Université Sultan Moulay Slimane
Faculté des Sciences et Techniques

ELECTROTECHNIQUE
GE_GM

Pr Ali NEJMI

Sommaire

Université Sultan Moulay Slimane
Faculté des Sciences et Techniques

ELECTROTECHNIQUE
GE_GM

Chapitre 1
Réseau alternatif monophasé

Pr Ali NEJMI

Réseau alternatif monophasé

I - Grandeur sinusoïdale

1- Grandeur périodique, alternative, sinusoïdale

2- Représentation et propriétés des grandeurs sinusoïdales

- Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale
- Notion de déphasage et sa représentation
- Grandeur complexe associée à une grandeur sinusoïdale

II - Application à un circuit RLC série

1 - Méthode vectorielle (représentation de Fresnel)

2 - Méthode des grandeurs complexes associées

Réseau alternatif monophasé

III – Puissances

1 - Puissance instantanée
2 - Puissance moyenne ou puissance active
3 - Puissance fluctuante
4 - Puissance apparente
5 - Facteur de puissance
6 - Puissance réactive
7 - Relation entre P, Q et S – Puissance déformante
8 - Puissance apparente complexe

IV – Association d'impédances – théorème de Boucherot

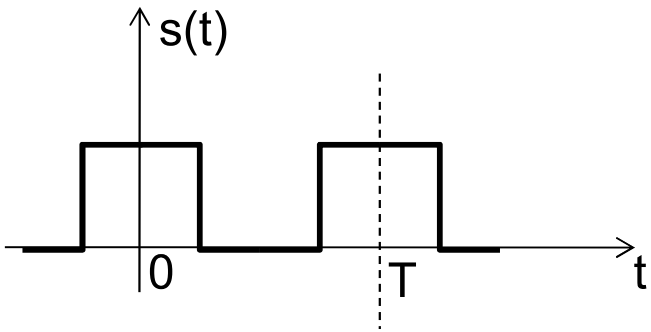
1 - Association en série
2 - Association en parallèle

V – Compensation de la Puissance réactive

Grandeur sinusoïdale

1- Grandeur périodique, alternative, sinusoïdale:

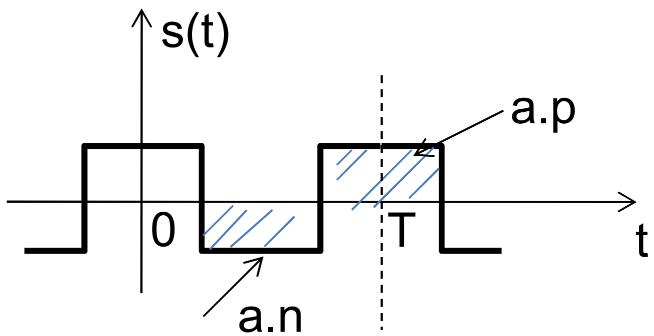
Une grandeur s est périodique de <u>période</u> T si sa valeur à l'instant t est telle que s(t)=s(t+T). T s'exprime en secondes (s).



f= 1/T est la <u>fréquence</u>: c'est le nombre de périodes par seconde. Elle s'exprime en Hertz (Hz).

Grandeur sinusoïdale

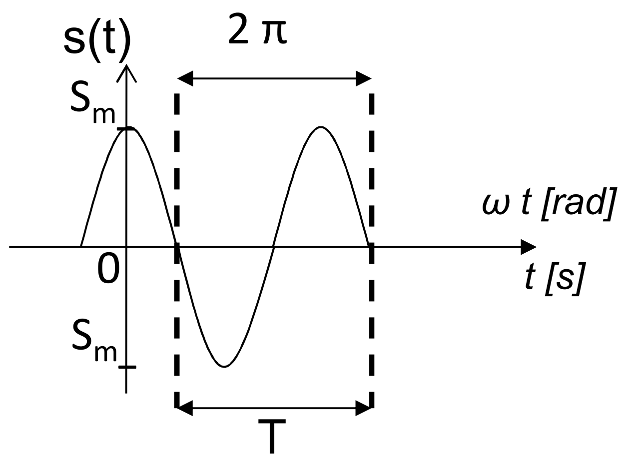
Une grandeur périodique est alternative si sa valeur instantanée est tantôt positive, tantôt négative. Si par période, elle ne s'annule que deux fois; la partie positive constitue l'alternance positive et la partie négative constitue l'alternance négative.



Grandeur sinusoïdale

Les grandeurs alternatives les plus fréquemment rencontrées sont les grandeurs sinusoïdales. $s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$

S_m: valeur maximale ou amplitude
$\omega t + \varphi$: phase instantanée
φ: phase à l'instant t = 0
ω: pulsation $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ (rd/s)



Grandeur sinusoïdale

Toute grandeur périodique de période T = 2π/ω peut se décomposer en série de Fourier:

$$S(t) = S_{moy} + \sum S_{nm} \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

S_{moy} : valeur moyenne de la grandeur s
S_{nm} : amplitude de l'harmonique de rang n de pulsation nω
φ_n : phase initiale de l'harmonique de rang n

On caractérise une grandeur périodique par :

Sa valeur moyenne $S_{moy} = \langle S \rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T S(t)dt$

Grandeur sinusoïdale

Sa valeur efficace:

$$S^2{}_{eff} = \langle S^2 \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt$$

Pour une grandeur sinusoïdale :

$$S_{moy} = 0 \qquad \text{et} \qquad S_{eff} = \frac{S_m}{\sqrt{2}}$$

Pour une grandeur périodique quelconque :

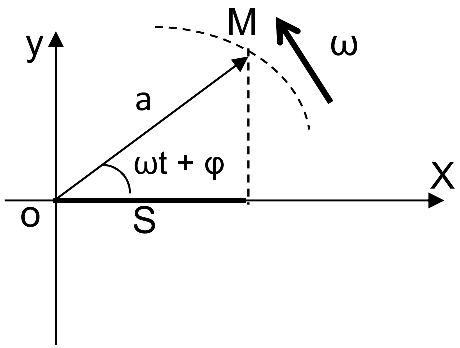
$$S_{eff} = \sqrt{S_{moy}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{nm}^2}{2}}$$

Grandeur sinusoïdale

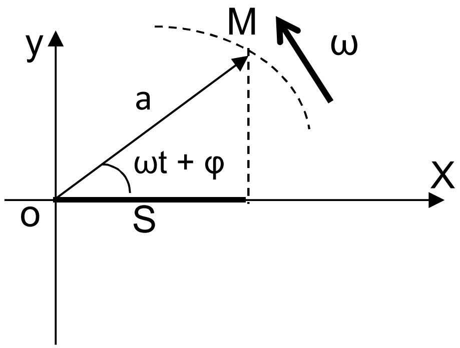
2 - Représentation et propriétés des grandeurs sinusoïdales

A- Représentation vectorielle d'une grandeur sinusoïdale

Soit **a** la norme d'un vecteur $\overrightarrow{OM}$ tournant autour de son origine O avec une vitesse ω.



