# تابع آگاهانه و اثبات ویژگی های آن

علی نخعی شریف – ۹۷۲۲۷۶۲۴۳۹

تابع ابتکاری ای (heuristic) که برای جست و جو های آگاهانه انتخاب شده، به این صورت است که با راحت کردن (relax) مسئله، خانه های راهزن، حیوان وحشی و صندوقچه را در نظر نمیگیرد و مسیر باقی مانده از گرهٔ فعلی تا هدف را فقط با در نظر گرفتن خانه های باتلاق و پل، با استفاده از BFS بدست می‌آورد. دلیل استفاده از BFS این است که همواره کوتاه ترین و بهینه ترین مسیر (هزینه اعمال یکسان است) را به عنوان خروجی تولید میکند.

## قابل قبول بودن (Admissible) :

از آنجایی که تابع ابتکاری ما با ریلکس کردن مسئله بدست آمده است، بنابراین حتما یک تابع قابل قبول خواهد بود. چون ما یکی از محدودیت های مسئله را به طور کلی حذف کرده ایم؛ بنابراین جوابی که تابع به ما میدهد، همواره کمتر از مقدار واقعی مسیر خواهد بود و با اضافه کردن خانه های راهزن و حیوان وحشی، ممکن است مسیر ما طولانی تر شود، اما هیچگاه مسیر واقعی کوتاه تر از خروجی تابع ابتکاری نمیشود.

## سازگار بودن (Consistency) :

با توجه به مدل‌سازی مسئله، هزینهٔ تمام اعمال برابر با ۱ است. یعنی $c(n,a,n')$ برای هر عملی مانند $a$ که ما را از گرهٔ $n$ به $n'$ میرساند برابر با ۱ است. برای اثبات سازگاری کافی است نشان دهیم: $h(n) \le c(n,a,n') + h(n')$

برای اثبات این عبارت، فرض میکنیم $H(n)$ لیست تمام گره هایی است که برای رسیدن از گرهٔ $n$ به هدف، از آن ها رد میشویم. میدانیم با انتخاب هر عمل، به یک گرهٔ جدید مانند $n'$ میرسیم. اکنون دو حالت ممکن است پیش بیاید. یا این گرهٔ جدید در $H(n)$ وجود داشته که این یعنی عملی که انتخاب کردیم، ما را به وضعیت هدف نزدیک تر کرده است. در این حالت، از آنجایی که ما فقط یک عمل انجام داده ایم و دقیقا یک خانه به هدف نزدیک تر شدیم؛ بنابراین همواره داریم: $h(n') = h(n) - 1$
همانطور که گفته شد، هزینهٔ تمام اعمال برابر با ۱ است. یعنی اگر عمل $a$ همان عملی باشد که ما را از گرهٔ $n$ به $n'$ میرساند، آنگاه رابطهٔ $h(n) \le c(n,a,n') + h(n')$ برقرار است.

حالت دوم، حالتی است که عملی که انجام میدهیم، ما را به گره ای مانند $n''$ میرساند که این گره در $H(n)$ وجود نداشته است. در این حالت در واقع ما از حالت هدف دور شده ایم. همچنین از آنجایی که $h(n)$ طول کوتاه ترین مسیر از گرهٔ $n$ به حالت هدف است(چون از BFS استفاده میشود)، پس همواره $h(n) \le h(n'') - 1$ است. (اگر این چنین نبود، $n''$ در $H(n)$ وجود داشت).

بنابراین عملی که ما انجام دادیم، ما را از هدف دور تر کرده و همچنین نمیتوانیم از گرهٔ $n''$ با مسیر کوتاه تری به هدف برسیم و باید این عمل اشتباه را جبران کنیم و حداقل یک حرکت اضافه تر انجام دهیم. بنابراین در این حالت همواره $h(n) < h(n'')$ است و به وضوح میتوان نشان داد که رابطهٔ $h(n) \le c(n,a,n'') + h(n'')$ در این حالت هم برقرار است.