

Université Sultan Moulay Slimane
Faculté des Sciences et Techniques
Département : Génie Electrique

**Travaux Dirigés
Electrotechnique
GE-GM /S4**

Série 4

Chap4 - Transformateurs

Correction

Exercice 1

Le rapport de transformation est :

$$m = \frac{240}{600} = 0.4$$

L'impédance équivalente au secondaire est :

$$\bar{Z}_2 = (-j40)/(10 + j12) = 21\angle(30.5^\circ)$$

L'impédance de charge vue au primaire est :

$$\bar{Z}'_2 = m^2 \bar{Z}_2 = 2.5^2 \cdot 21\angle(30.5^\circ) = 131.25\angle(30.5^\circ)$$

1. Le courant au primaire :

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}'_2} = \frac{600}{131.25\angle(30.5^\circ)} = 4.57\angle(-30.5^\circ)$$

2. Le facteur de puissance au primaire est :

$$F_p = \cos(30.5) = 0.862 \text{ arrière}$$

Exercice 2

On utilise le modèle simplifié (R_f et $X_m \gg R_1, R_2, X_1, X_2$).

Le rapport de transformation est $m = 0.1$.

La résistance équivalente est :

$$R_{eq} = R_1 + m^{-2}R_2 = 0.75 + (10^2)(0.0075) = 1.5\Omega$$

La réactance équivalente est :

$$X_{eq} = X_1 + m^{-2}X_2 = 1.0 + (10^2)(1.0) = 2.0\Omega$$

L'impédance de la charge ramenée au primaire est :

$$\bar{Z}'_2 = m^{-2}\bar{Z}_2 = (10^2)(1.2 + j0.8) = 120 + j80\Omega$$

Le courant au primaire est donné par :

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1}{R_{eq} + jX_{eq} + Z'_2} = \frac{2400}{1.5 + j2 + 120 + j80} = 16.37\angle(-34^\circ)$$

La tension \bar{E}_1 est :

$$\bar{E}_1 = \bar{V}_1 \frac{Z'_2}{R_{eq} + jX_{eq} + Z'_2} = 2361.4\angle(-0.32^\circ)$$

La tension au secondaire est :

$$\bar{V}_2 = -m\bar{E}_1 = 236.14\angle(180^\circ)$$

Exercice 3

Les valeurs données sur la plaque signalétique du transformateur sont les valeurs nominales, càd :

- Puissance apparent nominale : $S_n = V_{2n}I_{2n} = 5\text{kVA}$
- La tension nominale : $V_{2n} = 110\text{V}$.

1- Le courant nominal au secondaire est :

La charge **est nominale**, donc on peut utiliser la puissance apparente du transformateur $S_n = V_{2n}I_{2n}$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{V_{2n}} = \frac{5000}{110} = 45.455 \text{ A}$$

L'amplitude de la charge nominale est :

$$|Z_2| = \frac{110}{45.455} = 2.42\Omega$$

L'angle de l'impédance de la charge est :

$$\phi = \cos^{-1}(0.88) = 28.26^\circ$$

$$\underline{Z}_2 = 2.42 \angle (28.26^\circ)$$

ϕ est le déphasage entre \underline{I}_{2n} et \underline{V}_{2n}

Donc
$$\underline{I}_{2n} = 45.455 \angle (-28.26^\circ)$$

On utilise le circuit équivalent simplifié du transformateur ramené au primaire. Alors :