Grandeur sinusoïdale



Soit **φ** sa position angulaire par rapport à l'axe (ox) à l'instant **t = 0**.

Sa position à l'instant **t** sera définie par l'angle $\boldsymbol{\omega t} + \boldsymbol{\varphi}$

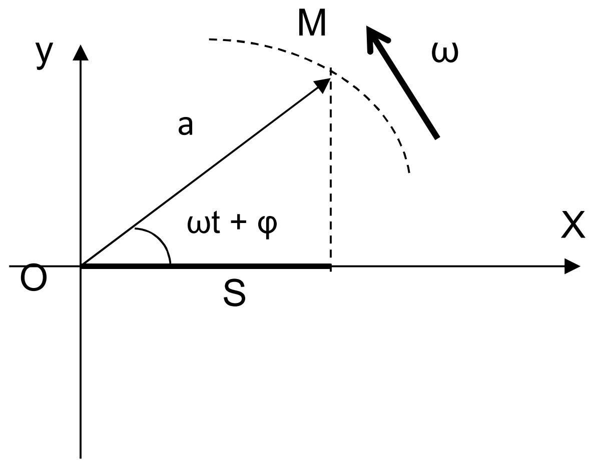
Sa projection sur l'axe (ox) définie l'élongation sinusoïdale :

$$\boldsymbol{s} = \mathrm{a}\cos(\boldsymbol{\omega t} + \boldsymbol{\varphi})$$

Grandeur sinusoïdale

Réciproquement, toute grandeur sinusoïdale <u>s = a cos(ω t+ φ)</u> peut être représentée par un vecteur tournant $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ dont la norme est égale à l'amplitude maximale et dont la position angulaire à l'instant t est:

$$\left(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OM}\right) = \omega t + \varphi$$

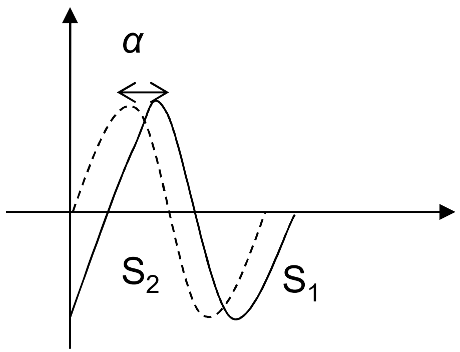


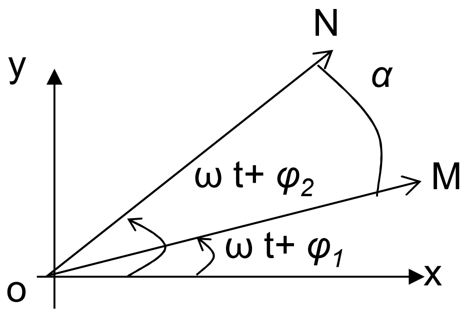
Grandeur sinusoïdale

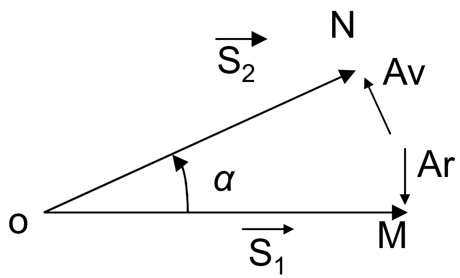
B- Notion de déphasage et sa représentation :

Soit deux grandeurs sinusoïdales de même pulsation :

$$s_1 = S_{1m}\cos(\omega t + \varphi_1) \quad et \qquad s_2 = S_{2m}\cos(\omega t + \varphi_2)$$

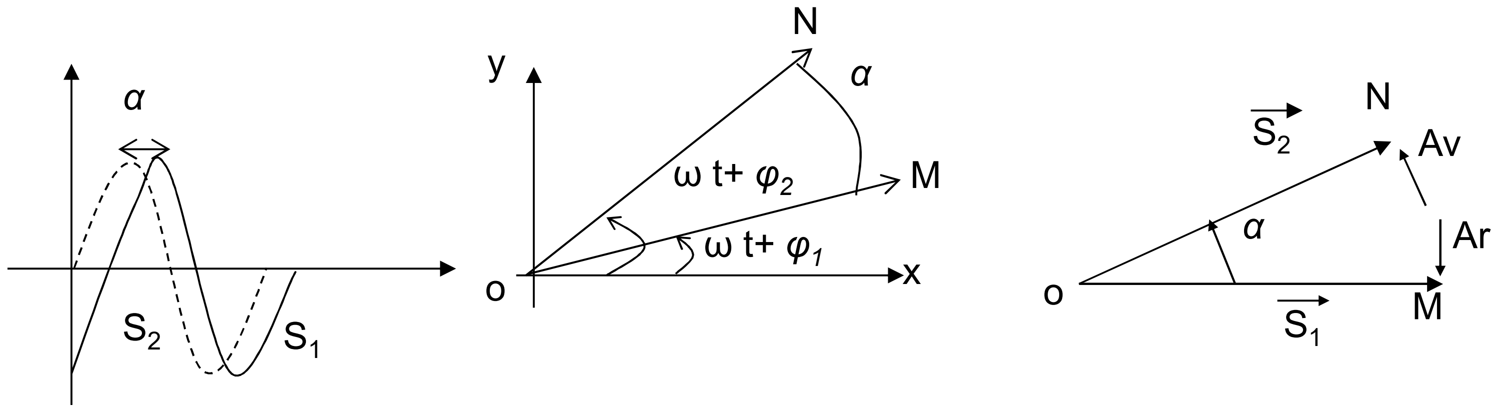






L’angle $\alpha = \varphi_2 - \varphi_1$ représente le déphasage de s_2 par rapport à s_1

Grandeur sinusoïdale



Si $\alpha = 0$; s_1 et s_2 sont <u>en phase</u>
Si $\alpha > 0$; s_2 est <u>en avance</u> par rapport à s_1
Si $\alpha < 0$; s_2 est <u>en retard</u> par rapport à s_1

Pour la représentation vectorielle, on peut faire abstraction des axes et on prend une variable, s_1 par exemple, comme origine des phases.

Grandeur sinusoïdale

C- Grandeur complexe associée à une grandeur sinusoïdale :

A la grandeur sinusoïdale

$$s = S\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$$

on fait correspondre la *grandeur complexe* *associée*

$$\overline{S} = Se^{j\varphi}$$

$$\begin{cases} S = S_{eff} = |\overline{S}| \\ \varphi = Arg(\overline{S}) \end{cases}$$

Grandeur sinusoïdale

Spécificité de l'électrotechnique

En électrotechnique, les récepteurs électriques sont pratiquement toujours connectés aux bornes d'une même source fournissant une tension sinusoïdale **u** qu'on caractérisa par sa valeur efficace U.

