

Лабораторная работа # 3

Методы спуска

Предполагаемый язык выполнения лабораторных работ Python 3. Лабораторные работы выполняются студентами индивидуально или в группах по 2-3 человека (по желанию). По результатам выполнения лабораторной работы необходимо подготовить отчет. Отчет должен содержать описание реализованных вами алгоритмов, ссылку на реализацию, необходимые тесты и таблицы.

Постановка задачи

1. Реализуйте градиентный спуск с постоянным шагом.
2. Реализуйте алгоритм спуска с дроблением шага, используя условие Армихо.
3. Реализуйте метод наискорейшего спуска (для этого выберите произвольный метод одномерной оптимизации).
4. Реализуйте метод сопряженных градиентов.
5. Проанализируйте траектории предложенных алгоритмов на примере квадратичных функций. Для этого придумайте две-три квадратичные функции от двух переменных, на которых работа методов будет отличаться.
6. Для каждой функции:
 - (a) исследуйте сходимость градиентного спуска с постоянным шагом, сравните полученные результаты для выбранных функций;
 - (b) сравните эффективность методов с точки зрения количества вычислений минимизируемой функции и ее градиентов;
 - (c) исследуйте работу методов в зависимости от выбора начальной точки;
 - (d) в каждом случае нарисуйте графики с линиями уровня и траекториями методов;
7. Реализуйте генератор случайных квадратичных функций n переменных с числом обусловленности k .
8. Исследуйте зависимость числа итераций $T(n, k)$, необходимых градиентному спуску для сходимости в зависимости от размерности пространства $2 \leq n \leq 10^3$ и числа обусловленности оптимизируемой функции $1 \leq k \leq 10^3$.
9. По возможности для получения более корректных результатов проведите множественный эксперимент и усредните полученные значения относительно числа итераций.

Важно: для избежания потерь точности, используйте аналитически вычисленный градиент, а не его аппроксимации при помощи конечных разностей.

Критерии оценивания

1. Работоспособность и качество кода.
2. Полнота отчета: наличие постановки задачи, описания методов, промежуточных выводов, результатов, а также графиков и таблиц, которые их демонстрируют.
3. Анализ результатов, преимуществ и ограничений методов.

Каждый критерий оценивается максимально в 5 баллов.

Итого максимальный балл за лабораторную работу: 15 баллов.