

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №2
з курсу “Дискретна математика ”

Виконала:
ст.гр. КН-110
Ямнюк Аліна
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Тема: ”Моделювання основних операцій для числових множин”

Мета роботи:

Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості:

2.1. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина A є **підмножиною** множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S .

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають **власною (строгою, істинною) підмножиною** S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення).

Дві множини A та S називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках).

Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини A і позначають $P(A)$.

Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$.

Множина, яка не має жодного елемента, називається **порожньою** і позначається \emptyset .

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Множина всіх підмножин множини A називається **булеаном** і позначається $P(A)$. Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається $|A|$. Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Варіант № 16

Завдання 1:

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{1,3,8,9,10\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $\overline{A \cap B} \setminus C$; б) $(A \setminus B) \Delta C$.

а) $\overline{A \cap B} \setminus C$

$$A \cap B = \{5,6,7\} ; \{0000111000\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{1,2,3,4,8,9,10\} ; \{1111000111\}$$

$$\overline{A \cap B} \setminus C = \{4\} ; \{0001000000\}$$

б) $(A \setminus B) \Delta C$

$$A \setminus B = \{1,2,3,4\} ; \{1111000000\}$$

$$(A \setminus B) \Delta C = \{4,8,9,10\} ; \{0001000111\}$$

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C$. Знайти його потужність.

$$\overline{B} = \{1,2,3,4\}$$

$$\overline{B} \setminus C = \{4\}$$

$$(\overline{B} \setminus C) \cup B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$$

$$((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C = \{8,9,10\}$$

$$|((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C| = 3$$

$$|P((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C| = 2^3 = 8$$

$$P((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C = \{ \emptyset, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{8,9\}, \{8,10\}, \{9,10\}, \{8,9,10\} \}$$

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z –

множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірної твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{4\} \subset \{2,4,6,8\}$;

б) $Z \cap R = R$;

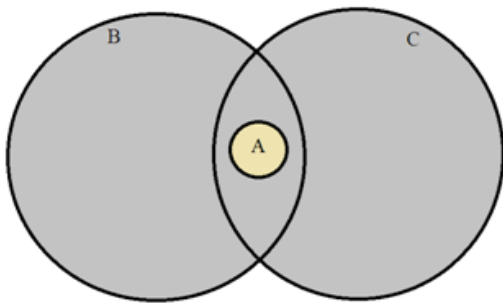
в) $N \cup Q \subset R \cap Z$;

г) $N \cap Q \subset Q \setminus Z$;

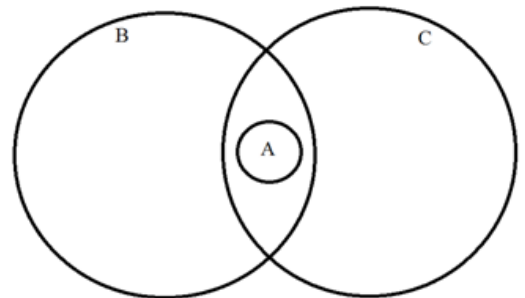
д) якщо $A \subset B \cup C$, то $A \cap \overline{B} \subset C$.

- а) $\{4\} \subset \{2,4,6,8\}$ – твердження вірне, бо множина $\{4\}$ є власною підмножиною $\{2,4,6,8\}$;
- б) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$ – твердження невірне, бо перетин множин \mathbb{Z} і \mathbb{R} є цілими числами, які є підмножиною дійсних чисел, однак не дорівнюють їм.
- в) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \cap \mathbb{Z}$ – твердження невірне, бо об'єднання множин \mathbb{N} і \mathbb{Q} чисел не є множиною цілих чисел, тобто перетином множин \mathbb{R} і \mathbb{Z} .
- г) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} \subset \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ – твердження невірне, бо перетин множин \mathbb{N} і \mathbb{Q} чисел є множиною натуральних чисел, а $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ є множиною раціональних нецілих чисел.
- д) якщо $A \subset B \cup C$, то $A \cap \bar{B} \subset C$. Розглянемо декілька варіантів:

1.