En considérant la tension u(t), comme tension d'alimentation d'un système de charges, on considérera souvent cette tension comme étant à l'origine des phases. On écrit ainsi de façon classique une tension sinusoïdale de référence sous la forme :

$$u(t) = U_{max} \sin(\omega t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$$

Grandeur sinusoïdale

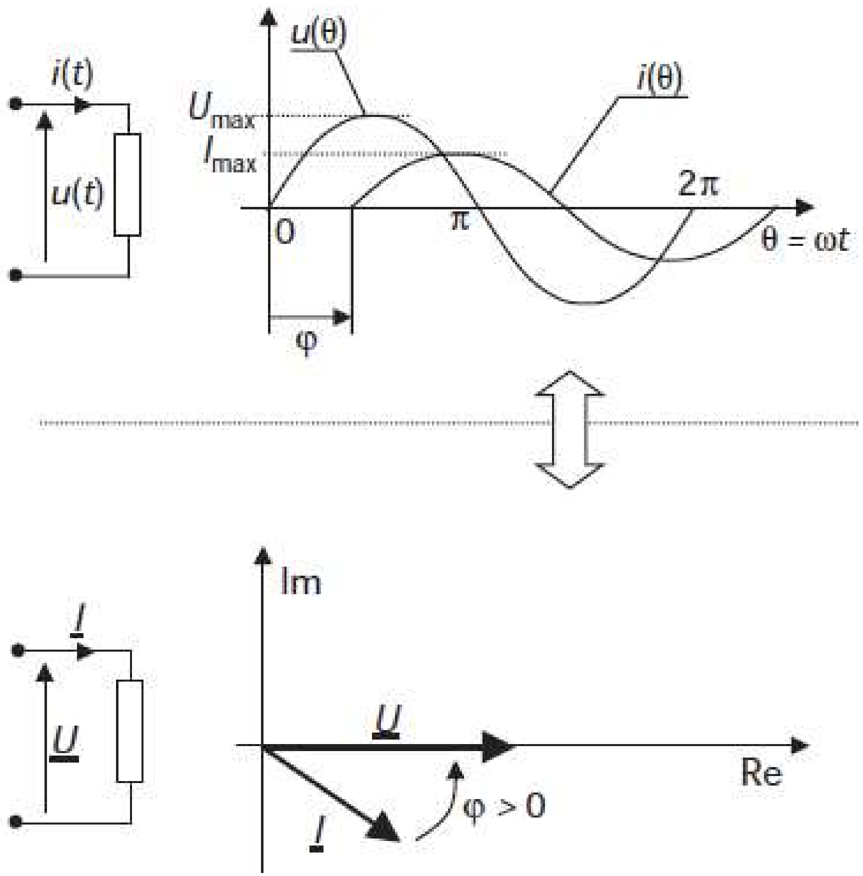
Par ailleurs, la grande majorité des récepteurs électriques sous tension sinusoïdale sont des récepteurs à tendance inductive. Ainsi, dans la plupart des cas, le courant i(t) traversant un dipôle est en retard par rapport à la tension u(t). On écrira alors par convention les courants sous la forme :

$$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

Cette écriture (avec le signe moins dans le sinus) est une convention d'écriture propre à l'électrotechnique mais est rarement utilisée en électronique ou automatique.

Grandeur sinusoïdale

On représente l'exemple d'un dipôle quelconque adoptant ces notations sur la figure suivante:



Grandeurs Sinusoïdales temporelles :

$$u(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$$
$$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

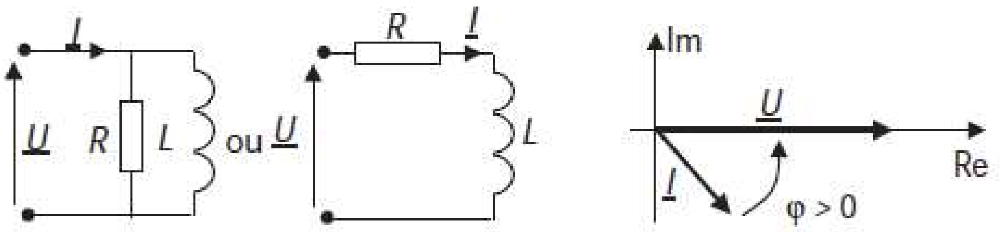
Grandeurs Complexes

Grandeur sinusoïdale

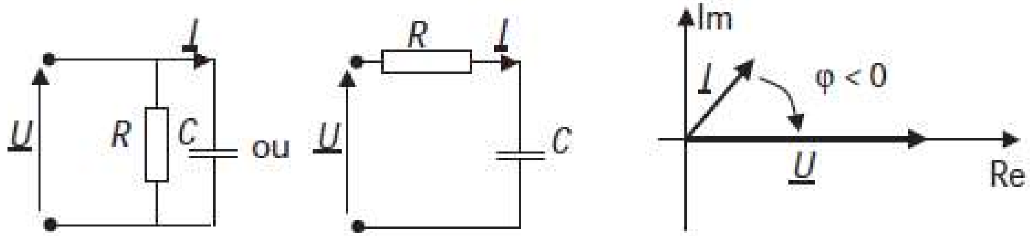
Dipôles inductifs et capacitifs

On distinguera classiquement les dipôles à réactance et déphasage positif et ceux à réactance et déphasage négatifs, respectivement appelés inductifs et capacitifs. Ces dipôles sont représentés sur la figure suivante.

dipôles inductifs



dipôles capacitifs



Application à un circuit RLC série

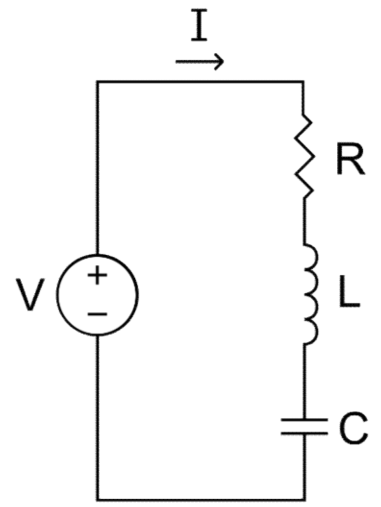
Application à un circuit RLC série

Soit un circuit RLC série auquel on applique une tension sinusoïdale:

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt \quad (1)$$

$u = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$ (origine des phases)

$$i = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$



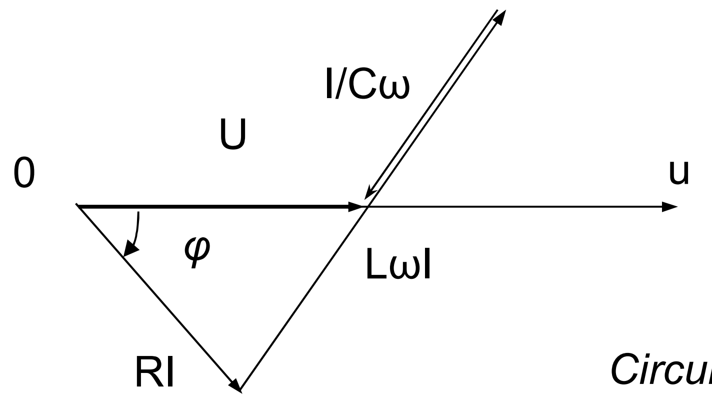
$$\begin{cases} I = ? \\ \varphi = ? \end{cases}$$

On peut utiliser plusieurs méthodes pour déterminer I et φ ?

