

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №2
з курсу “Дискретна математика ”

Виконала:
ст.гр. КН-110
Ямнюк Аліна
Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Тема: ”Моделювання основних операцій для числових множин”

Мета роботи:

Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості:

2.1. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина A є **підмножиною** множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S .

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають **власною (строгою, істинною) підмножиною** S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення).

Дві множини A та S називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках).

Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини A і позначають $P(A)$.

Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$.

Множина, яка не має жодного елемента, називається **порожньою** і позначається \emptyset .

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Множина всіх підмножин множини A називається **булеаном** і позначається $P(A)$. Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається A . Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Варіант № 16

Завдання 1:

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{1,3,8,9,10\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $\overline{A \cap B} \setminus C$; б) $(A \setminus B) \Delta C$.

а) $\overline{A \cap B} \setminus C$

$$A \cap B = \{5,6,7\} ; \{0000111000\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{1,2,3,4,8,9,10\} ; \{1111000111\}$$

$$\overline{A \cap B} \setminus C = \{4\} ; \{0001000000\}$$

б) $(A \setminus B) \Delta C$

$$A \setminus B = \{1,2,3,4\} ; \{1111000000\}$$

$$(A \setminus B) \Delta C = \{4,8,9,10\} ; \{0001000111\}$$

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C$. Знайти його потужність.

$$\overline{B} = \{1,2,3,4\}$$

$$\overline{B} \setminus C = \{4\}$$

$$(\overline{B} \setminus C) \cup B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$$

$$((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C = \{8,9,10\}$$

$$|((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C| = 3$$

$$|P((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C| = 2^3 = 8$$

$$P((\overline{B} \setminus C) \cup B) \cap C = \{ \emptyset, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{8,9\}, \{8,10\}, \{9,10\}, \{8,9,10\} \}$$

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z –

множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A , B , C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{4\} \subset \{2,4,6,8\}$;

б) $Z \cap R = R$;

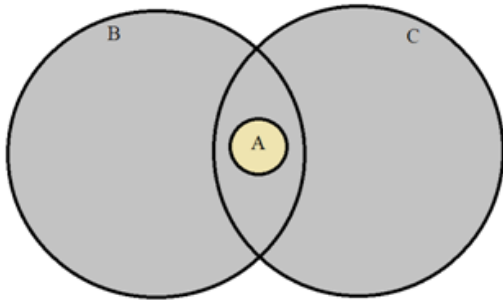
в) $N \cup Q \subset R \cap Z$;

г) $N \cap Q \subset Q \setminus Z$;

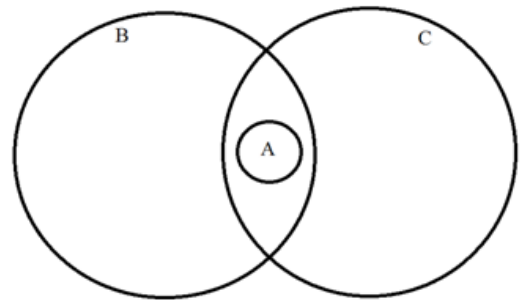
д) якщо $A \subset B \cup C$, то $A \cap \overline{B} \subset C$.

- а) $\{4\} \subset \{2,4,6,8\}$ – твердження вірне, бо множина $\{4\}$ є власною підмножиною $\{2,4,6,8\}$;
- б) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$ – твердження невірне, бо перетин множин \mathbb{Z} і \mathbb{R} є цілими числами, які є підмножиною дійсних чисел, однак не дорівнюють їм.
- в) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \cap \mathbb{Z}$ – твердження невірне, бо об'єднання множин \mathbb{N} і \mathbb{Q} чисел не є множиною цілих чисел, тобто перетином множин \mathbb{R} і \mathbb{Z} .
- г) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Q} \subset \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ – твердження невірне, бо перетин множин \mathbb{N} і \mathbb{Q} чисел є множиною натуральних чисел, а $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ є множиною раціональних нецілих чисел.
- д) якщо $A \subset B \cup C$, то $A \cap \bar{B} \subset C$. Розглянемо декілька варіантів:

1.

