

## Лабораторная работа # 4

### Методы решения СЛАУ

Предполагаемый язык выполнения лабораторных работ Python 3. Лабораторные работы выполняются студентами индивидуально или в группах по 2-3 человека (по желанию). По результатам выполнения лабораторной работы необходимо подготовить отчет. Отчет должен содержать описание реализованных вами алгоритмов, ссылку на реализацию, необходимые тесты и таблицы.

#### Постановка задачи

1. Реализовать метод Гаусса с выбором ведущего элемента для решения СЛАУ.
2. Реализовать алгоритм  $LU$ -разложения с использованием разреженно-строчного (разреженно-столбцового) формата хранения матрицы, а также метод решения СЛАУ с использованием  $LU$ -разложения.
3. Реализовать итерационный метод решения СЛАУ (метод Зейделя, Якоби или верхней релаксации на выбор).
4. Провести исследование реализованных методов на системах с матрицами  $A^{(k)}$ , число обусловленности которых регулируется за счет изменения диагонального преобладания. Внедиагональные элементы матрицы  $A^{(k)}$  выбираются случайным образом из множества

$$a_{ij} \in \{0, -1, -2, -3, -4\},$$

а диагональные элементы определяются из условия

$$a_{ii} = \begin{cases} -\sum_{i \neq j} a_{ij} & \text{if } i > 1 \\ -\sum_{i \neq j} a_{ij} + 10^{-k} & \text{if } i = 1, \end{cases}$$

где сумма вычисляется *только по строке*.

Для исследования работы методов рекомендуется решать СЛАУ вида:

$$A^{(k)}x^k = F^k$$

где для определения правой части  $F^k$  рассматривается вектор  $x^k = (1, 2, \dots, n)^T$ , что позволяет в дальнейшем сравнивать точное и приближенное решение.

5. Оценить зависимость числа обусловленности и точности полученного решения в зависимости от параметра  $k$ .
6. Провести аналогичные исследования на матрицах Гильберта, которые строятся согласно формуле

$$a_{ij} = \frac{1}{i + j - 1}, \quad i, j = 1, \dots, n$$

где  $n$  - размерность матрицы.

7. Сравнить между собой прямые и итерационные методы по эффективности методов в зависимости от размеров  $n$  матрицы:

$$n \in \{10, 50, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5\}$$

### Критерии оценивания

1. Работоспособность и качество кода.
2. Полнота отчета: наличие постановки задачи, описания методов, промежуточных выводов, результатов, а также графиков и таблиц, которые их демонстрируют.
3. Анализ результатов, преимуществ и ограничений методов.

Каждый критерий оценивается максимально в 5 баллов.

Итого максимальный балл за лабораторную работу: 15 баллов.