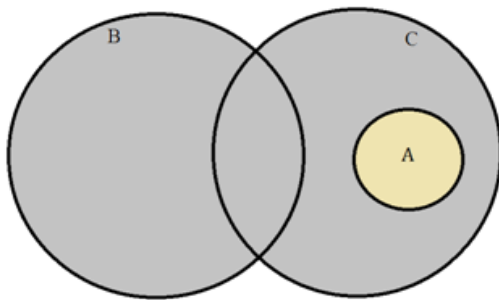


$$A \subset B \cup C$$

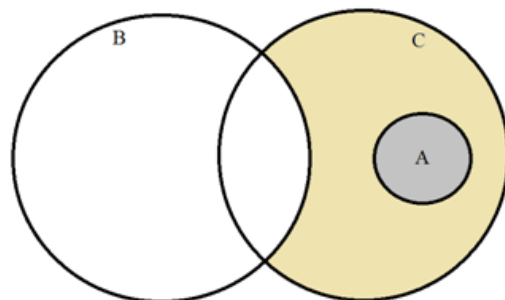


A і \bar{B} не перетинаються, тому не може належати C . Отже, твердження невірне.

2.



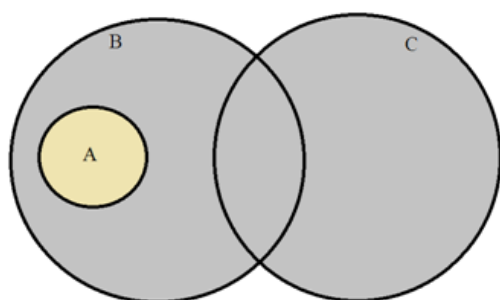
$$A \subset B \cup C$$



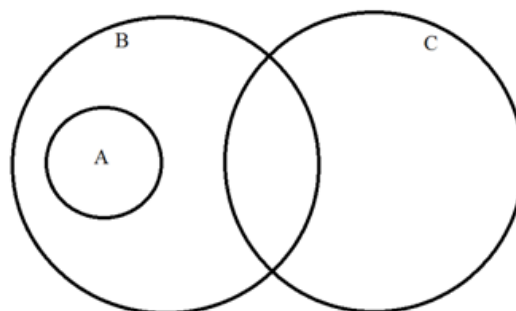
$$A \cap \bar{B} \subset C$$

Отже твердження вірне.

3.



$$A \subset B \cup C$$



A і \bar{B} не перетинаються, тому не може належати C . Отже, твердження невірне

Якщо за визначенням $\exists a \in B \ \& \ \exists a \in C$, отже $A \cap \bar{B}$, $\exists a \in A \ \& \ \exists a \notin B$, тільки за визначенням строгого включення $\exists a \in C$

4. Логічним методом довести тотожність:

$$\overline{A \setminus C} \cup \overline{C \setminus B} = U$$

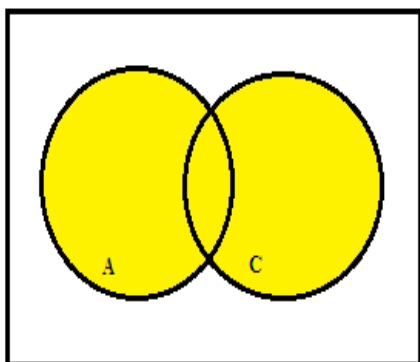
Для доведення скористаємось законами алгебри множин.

$$\begin{aligned} \overline{A \setminus C} \cup \overline{C \setminus B} &= \overline{A \cap \bar{C}} \cup \overline{C \cap \bar{B}} = (\bar{A} \cup C) \cup (\bar{C} \cup B) = (\bar{A} \cup B) \cup (C \cup \bar{C}) = \\ &= \bar{A} \cup B \cup U = \bar{A} \cup U \cup B = U \cup B = U \end{aligned}$$

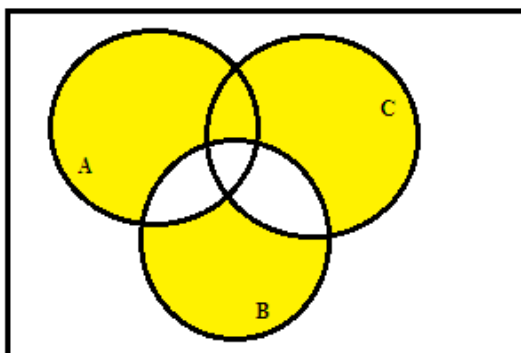
Тотожність доведено.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину $((A \cup C) \Delta B) \setminus A \Delta B$

$A \cup C$:

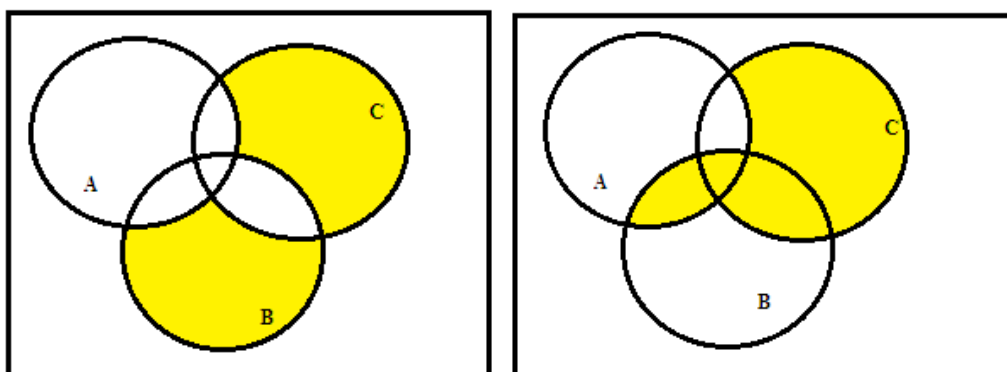


$(A \cup C) \Delta B$:

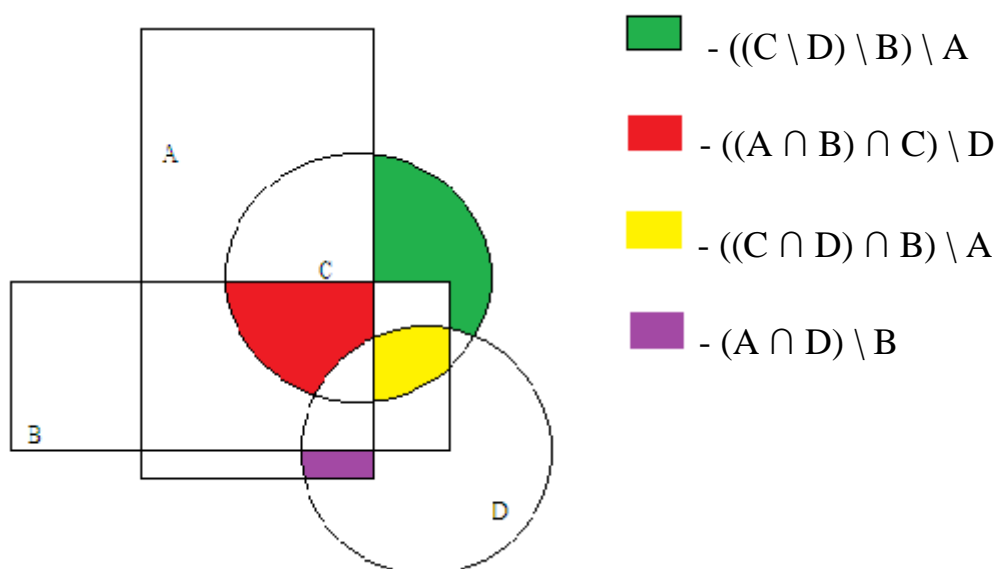


$(A \cup C) \Delta B \setminus A$:

$((A \cup C) \Delta B) \setminus A \Delta B$:



6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(C \setminus (A \cap B)) \cup B$.

$$\begin{aligned}
 (C \setminus (A \cap B)) \cup B &= (C \cap (\overline{A \cap B})) \cup B = (C \cap (\bar{A} \cup \bar{B})) \cup B = ((C \cap \bar{A}) \cup (C \cap \bar{B})) \cup B = (B \cup (C \cap \bar{B})) \cup (C \cap \bar{A}) = ((B \cup C) \cap (B \cup \bar{B})) \cup (C \cap \bar{A}) = \\
 &= ((B \cup C) \cap U) \cup (C \cap \bar{A}) = (B \cup C) \cup (C \cap \bar{A}) = (C \cup (C \cap \bar{A})) \cup B = \\
 &= (C \cup (\bar{A} \cap C)) \cup B = C \cup B
 \end{aligned}$$

8. У групі 15 студентів добре знають математику, 11 – програмування і 8 – і математику, і програмування. Скільки студентів на курсі добре знають лише один предмет?

$$|A| = 15$$

$$|B| = 11$$

$$|A \cap B| = 8$$

$$|A \Delta B| = ?$$

$$|A \Delta B| = |A \cup B| - |A \cap B|$$

$$|A \cup B| = 15 + 11 - 8 = 18$$

$$|A \Delta B| = 18 - 8 = 10$$

Відповідь: 10 студентів на курсі добре знають лише один предмет.

Завдання 2:

Програма:

Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операцію об'єднання над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Програмно реалізувати побудову булеану цієї множини..