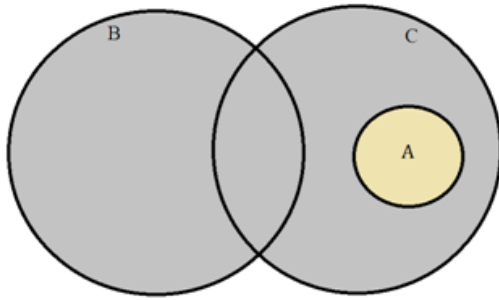


$$A \subset B \cup C$$

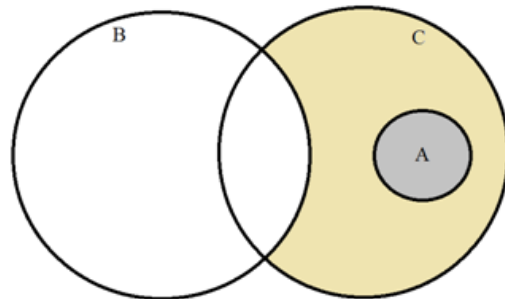


A і \bar{B} не перетинаються, тому не може належати C . Отже, твердження невірне.

2.



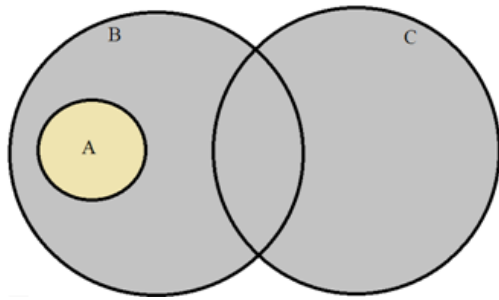
$$A \subset B \cup C$$



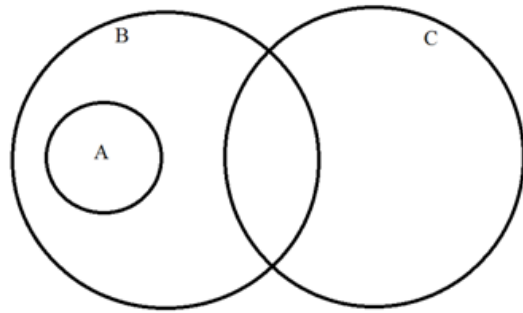
$$A \cap \bar{B} \subset C$$

Отже твердження вірне.

3.



$$A \subset B \cup C$$



A і \bar{B} не перетинаються, тому не може належати C . Отже, твердження невірне

Якщо за визначенням $\exists a \in B$ & $\exists a \in C$, отже $A \cap \bar{B}$,
 $\exists a \in A$ & $\exists a$ ВСТАВИТИ НЕ $\in B$, тільки за визначенням строгого включення
 $\exists a \in C$

4. Логічним методом довести тотожність:

$$\overline{A \setminus C} \cup \overline{C \setminus B} = U$$

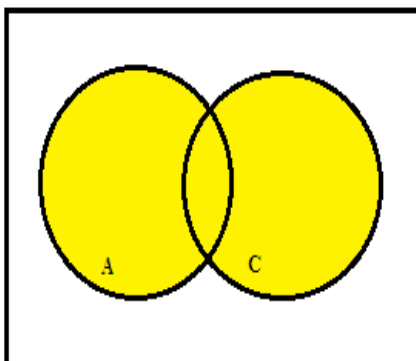
Для доведення скористаємось законами алгебри множин.

$$\begin{aligned} \overline{A \setminus C} \cup \overline{C \setminus B} &= \overline{A \cap \bar{C}} \cup \overline{\bar{C} \cap B} = (\bar{A} \cup C) \cup (\bar{C} \cup \bar{B}) = (\bar{A} \cup B) \cup (C \cup \bar{C}) = \\ &= \bar{A} \cup B \cup U = \bar{A} \cup U \cup B = U \cup B = U \end{aligned}$$

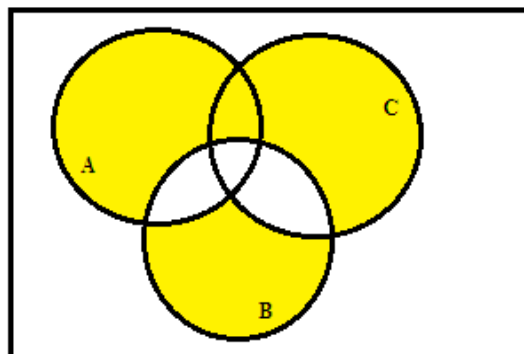
Тотожність доведено.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину $((A \cup C) \Delta B) \setminus A \Delta B$