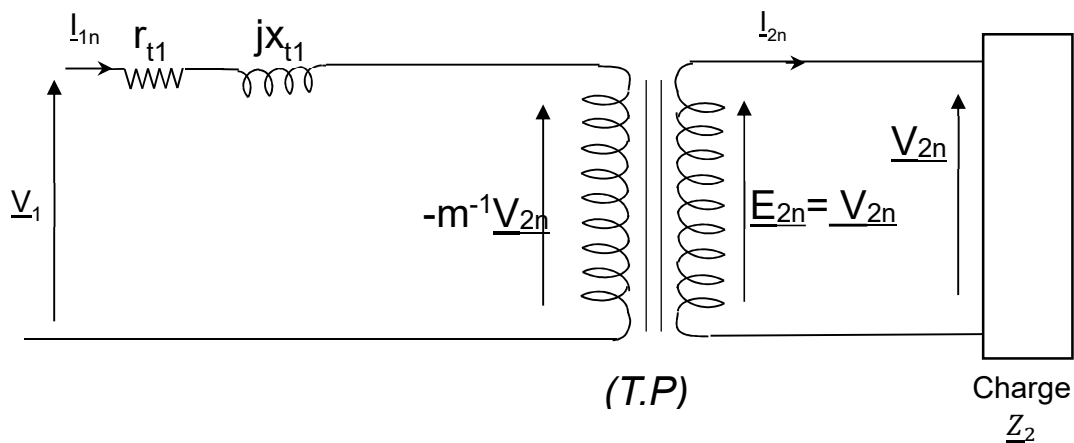
$$r_{t1} = R_1 + m^{-2}R_2 = 0.24 + (2^2)(0.06) = 0.48\Omega$$

$$x_{t1} = X_1 + m^{-2}X_2 = 0.60 + (2^2)(0.15) = 1.20\Omega$$

Avec $m = \underline{V}_{20}/\underline{V}_{10} = 0.5$ ($V_{20}=110V$, $V_{10}=220V$ à vide)

1^{er} méthode : (méthode trop longue)

La tension de la source au primaire est :



On $\underline{I}_{1n} = -m\underline{I}_{2n}$

Donc $\underline{I}_{1n} = 22.72 \angle (180 - 28.26^\circ)$

$$\underline{I}_{1n} = 22.72 \angle (151.74^\circ)$$

On d'après le schéma ci-haut :

$$\underline{V}_1 = (r_{t1} + jx_{t1})\underline{I}_{1n} + (-\frac{\underline{V}_{2n}}{m})$$

On a $\underline{V}_{2n} = \underline{Z}_2 \underline{I}_{2n}$

Donc

$$\underline{V}_1 = (r_{t1} + jx_{t1})\underline{I}_{1n} + (-\frac{Z_2 \underline{I}_{2n}}{m})$$

On replace \underline{I}_{2n} par \underline{I}_{1n}

$$\text{Donc } \underline{V}_1 = (r_{t1} + jx_{t1})\underline{I}_{1n} + (\frac{Z_2 \underline{I}_{1n}}{m^2})$$

$$\underline{V}_1 = \left(r_{t1} + jx_{t1} + \frac{Z_2}{m^2} \right) \underline{I}_{1n}$$

En remplaçant toutes les grandeurs par leurs expressions complexe :

$$\bar{V}_1 = -242.521 - 18.856i = 243.252 \angle (-175^\circ)$$

2ème méthode : (méthode courte)

Au primaire on a $\underline{V}_1 = (r_{t1} + jx_{t1})\underline{I}_{1n} + (-\frac{V_{2n}}{m})$

Au secondaire $\underline{V}_{2n} = Z_2 \underline{I}_{2n} = -Z_2 \frac{\underline{I}_{1n}}{m} \rightarrow \underline{I}_{1n} = -m \frac{\underline{V}_{2n}}{Z_2}$

On remplace \underline{I}_{1n} par \underline{V}_{2n} :

$$\bar{V}_1 = -\frac{\frac{Z_2}{m^2} + r_{t1} + jx_{t1}}{\frac{Z_2}{m^2}} \left(\frac{V_{2n}}{m} \right) = -242.521 - 18.856i$$

$$\bar{V}_1 = 243.252 \angle (-175^\circ)$$

NB : $\underline{Z}'_2 = \frac{Z_2}{m^2}$: la charge ramenée au primaire.