Application à un circuit RLC série

1) Méthode vectorielle (représentation de Fresnel)

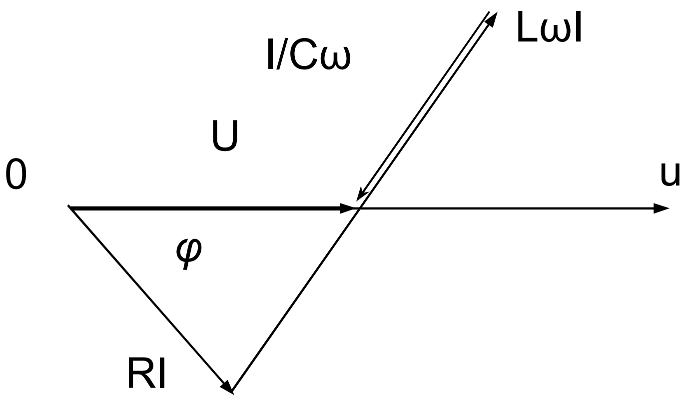
i étant sinusoïdale, la relation (1) peut être représentée par le diagramme vectoriel suivant :



Circuit à dominance inductive

$$L\omega > \frac{1}{C\omega}$$

Application à un circuit RLC série



$$U^2 = R^2 I^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 I^2$$

$$\tan(\varphi) = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

Application à un circuit RLC série

2) Méthode des grandeurs complexes associées

En écriture complexe la relation différentielle s’écrit:

$$\overline{U} = R\overline{I} + jL\omega\overline{I} + \frac{1}{jC\omega}\overline{I} = \bar{Z}\overline{I}$$

$\bar{Z} = R + j(L\omega - \dfrac{1}{C\omega})$ est l’impédance complexe du circuit

Application à un circuit RLC série

$$\begin{cases} \overline{U} = U \\ \overline{I} = I e^{-j\varphi} \end{cases}$$

$$\overline{I} = \frac{\overline{U}}{\overline{\overline{Z}}} \rightarrow \begin{cases} I = \left|\overline{I}\right| = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)^2}} \\ \\ -\varphi = \arg\left(\overline{I}\right) = \arg\left(\dfrac{\overline{U}}{\overline{\overline{Z}}}\right) = -Arct\left(\dfrac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{E}\right) \end{cases}$$

Puissances

Les puissances électriques

En physique, une puissance représente une quantité d’énergie par unité de temps.
Son unité est le Watt (1 W = 1 J/s).

En règle générale, la puissance qui motive les systèmes de conversion d’énergie est la puissance moyenne des systèmes, on l’appelle aussi puissance active.

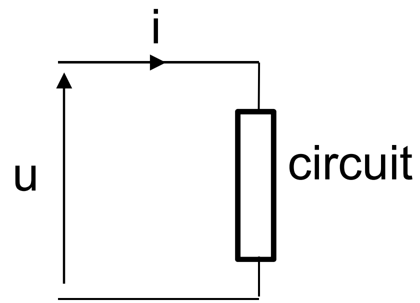
Le concept de puissance est un outil indispensable en électrotechnique, il permet d’ailleurs souvent d’avoir une vision globale des systèmes et de résoudre facilement certains problèmes par la technique du bilan de puissances.

Puissances

1) Puissance instantanée:

Par définition p=u(t).i(t)

C'est le produit courant tension à tout instant



2) Puissance moyenne ou puissance active:

$$\boxed{P = \langle p \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T ui dt}$$

Unité: (W, kW, …..)

Si u et i sont sinusoïdaux : P = UI cos φ

Si u et i sont périodiques quelconques :

$$\boxed{P = U_{moy}I_{moy} + \sum_1^{\infty} U_i I_i \cos\varphi_i}$$

Puissances

La puissance active correspond à la puissance électrique transportée entre les générateurs et les récepteurs, physiquement elle est liée à une transformation d'énergie (travail) :

- mécanique → électrique dans les générateurs (dynamos, alternateurs, ...)

- Electrique → mécanique dans les moteurs.

- Electrique → calorifique dans les récepteurs destinés à l'éclairage ou au chauffage.

Puissances

3) Puissance fluctuante:

$$p = ui = U\sqrt{2}\cos(\omega t).I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$

$$p = \underbrace{UI\cos(\varphi)}_{P} + \underbrace{UI\cos(2\omega t - \varphi)}_{Pf}$$

P : puissance active

Pf : puissance fluctuante qui oscille à la pulsation 2ω

Puissances

4) Puissance apparente:

Par définition **S = U.I** Unité: (VA, kVA, …..)
(U et I valeurs efficaces)

En régime non sinusoïdale:

$$S = \sqrt{\left(U_{moy}^2 + \sum_1^\infty U_i^2\right)}\sqrt{\left(I_{moy}^2 + \sum_1^\infty I_i^2\right)}.$$

Cette puissance est souvent appelée «puissance de dimensionnement», elle est la grandeur caractéristique de l’isolation et de la section des conducteurs, c’est-à-dire des dimensions des appareillages.

Puissances

5) Facteur de Puissance:

$$f_p = \frac{P}{S}$$

En régime sinusoïdal:

$$f_p = \cos\varphi$$

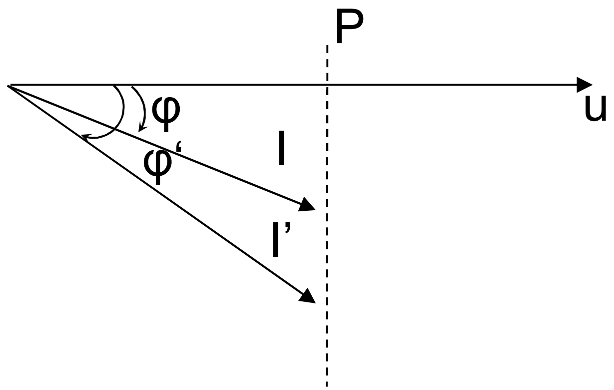
En régime non sinusoïdal:

$$f_p = \frac{U_{moy}I_{moy} + \sum_1^{\infty} U_i I_i \cos\varphi_i}{\sqrt{\left(U_{moy}^2 + \sum_1^{\infty} U_i^2\right)}\sqrt{\left(I_{moy}^2 + \sum_1^{\infty} I_i^2\right)}.}$$

Puissances

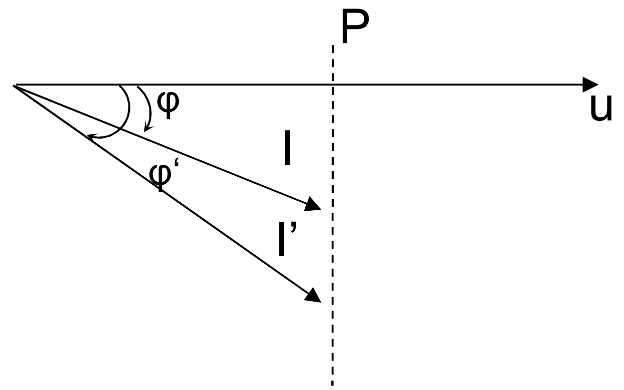
Rôle important de cosφ:

Pour fournir une Puissance P à une installation sous une tension U donnée on a intérêt à limiter les pertes par effet Joule dans la ligne donc à prendre I minimum, ce qui impose un cos φ proche de 1



Si on considère une installation de facteur de puissance cos φ, alimentée sous une tension U donnée par une ligne de résistance R, la puissance consommée par l'installation est: $\boldsymbol{P = UIcos\,\varphi}$ et celle dissipée dans la ligne est $\boldsymbol{P_J = R\,I^2}$.