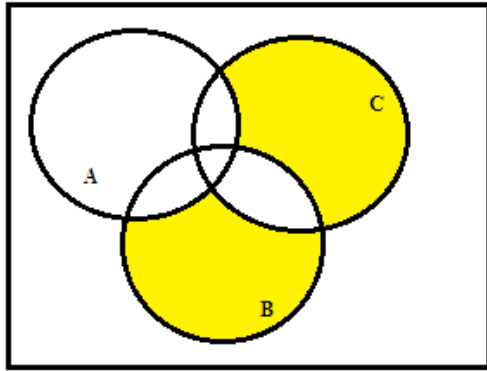
$A \cup C$:



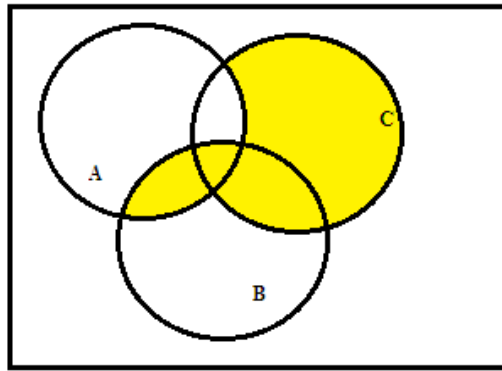
$(A \cup C) \Delta B$:



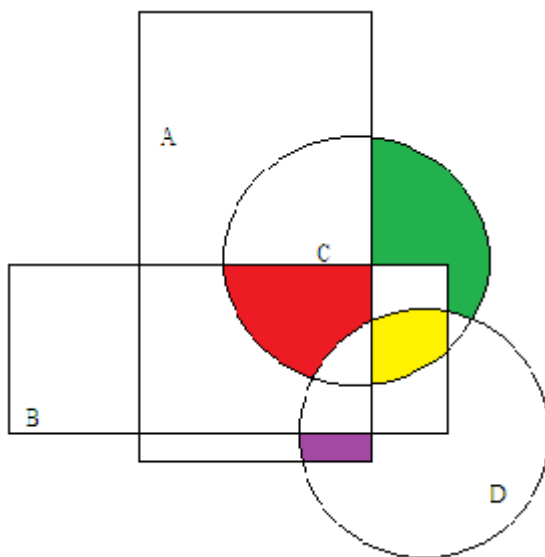
$$(A \cup C) \Delta B \setminus A:$$



$$(((A \cup C) \Delta B) \setminus A) \Delta B:$$



6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



- $((C \setminus D) \setminus B) \setminus A$
- $((A \cap B) \cap C) \setminus D$
- $((C \cap D) \cap B) \setminus A$
- $(A \cap D) \setminus B$

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(C \setminus (A \cap B)) \cup B$.

$$\begin{aligned} (C \setminus (A \cap B)) \cup B &= (C \cap (\overline{A \cap B})) \cup B = (C \cap (\bar{A} \cup \bar{B})) \cup B = ((C \cap \bar{A}) \cup (C \cap \bar{B})) \cup B = (B \cup (C \cap \bar{B})) \cup (C \cap \bar{A}) = ((B \cup C) \cap (B \cup \bar{B})) \cup (C \cap \bar{A}) = \\ &= ((B \cup C) \cap U) \cup (C \cap \bar{A}) = (B \cup C) \cup (C \cap \bar{A}) = (C \cup (C \cap \bar{A})) \cup B = \\ &= (C \cup (\bar{A} \cap C)) \cup B = C \cup B \end{aligned}$$

8. У групі 15 студентів добре знають математику, 11 – програмування і 8 – і математику, і програмування. Скільки студентів на курсі добре знають лише один предмет?

$$|A| = 15$$

$$|B| = 11$$

$$|A \cap B| = 8$$

$$|A \Delta B| - ?$$

$$|A \Delta B| = |A \cup B| - |A \cap B|$$

$$|A \cup B| = 15 + 11 - 8 = 18$$

$$|A \Delta B| = 18 - 8 = 10$$

Відповідь: 10 студентів на курсі добре знають лише один предмет.

Завдання 2:

Програма:

Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операцію об'єднання над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Програмно реалізувати побудову булеану цієї множини..