2- Les pertes Cuivre (pertes par effet joule) sont :

$$P_{Cu} = R_{eq} I_{1n}^2 = 0.48(22.727^2) = 247.93 \text{ W}$$

La puissance active à la charge :

$$P_2 = V_{2n} I_{2n} \cos \phi = 0.88(5000) = 4400 \text{ W}$$

Le rendement est :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{4400}{4400 + 60 + 247.93} = 0.935$$

3- Le facteur de régulation est :

$$\begin{aligned}
 Freg &= \frac{243.283 - 220}{220} \\
 &= 0.106 = 10.6\%
 \end{aligned}$$

Exercice 4

- **Test en circuit ouvert :**

On va calculer les paramètres de la branche de magnétisation R_f et X_m

On sait que

$$P_{10} = \frac{V_{10}^2}{R_f}$$

Donc
$$R_f = \frac{V_{10}^2}{P_{10}} = 25.6 \text{ k}\Omega$$

La Puissance apparente à vide est :

$$S_{10} = V_{10} I_{10} = 2400 \times 0.524 = 1258 \text{ W}$$

Puissance réactive à vide est :

$$Q_{10} = \frac{V_{10}^2}{X_m}$$

$$Q_{10} = \sqrt{S_{10}^2 - P_{10}^2} = 1237 \text{ VAR}$$

La réactance de magnétisation est :

$$X_m = 4656 \Omega$$

- **Test en court circuit**

On va calculer les paramètres de la branche de magnétisation r_{t1} et x_{t1}

$$r_{t1} = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = \frac{720}{20.833^2} = 1.664 \Omega$$

La réactance x_{t1} est :

$$X_{eq} = \sqrt{\frac{U_{1cc}^2}{I_{1cc}^2} - r_{t1}^2} = 2.055 \Omega$$

Exercice 5

Transformateur monophasé : 220 V/3000 V, 4000VA, 50 Hz

- Essai à vide :

$$U_{10} = 220 \text{ V.}$$

$$U_{20} = 3140 \text{ V, } I_{10} = 1 \text{ A, } P_{10} = 50 \text{ W,}$$

- Essai en CC:

$$U_{1c} = 12 \text{ V.}$$

$$I_{2cc} = 1,33 \text{ A} \quad P_{1cc} = 190 \text{ W.}$$

$$R_1 = 0,17\Omega.$$

Hypothèse de Kapp

1)

Fonctionnement nominal $I_2 = I_{2N}$.

- Charge résistive :

$$S_n = U_{2N} \cdot I_{2N}$$

$$\eta_1 = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\eta_1 = \frac{P_2}{P_2 + P_{fer} + P_{Cu}}$$

$$\eta_1 = \frac{U_{2N} I_{2N} \cos \varphi_2}{U_{2N} I_{2N} \cos \varphi_2 + P_{fer} + P_{Cu}}$$

$$U_{2N} = 3000 \text{ V.}$$

$$I_{2N} = \frac{S_{2N}}{U_{2N}} = 1,33 \text{ A} \quad ; \quad \cos \varphi_2 = 1$$

$$P_{fer} = 50 \text{ W} = P_{10}$$

$$P_{Cu} = r t_2 \cdot I_{2N}^2 = (r_2 + m^2 r_1) I_{2N}^2. \quad (\text{pertes joules})$$

$$m = \frac{U_{20}}{U_{10}} = \frac{3140}{220} = 14,27.$$

$$[-m \bar{U}_{1cc} = (r t_2 + j x_{t_2}) \bar{I}_{2cc}]$$

$$P_{1cc} = r t_2 \cdot I_{2cc}^2 \Rightarrow r t_2 = \frac{190}{(1,33)^2}.$$

$$r_{t_2} = \mathbf{107,4 \, \Omega}$$

$$P_{cu} = P_{1c} = 190 \text{ W.}$$

$$\eta_1 = \frac{3000 \times 1,33 \times 1}{3000 \times 1,33 \times 1 + 50 + 190}$$

$$\eta_1 = \mathbf{0,94.}$$

- Charge inductive

$$\eta_2 = \frac{U_{2N} I_{2N} \cos \varphi_2}{U_{2N} I_{2N} \cos \varphi_2 + P_{fer} + P_{Cu}}$$

$$\eta_2 = \frac{3000 \times 1,33 \times 0,6}{3000 \times 1,33 \times 0,6 + 50 + 190}$$

$$\eta_2 = \mathbf{0,90}$$

2)

$$r t_2 = 107,4 \Omega, \quad ; \quad X_{t_2} = \sqrt{\left(\frac{m U_{1cc}}{I_{2cc}}\right)^2 - r_{t_2}^2}$$

$$X_{t_2} = \mathbf{71 \Omega}$$

3)

