированный метод Брента.

2. Сравните методы по количеству итераций и количеству вычислений функции в зависимости от разной точности. Для каждого метода обязательно указывайте, как изменяется отрезок при переходе к следующей итерации.

3. Протестировать реализованные алгоритмы для задач минимизации многомодальных функций, например, на различных полиномах. Могут ли метод золотого сечения/Брента не найти локальный минимум многомодальной функции?

4. По результатам выполнения лабораторной работы необходимо подготовить отчет. Отчет должен содержать описание реализованных вами алгоритмов, ссылку на реализацию, необходимые тесты и таблицы.

5. Для защиты лабораторной работы необходимо знать описание методов на языке математики, пояснять полученные результаты, а также уметь обосновать разумность примененных Вами методов для данных функций.

Вариант 1

Горный хребет

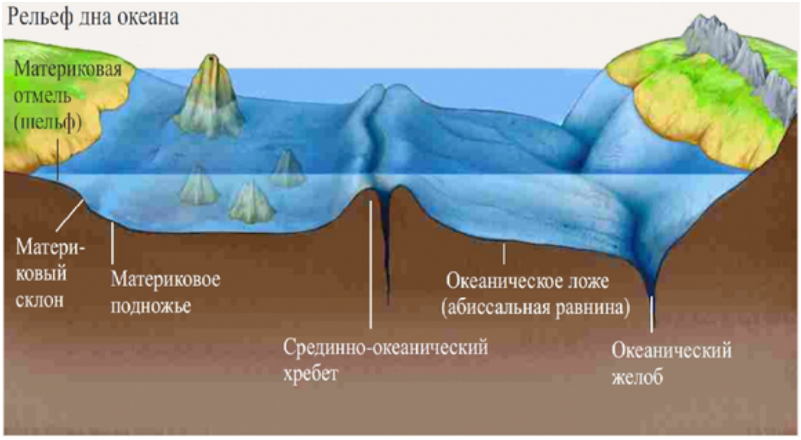
Геодезист, изучая профиль хребта некой горной системы пришел к выводу, что “в разрезе” его можно приближенно описать функцией, заданной на промежутке:

$$y(x) = \sin(x) \cdot x^3$$

По данной модели профиля хребта и промежутку, на которой этот профиль задан, найдите самую низкую точку рассматриваемого участка системы гор.

Вариант 2

Океаническое дно



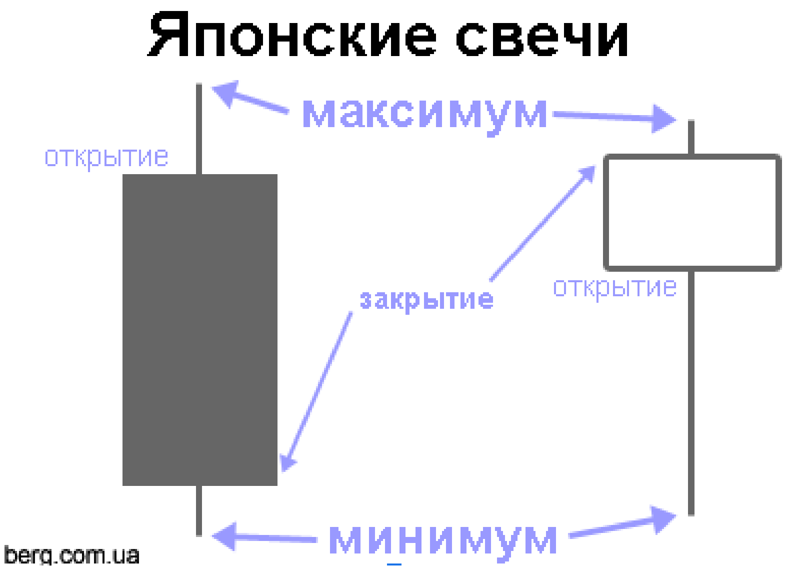
Исследовательская экспедиция на батискафе решила исследовать флору и фауну океанического желоба вблизи западного бережья Южной Америки. Ранее при помощи акустического профилирования была получена картина океанического дна на пути следования батискафа. Профиль дна описывается следующей функцией на заданном промежутке (в относительных единицах):

$$y(x) = \sin(x)x^3$$

. Для построения точного курса исследователям необходимо извлечь из этих данных координату самой глубокой точки. Именно она будет являться океаническим желобом, который они так жаждут исследовать.

Вариант 3

Биржевые котировки



Одним из наиболее важных показателей для анализа поведения биржи является минимальная цена акции за день. Этот показатель рассчитывается на различных периодах времени наравне с максимальной ценой акции за период, цене на начало и конец рассматриваемого периода, а также объемом продаж. Все вместе эти показатели образуют знакомый многим инструмент - японские свечи.

Предположим, что аналитик разработал магический алгоритм, предсказывающий поведение акции. Результатом работы алгоритма является участок функции, который отражает движение котировок на период следующей “свечи”:

$$y = \sin(x) - \ln x^2 - 1$$

По данному предсказанию определите момент времени (в условных единицах), в который вы могли бы совершить покупку акций по минимальной цене.