Puissances



Si $\cos\boldsymbol{\varphi}$ diminue pour une même puissance P, **I** augmente et **P**$_J$ augmente comme $\mathbf{1}/\cos^2\boldsymbol{\varphi}$. ($P_J = RI^2 = R\left(\frac{P}{Ucos}\right)^2$)

Les fournisseurs d'énergie électrique obligent les consommateurs à avoir des installations dont le facteur de puissance est proche de **1 (≥ 0,9)** sinon, il y'aura facturation de la puissance réactive consommée, pour les pénaliser.

Pour améliorer le cosφ, il suffit de brancher des condensateurs aux bornes de l'installation.

Puissances

6) Puissance réactive:

En régime sinusoïdal, elle est définie par :

$\boldsymbol{Q = UIsin\varphi}$ Unité : (VAR, KVAR)

Elle traduit l'importance des échanges d'énergie électrostatique ou électromagnétique entre la source et les réactances (capacités ou inductances) du circuit (sans effet physique en terme de travail).

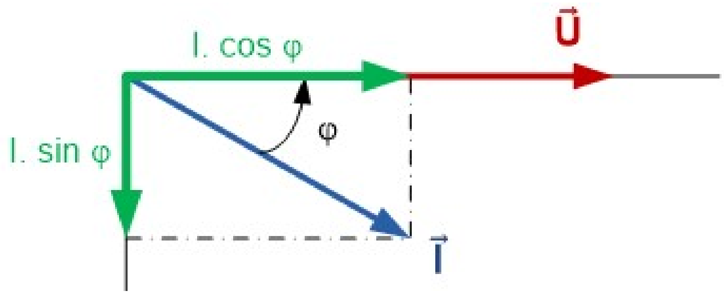
Pour un circuit **inductif Q > 0** et pour un circuit **capacitif Q < 0**.

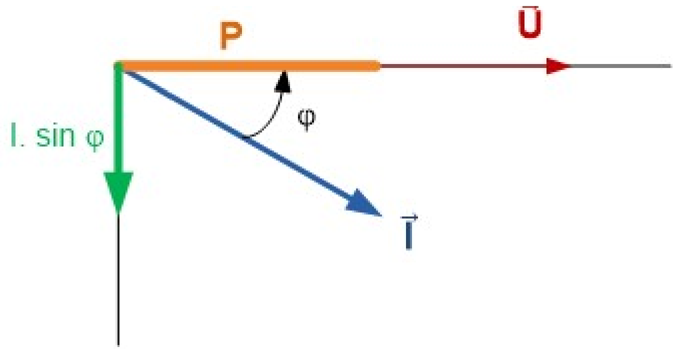
En régime non sinusoïdal, Q est définie par:

$$\boxed{Q = \sum_{1}^{\infty} U_i I_i \sin \varphi_i}$$

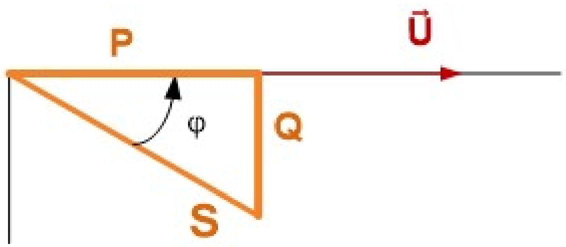
Puissances

En régime sinusoïdal:

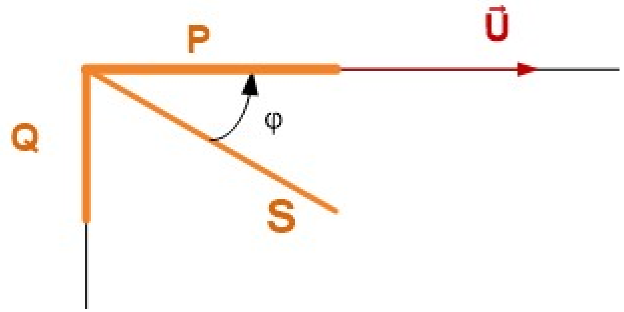




On peut superposer l'image de P a $I cos\varphi$



On obtient le triangle des puissances



On peut superposer l'image de P a $I sin\varphi$

Puissances

7) Relation entre P, Q et S – Puissance déformante :

En régime sinusoïdal:

$$P = UI\cos\varphi$$

$$Q = UI\sin\varphi$$

$$S = UI$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{cases} S^2 = P^2 + Q^2 \\ tg\varphi = \dfrac{Q}{P} \end{cases}$$

Puissances

En régime non sinusoïdal on définit la puissance déformante D, telle que $S^2 = P^2 + D^2 + Q^2$ (unité VAD)

Cas pratique courant : U sinusoïdale et i périodique quelconque

$$P = UI_1 \cos \varphi_1$$

$$S = U\sqrt{\left(\mathrm{I}_{\mathrm{moy}}^2 + \sum_{1}^{\infty} \mathrm{I}_{\mathrm{i}}^2\right)}$$

$$D = U\sqrt{\left(\mathrm{I}_{\mathrm{moy}}^2 + \sum_{2}^{\infty} \mathrm{I}_{\mathrm{i}}^2\right)}$$

Puissances

6) Puissance apparente complexe:

On appelle puissance apparente complexe le produit $\overline{U}\overline{I}^*$
Où$\overline{I}^*$est le conjugué de $\overline{I}$.

$$\left.\begin{array}{l}\overline{U} = U \\ \overline{I} = Ie^{-j\varphi}\end{array}\right\} \bar{S} = \overline{U}.\overline{I}^* = UIe^{j\varphi} = UIcos\varphi + jUIsin\varphi$$

$$P = \mathcal{R}_e(\bar{S}), Q = \mathfrak{I}_m(\bar{S})\ et\ S = |\bar{S}|$$

Pour un récepteur d'impédance : $\bar{Z} = R + jX$

$$\bar{S} = \overline{U}.\overline{I}^* = \bar{Z}\overline{I}\overline{I}^* = \bar{Z}\overline{I}^2 = (R + jX)I^2 \Rightarrow P = RI^2\ et\ Q = XI^2$$

Puissances

Dans le cas d'une résistance :

$$P = R\,I^2 \text{ et } \quad Q = 0$$

Dans le cas d'une inductance :