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <cs50.h>
```

```
#include <string.h>
```

```
#include <math.h>
```

```
int main ()
```

```
{
```

```
char U[10]= "abcdefghij"; //універсум
```

```
//задання розміру масиву
```

```
int n;
```

```
do
```

```
{
```

```
printf ("Choose size of array 1 (<10): ");
```

```
n=GetInt();
```

```
if (n<0 || n>10)
```

```
printf ("size must be <10\n");
```

```
}
```

```
while (n<0 || n>10);
```

```
int a[n];
```

```
//введення елементів масиву
```

```
printf ("Give me %d characters :\n",n);
```

```

for(int i=0; i<n; i++)
{
do
{
printf ("a[%d]=", i);
a[i]=GetChar();
if ((a[i]<=' ' || a[i]>='k')) printf ("try again\n");
}
while (a[i]<=' ' || a[i]>='k');
}
//вивід масиву на екран
printf ("Your array 1 : ");
for( int i=0; i<n; i++)
{
printf ("%c ",a[i]);
}
//задання розміру масиву
int m;
do
{
printf ("\nChoose size of array 1 (<10): ");
m=GetInt();
if (m<0 || m>10)
printf ("size must be <10\n");
}
while (m<0 || m>10);
int b[m];
//введення елементів масиву
printf ("Give me %d numbers :\n",m);
for(int i=0; i<m; i++)
{
do
{
printf ("a[%d]=", i);
b[i]=GetChar();
if ((b[i]<=' ' || b[i]>='k')) printf ("try again\n");
}
while (b[i]<=' ' || b[i]>='k');
}
//вивід масиву на екран
printf ("Your array 2 : ");
for( int i=0; i<m; i++)
{
printf ("%c ",b[i]);
}
int c[10];
int k=0;
//перетворення масиву в бінарну форму
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (a[k]==U[i])
{

```



```

c[i]=1;
k++;
}
else if (a[k]!=U[i])
{
c[i]=0;
}
}
//вивід елементів у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("\na[%d]=%d",i,c[i]);
}
printf ("\nBinary form of array 1 : ");
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("%d" , c[i]);
}
printf ("\n");

int d[10];
int j=0;
//перетворення масиву в бінарну форму
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (b[j]==U[i])
{
d[i]=1;
j++;
}
else if (b[j]!=U[i])
{
d[i]=0;
}
}
//вивід елементів у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("\na[%d]=%d",i,d[i]);
}
printf ("\nBinary form of array 2 : ");
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("%d" , d[i]);
}
printf ("\n");

int w[10];
//об'єднання множин у бінарній формі
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (c[i]==1 && d[i]==0)

```

```

{
w[i]=1;
}
else if (c[i]==0 && d[i]==1)
w[i]=1;
else if (c[i]==1 && d[i]==1)
w[i]=1;
else if (c[i]==0 && d[i]==0)
w[i]=0;
}
//вивід на екран бінарного об'єднання множин
printf ("\nBinary association of arrays 1 and 2 : ");
for (int i=0; i<10; i++)
{
printf ("%d",w[i]);
}
printf ("\n");

int p=0;
int s[p];
//перетворення бінарної форми в нормальну
for (int i=0; i<10; i++)
{
if (w[i]==1)
{
s[p]=U[i];
p++;
}
}
//вивід нормальної форми
printf ("\nNumerical association of arrays 1 and 2 : ");
for (int i=0; i<p; i++)
{
printf ("%c ",s[i]);
}
printf ("\n");
int l = pow(2, p);
for (int i = 0; i < l; i++)
{
printf ("{ ");
for (int k = 0; k < p; k++)
{
if (i & (1 << k))
{
printf ("%c ", s[k]);
}
}
printf("}\n");
}
return 0;
}

```

Результат роботи програми:

```
jharvard@appliance (~): ./d2
Choose size of array 1 (<10): 2
Give me 2 characters :
a[0]=a
a[1]=b
Your array 1 : a b
Choose size of array 1 (<10): 3
Give me 3 numbers :
a[0]=e
a[1]=h
a[2]=g
Your array 2 : e h g
a[0]=1
a[1]=1
a[2]=0
a[3]=0
a[4]=0
a[5]=0
a[6]=0
a[7]=0
a[8]=0
a[9]=0
Binary form of array 1 : 1100000000
```

```
a[0]=0
a[1]=0
a[2]=0
a[3]=0
a[4]=1
a[5]=0
a[6]=0
a[7]=1
a[8]=0
a[9]=0
Binary form of array 2 : 0000100100

Binary association of arrays 1 and 2 : 1100100100

Numerical association of arrays 1 and 2 : a b e h
{ }
{ a }
{ b }
{ a b }
{ e }
{ a e }
{ b e }
{ a b e }
```

```
{ h }  
{ a h }  
{ b h }  
{ a b h }  
{ e h }  
{ a e h }  
{ b e h }  
{ a b e h }  
jharvard@appliance (~):
```

Висновки:

Я ознайомила на практиці із основними поняттями теорії множин, навчилася будувати діаграми Ейлера-Венна для операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїла принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.