Вариант 4

Мы

Повествуя о талантливом инженере Д-503, Евгений Замятин не сильно погружался в технические детали строительства космического корабля “Интеграл”. Между тем, возможно именно с трудно решаемой задачи начались сомнения Д-503, а вовсе не от знакомства с I-330. Работы по строительству уже должны закончиться ради исполнения целей Единого государства, а одна проблема до сих пор не оставляла в покое бедного Д-503. В одной из частей Интеграла возникала слишком высокая диссипация кинетической энергии движущихся элементов. После многих дней теоретических выкладок он получил функцию:

$$y = \ln x^2 + 1 - \sin(x)$$

Она описывает величину диссипации энергии от относительной скорости слоев масла, снижающего трение соприкасающихся частей (здесь моя фантазия улетела далеко и надолго). Необходимо выяснить относительную скорость, дающую наиболее низкие потери энергии. Ведь по этому значению скорости Д-503 с легкостью сможет определить конкретную смазывающую жидкость, необходимую для достижения данной цели.

Вариант 5

Разделение моря

«И простер Моисей руку свою на море, и гнал Господь море сильным восточным ветром всю ночь и сделал море сушею, и расступились воды. И пошли сыны Израилевы среди моря по суше: воды же были им стеною по правую и по левую сторону». Моисеевой рукой раздвинулись воды, и для его спутников со стороны берега море описывалось следующей функцией:

$$y(x) = e^{\sin(x)} \cdot x^2$$

Чтобы успешно пересечь море, необходимо найти наиболее низкую точку расступившихся волн, чтобы выйти максимально сухим из воды.

Вариант 6

Радиация

Весьма неприятно оказываться в ситуации, где ты со всех сторон окружен радиацией. Наверное не хотелось бы оставаться в ней долго. Именно так и подумал обычный инженер с дозиметром в руках после аварии на АЭС, где он работал до этого несчастного случая. Чтобы понять куда ему дальше двигаться и поскорее убраться от источника излучения, он решил сделать замеры направленного эквивалента дозы вокруг себя. Инженер он был опытный, и в его голове сразу возникла модельная функция этой величины от угла его первоначального направления движения:

$$y(x) = \sin(x) \cdot x^2$$

Ему нужно быстро сообразить в каком направлении двигаться наиболее безопасно.

Вариант 7

Мюонный детектор

Что только не прилетает на Землю из космоса. Динозаврам уж точно было известно. Пока что падение крупного метеорита нам не угрожает, но поизучать подарки космоса все равно бывает интересно. Особенно, если это можно сделать практически в домашних условиях! Однажды один увлеченный студент-физик решил, что хочет собрать свой мюонный детектор. Google ему подсказал, что это сделать вполне реально даже в домашних условиях, а уж всякие фотодатчики и ардуионо он легко смог найти. Сделал он его и решил изучить, с какого направления в плоскости горизонта идет минимальное количество мюонов. Он проделал тысячи измерений и все они практически идеально легли на кривую:

$$y(x) = e^{-x^2} \cdot x^2 + (1 - e{-}x^2) \cdot \sin(x)$$

Она описывает среднюю мощность излучения Вавилова-Черенкова (в относительных единицах), которое образуется в результате попадания мюона в жидкость в зависимости от угла, отсчитываемого от севера против часовой стрелки. Определите направление минимальной интенсивности мюонного излучения.

Вариант 8

Дороги

Как известно, в России две проблемы. Одну из них, дороги, можно хотя бы попытаться решить. И даже нужно, с учетом количества аварий на участке трассы, пролегающим в области N. Однако строить и ремонтировать дороги оказывается слишком затратно. Да и зачем решать проблемы напрямую. В связи с этим специальный комитет решил, что нужно исследовать вопрос освещенности дорог этого участка и поставить освещение на наиболее темных участках дороги. Транспортное средство, оборудованное устройством определения уровня освещенности, получило следующие данные:

$$y(x) = ln(x) \cdot sin(x) \cdot x^2$$

Определите положение, в котором нужно установить дополнительное освещение вдоль участка трассы.

Вариант 9

Климат

Пожилая пара математиков вышла на пенсию и решила поехать в отпуск в тропики. Однако годы, проведенные друг с другом и цифрами, дают о себе знать. Чтобы понять, в какое время года лучше всего ехать и не попасть в сезон дождей, они решили исследовать климатические условия в месте своего отдыха. В интернете они нашли кривую, показывающую среднее количество осадков в течение года:

$$y(x) = e^{\sin(x)\cdot\ln(x)}$$

В какой момент (на относительной шкале времени) пожилой паре лучше всего быть в отпуске?

Вариант 10

Риски

Предприимчивый бизнесмен затеял очередную авантюру, но решил подойти к этому вопросу системно и учесть все риски. Он исследовал риск от всех возможных предсказуемых факторов. Один из этих факторов, выраженный непрерывной величиной, дал наиболее интересную зависимость риска:

$$y(x) = \sin(0.5 \cdot \ln(x) \cdot x) + 1$$

Определите значение этого фактора, при котором авантюра бизнесмена будет наименее рискованной.