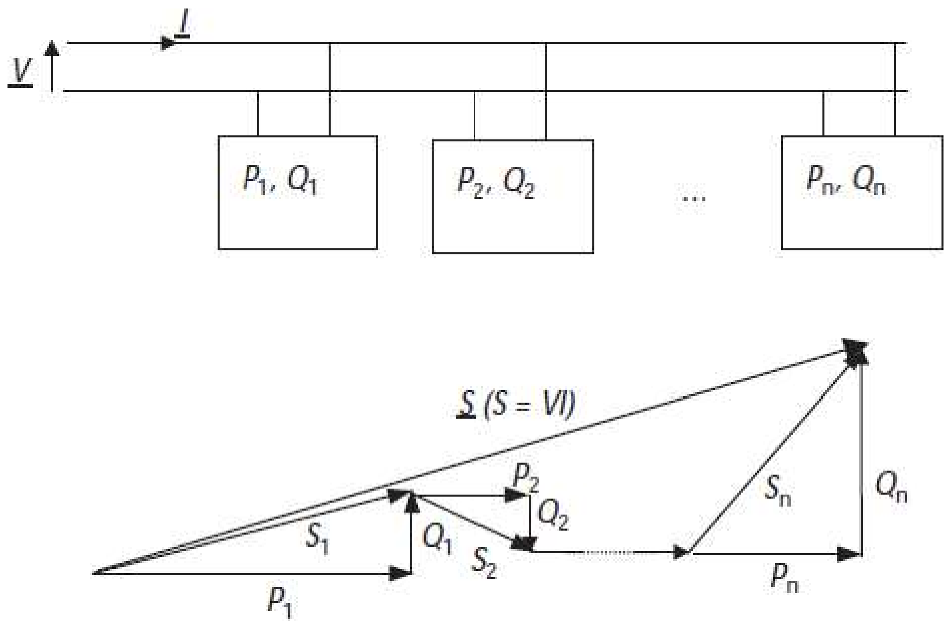
$$P = 0 \quad \text{et} \quad Q = L\omega I^2$$

Dans le cas d'une capacité :

$$P = 0 \quad \text{et} \quad Q = \frac{-1}{c\omega} I^2$$

Théorème de Boucherot

<u>Théorème de Boucherot</u> : La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive et la puissance apparente complexe. <u>En revanche, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente</u>.



Théorème de Boucherot et triangles des puissances

Applications d'impédances- Théorème de Boucherot

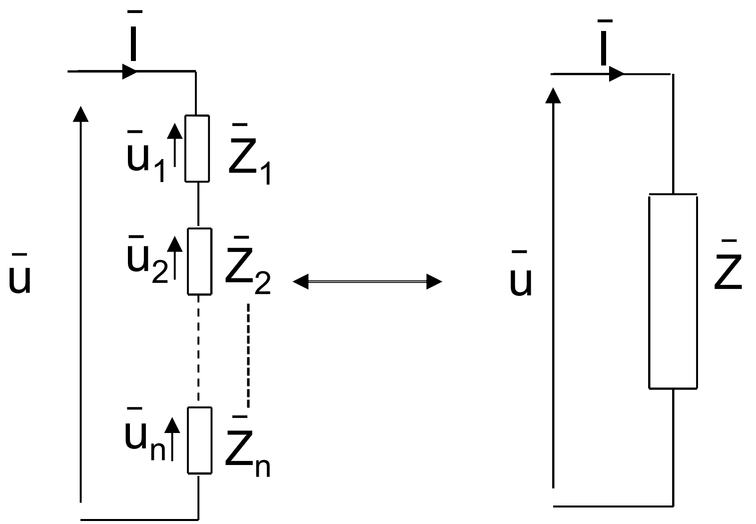
1) Association série:

$$\overline{U} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3 + \cdots + \overline{U}_n$$

$$\overline{U}\overline{I}^* = \overline{U}_1\overline{I}^* + \overline{U}_2\overline{I}^* + \cdots \overline{U}_n\overline{I}^*$$

$$\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \cdots \bar{S}_n$$

$$P + jQ = (P_1 + jQ_1) + (P_2 + jQ_2) + \cdots (P_n + jQ_n)$$



$$\bar{Z} = \sum_{i=1}^{n} \bar{Z}_i$$

Impédance équivalente

Applications d'impédances-
Théorème de Boucherot

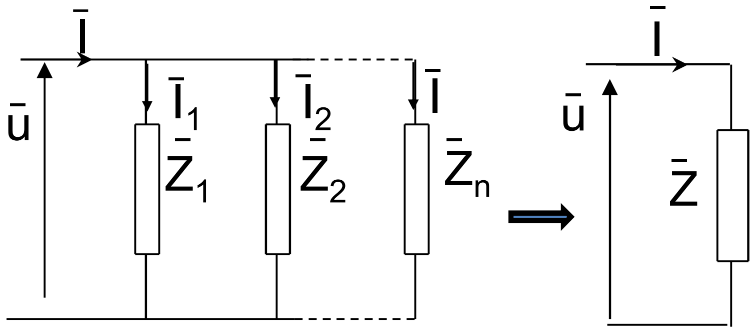
Théorème de Boucherot

$$\begin{cases} P = \sum_{i=1}^{n} P_i \\ Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i \end{cases}$$

Dans une association série les puissances actives s'ajoutent et les puissances réactives s'ajoutent algébriquement

Applications d'impédances- Théorème de Boucherot

2) Association parallèle:



$$\left.\begin{aligned}\bar{I} &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \cdots + \bar{I}_n \\ \frac{\bar{U}}{\bar{\bar{Z}}} &= \frac{\bar{U}}{\bar{\bar{Z}}_1} + \frac{\bar{U}}{\bar{\bar{Z}}_2} + \cdots \frac{\bar{U}}{\bar{\bar{Z}}_n}\end{aligned}\right\} \Longrightarrow \frac{1}{\bar{\bar{Z}}} = \frac{1}{\bar{\bar{Z}}_1} + \frac{1}{\bar{\bar{Z}}_2} + \cdots \frac{1}{\bar{\bar{Z}}_n}$$

$$\frac{1}{\bar{\bar{Z}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\bar{\bar{Z}}_i} \Rightarrow \bar{Y} = \sum_{i=1}^{n} \bar{Y}_i$$ admittance équivalente