Pour la chute de tension on va utiliser la formule vue dans le cours :

$$U_2 = (r t_2 \cos \varphi_2 + x t_2 \sin \varphi_2) I_{2N}$$

Avec $\cos \varphi_2$: facteur de puissance de la charge

- **Charge nominale inductive:**

On a toujours I_{2N} (puisque c'est une charge nominale)

$$\cos \varphi_2 = 0,92$$

Donc:

$$\Delta U_2 = (r t_2 \cos \varphi_2 + x t_2 \sin \varphi_2) I_{2N}$$

$$\Delta U_2 = \mathbf{169,16 \text{ V}}$$

$$\rightarrow \Delta u_2 = 100. \frac{\Delta U_2}{U_{20}} = \mathbf{5,38\%}$$

- **Charge nominale résistive:**

On applique la même formule de la chute de tension.

On a toujours I_{2N}

$$\cos \varphi_2 = 1 \text{ donc } \sin \varphi_2 = 0$$

$$U_2 = r t_2 I_{2n}$$

$$= 142,8 \text{ V}$$

$$\rightarrow \Delta u_2 = 100 \cdot \frac{\Delta U_2}{U_{20}} = 4,54\%$$

Exercise 6

Transformateur monophasé :

- à vide: $U_{10} = 220 \text{ V}$, $U_{20} = 130 \text{ V}$, 50 Hz .
- en CC: $U_{1cc} = 38 \text{ V}$, $I_{1cc} = 0,52 \text{ A}$, $P_{1cc} = 10 \text{ W}$.

1)

$$m = \frac{U_{20}}{U_{10}} = 0,59$$

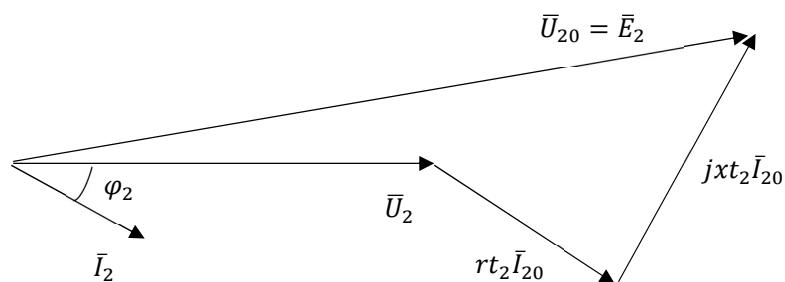
$$I_{2cc} = \frac{I_{1cc}}{m} = \frac{0,52}{0,59} = 0,88 \text{ A}$$

$$r_{t2} = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} = \frac{10}{(0,88)^2} = 12,9 \Omega$$

$$x_{t2} = \sqrt{\left(\frac{mU_{1cc}}{I_{2cc}}\right)^2 - r_{t2}^2} = 21,9 \Omega$$

2)

$$\cos \varphi_2 = \frac{P_2}{U_2 I_2} = 0,98 \rightarrow \varphi_2 = 8,83^\circ$$



$$\begin{aligned}
 U_{20} &= mU_1 \\
 \Delta U_2 &= (rt_2 \cos \varphi_2 + xt_2 \sin \varphi_2) I_2 \\
 &= (12,9 \times 0,98 + 21,9 \times 0,9) 0,88 \\
 &= \mathbf{14,7 \text{ V}} \\
 U_{20} &= \mathbf{129,7 \text{ V}} \\
 &\rightarrow \mathbf{U_1 = 219,8 \text{ V}}
 \end{aligned}$$