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <cs50.h>
```

```
#include <string.h>
```

```
#include <math.h>
```

```
int main ()
```

```
{
```

```
char U[10]= "abcdefghij"; //універсум
```

```
//задання розміру масиву
```

```
int n;
```

```
do
```

```
{
```

```
printf ("Choose size of array 1 (<10): ");
```

```
n=GetInt();
```

```
if (n<0 || n>10)
```

```
printf ("size must be <10\n");
```

```
}
```

```
while (n<0 || n>10);
```

```
int a[n];
```

```
//введення елементів масиву
```

```
printf ("Give me %d characters :\n",n);
```

```
for(int i=0; i<n; i++)
```

```
{
```

```
do
```

```

{
printf ("a[%d]=", i);
a[i]=GetChar();
if ((a[i]<=' ' || a[i]>='k')) printf ("try again\n");
}
while (a[i]<=' ' || a[i]>='k');
}
//вивід масиву на екран
printf ("Your array 1 : ");
for( int i=0; i<n; i++)
{
printf ("%c ",a[i]);
}
//задання розміру масиву
int m;
do
{
printf ("\nChoose size of array 1 (<10): ");
m=GetInt();
if (m<0 || m>10)
printf ("size must be <10\n");
}
while (m<0 || m>10);
int b[m];
//введення елементів масиву
printf ("Give me %d numbers :\n",m);
for(int i=0; i<m; i++)
{
do
{
printf ("a[%d]=", i);
b[i]=GetChar();
if ((b[i]<=' ' || b[i]>='k')) printf ("try again\n");
}
while (b[i]<=' ' || b[i]>='k');
}
//вивід масиву на екран
printf ("Your array 2 : ");
for( int i=0; i<m; i++)
{
printf ("%c ",b[i]);
}
int c[10];
int k=0;
//перетворення масиву в бінарну форму
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (a[k]==U[i])
{
c[i]=1;
k++;
}
}

```



```

else if (a[k]!=U[i])
{
c[i]=0;
}
}
//вивід елементів у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("\na[%d]=%d",i,c[i]);
}
printf ("\nBinary form of array 1 : ");
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("%d" , c[i]);
}
printf ("\n");

int d[10];
int j=0;
//перетворення масиву в бінарну форму
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (b[j]==U[i])
{
d[i]=1;
j++;
}
else if (b[j]!=U[i])
{
d[i]=0;
}
}
//вивід елементів у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("\na[%d]=%d",i,d[i]);
}
printf ("\nBinary form of array 2 : ");
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("%d" , d[i]);
}
printf ("\n");

int w[10];
//об'єднання множин у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (c[i]==1 && d[i]==0)
{
w[i]=1;
}
}

```

```

else if (c[i]==0 && d[i]==1)
w[i]=1;
else if (c[i]==1 && d[i]==1)
w[i]=1;
else if (c[i]==0 && d[i]==0)
w[i]=0;
}
//вивід на екран бінарного об'єднання множин
printf ("\nBinary association of arrays 1 and 2 : ");
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("%d",w[i]);
}
printf ("\n");

int p=0;
int s[p];
//перетворення бінарної форми в нормальну
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (w[i]==1)
{
s[p]=U[i];
p++;
}
}
//вивід нормальної форми
printf ("\nNumerical association of arrays 1 and 2 : ");
for (int i=0; i<p; i++)
{
printf ("%c ",s[i]);
}
printf ("\n");
int l = pow(2, p);
for (int i = 0; i < l; i++)
{
printf ("{ ");
for (int k = 0; k < p; k++)
{
if (i & (1 << k))
{
printf ("%c ", s[k]);
}
}
printf("}\n");
}
return 0;
}

```

Результат роботи програми:

```
jharvard@appliance (~): ./d2
Choose size of array 1 (<10): 2
Give me 2 characters :
a[0]=a
a[1]=b
Your array 1 : a b
Choose size of array 1 (<10): 3
Give me 3 numbers :
a[0]=e
a[1]=h
a[2]=g
Your array 2 : e h g
a[0]=1
a[1]=1
a[2]=0
a[3]=0
a[4]=0
a[5]=0
a[6]=0
a[7]=0
a[8]=0
a[9]=0
Binary form of array 1 : 1100000000
```

```
a[0]=0
a[1]=0
a[2]=0
a[3]=0
a[4]=1
a[5]=0
a[6]=0
a[7]=1
a[8]=0
a[9]=0
Binary form of array 2 : 0000100100

Binary association of arrays 1 and 2 : 1100100100

Numerical association of arrays 1 and 2 : a b e h
{ }
{ a }
{ b }
{ a b }
{ e }
{ a e }
{ b e }
{ a b e }
```

```
{ h }  
{ a h }  
{ b h }  
{ a b h }  
{ e h }  
{ a e h }  
{ b e h }  
{ a b e h }  
jharvard@appliance (~):
```

Висновки:

Я ознайомила на практиці із основними поняттями теорії множин, навчилася будувати діаграми Ейлера-Венна для операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїла принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.