Applications d'impédances- Théorème de Boucherot

$$\overline{U}\ \overline{I}^* = \overline{U}\overline{I_1^*} + \overline{U}\overline{I_2^*} + \cdots \ldots + \overline{U}\overline{I_n^*}$$

$$\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \cdots \bar{S}_n$$

$$P + jQ = (P_1 + jQ_1) + (P_2 + jQ_2) + \cdots\ (P_n + jQ_n)$$

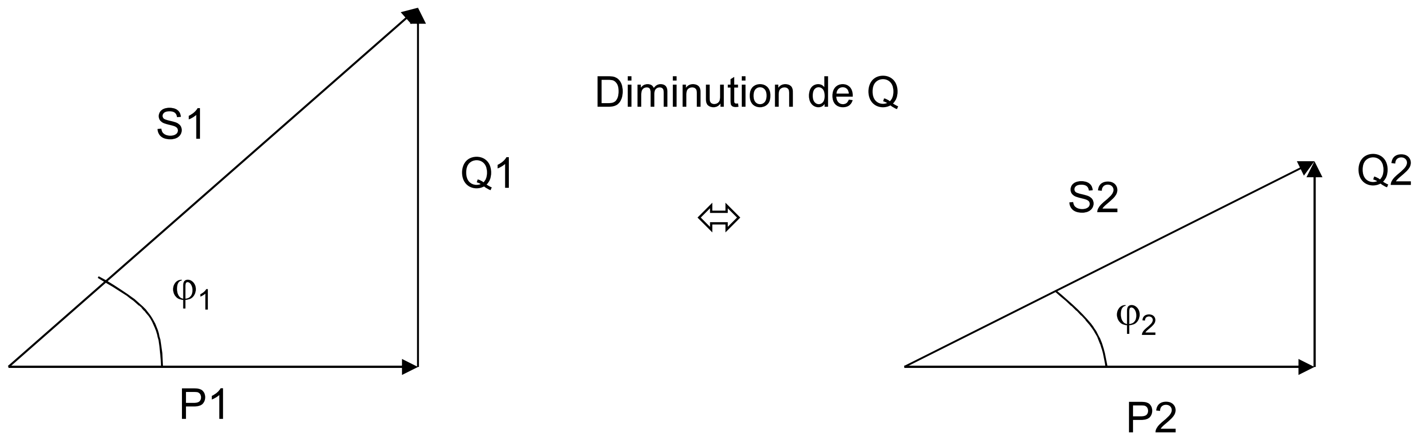
Théorème de Boucherot

$$\begin{cases} P = \sum_{i=1}^{n} P_i \\ Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i \end{cases}$$

Dans une association parallèle les puissances actives s'ajoutent et les puissances réactives s'ajoutent algébriquement

Compensation de l'énergie réactive

Compensation de l'énergie réactive



On s'aperçoit que plus Q diminue:

➔ Plus φ diminue ⇔ cos φ augmente

tan φ diminue

- **<u>Exemples:</u>**

φ = 45° ⇔ cos φ = 0,707
tan φ = 1

φ = 22° ⇔ cos φ = 0,927
tan φ = 0,404

Compensation de l’énergie réactive

Inconvénients d’une consommation excessive de la puissance réactive

La circulation de l’énergie réactive a des incidences techniques et économiques importantes.
En effet, pour une même puissance active P, la figure suivante montre qu’il faut fournir d’autant plus de puissance apparente, et donc de courant, que la puissance réactive est importante

Ainsi, du fait d'un courant appelé plus important, la circulation de l’énergie réactive sur les réseaux de distribution entraîne :

- des surcharges au niveau des transformateurs,
- l’échauffement des câbles d’alimentation,
- des pertes supplémentaires,
- des chutes de tension importantes.

Compensation de l’énergie réactive

Pénalités d’une consommation excessive de la puissance réactive

Pour certaines installations électriques, ONEE pénalise leurs clients s’ils consomment une quantité trop importantes d’énergie réactive.

Cette énergie facturée n’est pas une valeur fixe.
Comme vue précédemment, elle dépend de la valeur du $\cos\varphi$ ou de $\tan\varphi$.

Il faut savoir qu’ONEE pénalise, si dans une installation:

$$\cos\varphi < 0{,}93$$

$$\tan\varphi > 0{,}4$$

Compensation de l’énergie réactive

Pour éviter cette pénalité, il faut diminuer l’énergie réactive consommée par l’installation.

La solution est de fournir à l’installation de l’énergie réactive à l’aide d’un condensateur mis en parallèle.

Méthode:

On constate que $\cos\varphi$ est faible donc Q est élevé.
On relève la valeur de P consommé par l’installation.
On en déduit Q à fournir par le condensateur.
On calcule la valeur du condensateur à mettre en parallèle.

Compensation de l’énergie réactive

<u>Exemple</u> :

Dans une installation de 5kW, 230V, on a relevé un $\cos\varphi$ de 0,75 soit $\tan\varphi$ de 0,88.

Calcul de la puissance du condensateur:

$$Qc = P.(\tan\varphi - \tan\varphi') = 5.(0{,}88 - 0{,}4) = 2{,}4\ kVar$$

P et $\tan\varphi$ sont propre à l’installation,
$\tan\varphi$’ = 0,4 (tolérance ONEE)

Il faudra donc rajouter un condensateur de:

$$Q_C = C.\omega.U^2 \rightarrow C = Q_C / (\omega.U^2) = 2400 / (2.\pi.50.230^2)$$

$$C = 144\ \mu F$$

Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

Grandeur alternative sinusoïdale	
Définition	$u(t) = U_{\max}\sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \varphi)$
En notation complexe	$\bar{U} = \sqrt{2}Ue^{j(\omega t+\varphi)}$
La dérivée	$\bar{U}_d = \dfrac{d\bar{U}}{dt} = j\omega\sqrt{2}Ue^{j(\omega t+\varphi)} = j\omega\bar{U}$
L'intégrale	$\bar{U}_i = \int \bar{U}dt = \dfrac{\sqrt{2}Ue^{j(\omega t+\varphi)}}{j\omega} = \dfrac{1}{j\omega}\bar{U} = \dfrac{-j}{\omega}\bar{U}$

Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

Déphasage	
u(t) origine des phases i(t) en retard par rapport à u(t)	$u(t) = \sqrt{2}U\sin(\omega t)$ $i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi)$
En notation complexe	$\bar{U} = \sqrt{2}Ue^{j\omega t}$ $\bar{I} = \sqrt{2}Ie^{j(\omega t - \varphi)}$

Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

Impédance	
Définition	$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \boldsymbol{a} + j\boldsymbol{b} = Ze^{j\varphi}$ $Z = \sqrt{\boldsymbol{a}^2 + b^2}\ ;\ \varphi = \text{arctg}\left(\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}\right)$ $a = Z\cos\varphi\ ;\ b = Z\sin\varphi$
Groupement d'impédances en série	$\bar{Z}_{\text{équi\_s}} = \sum_{i=1}^{n} \bar{Z}_i$
Groupement d'impédances en parallèle	$\frac{1}{\bar{Z}_{\text{équi\_p}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\bar{Z}_i}$

Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

Puissances	
Puissance active en Watt W)	$P = U.I.\cos\varphi$
Puissance réactive en volt ampère réactif (VAR)	$Q = U.I.\sin\varphi$
Puissance apparente en volt ampère (VA)	$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$

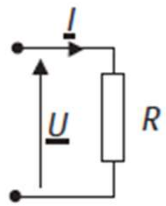
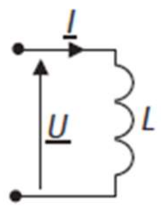
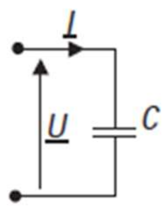
Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