Exercice 7

Transformateur monophasé

10 kVA, 500/100 V, 60 Hz

$$rt_1 = 0,3 \, \Omega.$$

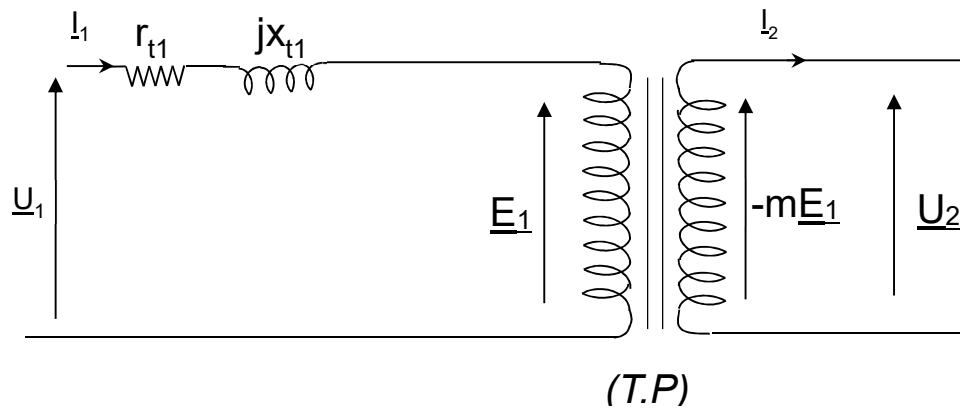
$$xt_1 = 5,2 \, \Omega.$$

En charge :

$$I_1 = 20 \text{ A}, \quad U_1 = 500 \text{ V}, \quad P_1 = 8 \text{ kW}.$$

1)

Schéma équivalent du transformateur ramené au primaire



2)

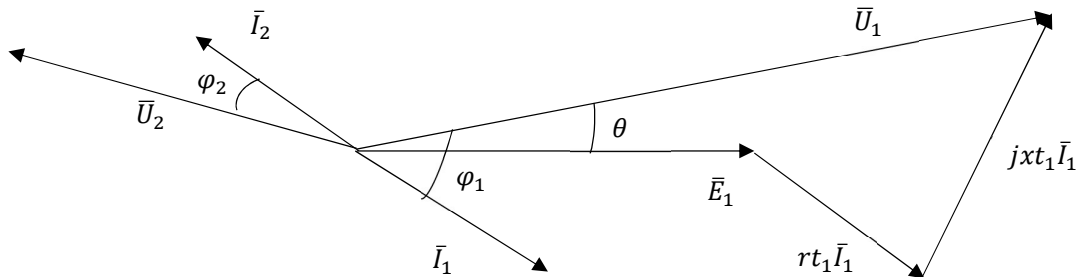
$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad \rightarrow \quad \cos \varphi_1 = 0,8$$

3)

$$\bar{U}_2 = \bar{E}_2 = -m\bar{E}_1 \quad ; \quad m = \frac{100}{500} = 0,2.$$

$$\bar{U}_1 = \bar{E}_1 + (rt_1 + jxt_1)\bar{I}_1$$

$$\bar{E}_1 = \bar{U}_1 - (rt_1 + jxt_1)\bar{I}_1$$



$$E_1 \cos \theta = U_1 - rt_1 \cos \varphi_1 I_1 - xt_1 \sin \varphi_1 I_1 = 432,8 \text{ V}$$

$$E_1 \sin \theta = rt_1 \sin \varphi_1 I_1 - xt_1 \cos \varphi_1 I_1 = -58,8 \text{ V}$$

$$|\theta| = \arctg\left(\frac{58,8}{432,8 \text{ V}}\right) = 7,73^\circ$$

θ : déphasage entre \bar{U}_1 et \bar{E}_1

$$\rightarrow E_1 = \sqrt{(E_1 \cos \theta)^2 + (E_1 \sin \theta)^2} = 436,7 \text{ V} \rightarrow U_2 = \mathbf{87,3 \text{ V}}$$

4)

D'après le diagramme on :

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_1 - \theta & \rightarrow & \varphi_1 = 36,8^\circ \\ \theta &= 7,73^\circ \\ \varphi_2 &= \mathbf{29,07^\circ} \\ \rightarrow \cos \varphi_2 &= \mathbf{0,87.} \end{aligned}$$

5)

$$\Delta U_1 = U_1 - E_1 = 500 - 436,7 = \mathbf{63.3 \text{ V}}$$

$$\rightarrow \Delta u_1 = \mathbf{12,6\%}$$

$$\left(\Delta u_1 = 100 * \frac{\Delta U_1}{U_1}\right)$$