Facteur de puissance	
Définition	$Fp = \frac{P}{S} = \cos\varphi$
Facteur de puissance arrière Le courant en retard par rapport à la tension	$Q > 0; \varphi > 0$
Facteur de puissance avant Le courant en avance par rapport à la tension	$Q < 0; \varphi < 0$
Amélioration du facteur de puissance Compensation de l'énergie réactive	$Q_2 = Q_1 + Q_C$ $Q_C = -P(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2) = -C \cdot \omega \cdot U^2$ $C = \frac{P(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2)}{\omega \cdot U^2}$

Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

Etude d'une installation électrique monophasée	
Puissance active totale en W)	$P_T = \sum_{i=1}^{n} P_i$
Puissance réactive totale en (VAR)	$Q_T = \sum_{i=1}^{n} Q_i$
Puissance apparente totale en (VA)	$S_T = \sqrt{{P_T}^2 + {Q_T}^2}$
Courant total de ligne En ampère (A)	$I_T = \frac{S_T}{U}$
facteur de puissance total	$\cos \varphi_T = \frac{P_T}{S_T}$

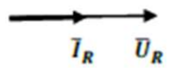
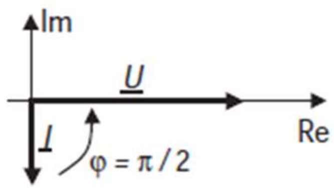
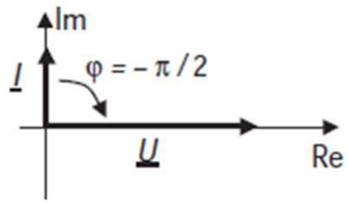
Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

Eléments de base			
	Résistance R	Inductance L	Capacité C
Schéma			
	$\bar{U}_R$	$\bar{U}_L$	$\bar{U}_c$
Equation fondamentale	$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$	$u_L(t) = L\,\frac{i_L(t)}{dt}$	$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$
En complexe $\bar{U} = Z.I$	$\bar{U}_R = R \cdot \bar{I}_R$	$\bar{U}_L = jL\omega \cdot \bar{I}_L$	$\bar{U}_C = \frac{-j}{C\omega} \cdot \bar{I}_c$

Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

	Résistance R	Inductance L	Capacité C
Impédance Complexe Z	R	$jL\omega$	$\frac{-j}{C\omega}$
Impédance Z	R	$L\omega$	$\frac{1}{C\omega}$
Déphasage φ	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{-\pi}{2}$
Facteur de puissance	1	0	0

Grandeur alternative sinusoïdale
Résumé

	Résistance R	Inductance L	Capacité C
Puissance active	$P_R = U_R \cdot I_R = R \cdot I_R^2 = \frac{U_R^2}{R}$	0	0
Puissance réactive Q	0	$Q_L = U_L \cdot I_L = L\omega \cdot {I_L}^2 = \frac{{U_L}^2}{L\omega}$	$Q_C = -U_C \cdot I_C = -C\omega \cdot {U_C}^2 = -\frac{{I_C}^2}{C\omega}$
Représentation			

Grandeur alternative sinusoïdale

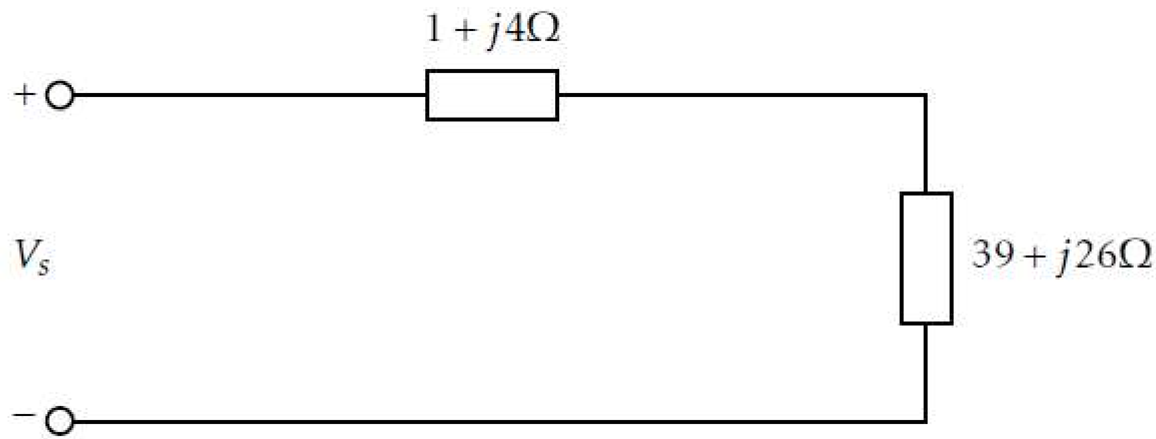
Exemple 1

Une charge ayant une impédance de $39 + j26\ \Omega$ est alimentée par une source de 250 V.
La ligne qui alimente la charge a une impédance de $1 + j4\ \Omega$.

1. Calculer le courant de charge I_L et la tension V_L.
2. Calculer la puissance active et réactive consommée par la charge.
3. Calculer les pertes dans la ligne.
4. Calculer la puissance active et réactive fournie par la source.

Solution- Exemple 1

Le circuit est :



Grandeur alternative sinusoïdale

1) Le courant de la charge est le courant total circulant dans le circuit.

$$\mathbf{I}_L \quad = \frac{\mathbf{V}}{Z_T} = \frac{250\angle 0}{40 + j30} = 5\angle(-36.87°)\mathrm{A}$$

$$\mathbf{V}_L \quad = \mathbf{I}_L Z_L = 5\angle(-36.87°) \cdot (39 + j26) = 234 - j13 = 234.36\angle(-3.18°)\mathrm{V}$$

2) Puissances:

$$\begin{aligned} S = \mathbf{VI}^* \quad &= \big(234.36\angle(-3.18°)\big)\big(5\angle(+36.87°)\big) \\ &= (234 - j13)(4 + j3) \\ &= 975 + j650\mathrm{VA} \end{aligned}$$

Donc :

$$P = 975\ \mathrm{W}, Q = 650\mathrm{VAR}$$

Grandeur alternative sinusoïdale

3) Les pertes sur la ligne:

$$P = R|\mathbf{I}|^2 = (1)5^2 = 25\ \mathrm{W}$$
$$Q = X|\mathbf{I}|^2 = (4)(5)^2 = 100\mathrm{VAR}$$

Habituellement, lorsqu'on parle de pertes sur la ligne, on ne parle que de P.

4) Puissances active et réactive de la source (encore ici, on peut utiliser deux méthodes) :

a) Somme des puissances connues :

$$\begin{aligned} S &= S_{ligne} + S_{charge} \\ &= (25 + j100) + (975 + j650) \\ &= 1000 + j750\mathrm{VA} \end{aligned}$$

Grandeur alternative sinusoïdale

b) Tension et courant

$$
\begin{aligned}
S &= \mathbf{VI}^* \\
&= (250)\big(5\angle(36.87^\circ)\big) \\
&= (250)(4 + j3) \\
&= 1000 + j750\mathrm{VA}
\end{aligned}
$$