Université Sultan Moulay Slimane
Faculté des Sciences et Techniques
Département : Génie Electrique

Travaux Dirigés
Electrotechnique / GE-GM /S4

Série 2

Chap2-Réseaux triphasés équilibrés

Correction

Exercice 1

1) Le système triphasé est équilibré, en conséquence N = N′ et les résistances sont toutes sous tension simple : V.

On écrit alors :$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{V}{3R}$

2) $I = \frac{V}{R}$

3) Dans le montage monophasé : $P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$

Dans le montage triphasé : $P = 3(3R \cdot I_1^2) = \frac{V^2}{R}$

4) Les deux installations sont donc équivalentes en terme de puissance transmise.

5) La densité de courant s'écrit : $\delta = \frac{I}{S}$, S étant la section du conducteur qui véhicule le courant I. À courant et à densité de courant fixés, on en déduit les sections des conducteurs dans les deux montages :

$$S_{mon} = \frac{I}{\delta} = \frac{V}{\delta R}$$

$$S_{tri} = \frac{I_1}{\delta} = \frac{V}{\delta 3R}$$

6) Le volume des conducteurs nécessaire vaut :

$$V_{mon} = 2S_{mon}.L = 2\frac{V\,.L}{\delta R} =$$

$$V_{tri} = 2S_{tri}.L = 3\frac{V\,.L}{\delta 3R} = \frac{V\,.L}{\delta R}$$

Il faut donc deux fois plus de cuivre pour alimenter une charge en monophasé qu'en triphasé.

7) En monophasé, en considérant que $V(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$, on écrit :

$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{2V^2 sin^2(\omega t)}{R}$$

8) En triphasé :

$$p(t) = \frac{V_1^2(t)}{3R} + \frac{V_2^2(t)}{3R} + \frac{V_3^2(t)}{3R}$$
$$= \frac{2V^2 sin^2(\omega t) + 2V^2 sin^2\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + 2V^2 sin^2\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)}{3R} = \frac{3(2V^2)}{3R} * \frac{1}{2}$$
$$= \frac{V^2}{R}$$

= la Puissance active

(On utilise les relation $sin^2(a) = \frac{1-cos}{2}$,

et $cos2\omega t + \cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + cos\left(2\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$)

9) En triphasé équilibré, la puissance instantanée est constante et égale à la puissance moyenne. Il n'y a pas de puissance fluctuante et c'est un avantage pour certains récepteurs électriques. Si on ajoute à ça qu'il faut deux fois moins de conducteurs électriques pour transmettre la même puissance qu'en monophasé, on comprend pourquoi tous les réseaux de distribution d'énergie électrique en alternatif sont triphasés.

Exercice 2

1) Les impédances sont câblées en triangle, c'est-à-dire conformément au schéma de la figure 1

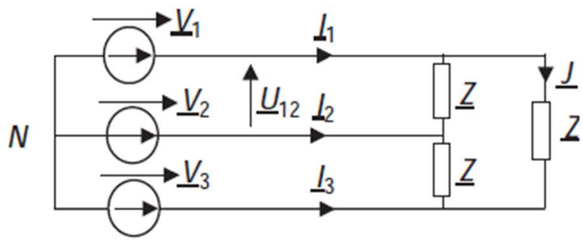

Figure 1

Le courant efficace qui traverse les trois impédances vaut :

$$J = \frac{U}{\sqrt{10^2 + 15^2}} = 22{,}2A$$

La puissance réactive est due à la partie active des trois impédances et peut s'écrire :

$$P_Z = 3 \times 10 \cdot J^2 = 14{,}77\ kW$$

La puissance réactive est due à la partie réactive des impédances.

$$Q_Z = 3 \times 15 \cdot J^2 = 22{,}13\ kVAR$$

2)

$$P_{total} = 6\ kW + 3 \times 5\ kW + P_Z = 35{,}77\ kW$$

3)

$$Q_{total} = 0\ VAR + 3 \times 5 \cdot 103 \times tan(Arcos(0{,}8)) + Q_Z = 33{,}38\ kVAR$$

4)

$$S_{total} = \sqrt{P_{total}^2 + Q_{total}^2} = 48{,}92\ kVA$$

$$S_{total} = 3 \cdot V \cdot I$$

$$I = \frac{S_{total}}{3V} = 70{,}9\ A$$

5) Le facteur de puissance s'écrit :

$$\cos\varphi = \frac{P_{total}}{S_{total}} = 0{,}73$$

Ce facteur de puissance est juste inférieur à la limite de 0,8 en dessous de laquelle les fournisseurs d'énergie électrique facturent des taxes aux utilisateurs.

6) Le tracé des différents vecteurs est représenté sur la figure 2.

7) Trois capacités C en étoile consomment la puissance réactive :

$$Q_c = -3\frac{V^2}{\frac{1}{C\omega}} = -3C\omega V^2$$

Pour obtenir un facteur de puissance unitaire, il faut que la puissance réactive totale de l'installation et des capacités soit nulle. On écrit donc :

$$Q_c = -3C\omega V^2 = -Q_{total} = -33{,}38\ kVAR$$

On en déduit :

$$C = \frac{33{,}38 * 1000}{\omega V^2} = 1{,}3\ mF$$

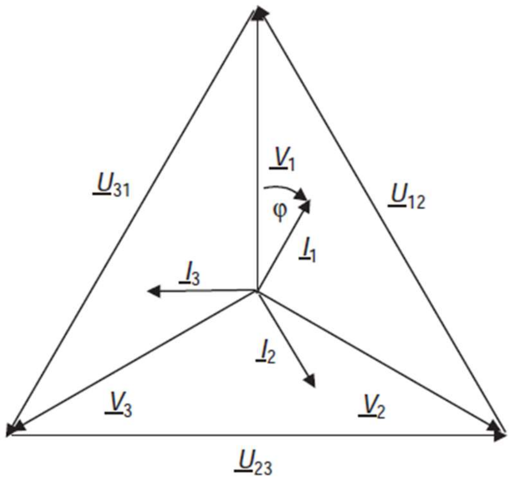

Figure 2

8) La puissance réactive totale étant nulle, l'installation est équivalente à trois résistances pures de même valeur R sur chaque phase.

Cette résistance, R, est telle que :

$$P_{total} = \frac{3V^2}{R} = 35{,}77\ kW$$

On en déduit :

$$R = 4{,}43\ \Omega$$

Exercice 3

1) La charge consomme la puissance active $P = 25\ kW$ avec un facteur de puissance:

$$cos\ \varphi\ =\ 0{,}7\ AR.$$

On calcule: $tan\ \varphi = +\ 1{,}02$

Cette charge consomme donc la puissance réactive positive (déphasage arrière = charge inductive = Q > 0) :

$$Q_{cha}\quad = P.tan\ \varphi = 25 \cdot 103 \times 1{,}02 =\ 25{,}5\ KVAR$$

Trois condensateurs de capacité C câblés en étoiles sont sous la tension $V = 230\ V$.

En conséquence ils consomment la puissance réactive : $Q_c =-\ 3 \cdot C\omega V^2$

Pour finir, les condensateurs ne modifiant pas la puissance active totale consommée par le système, l'ensemble charge + condensateurs va consommer la puissance réactive :

$$Q_{total} = P \cdot tan(Arccos(0{,}92)) \; = \; 10{,}64 \, kVAR$$

La relation entre ces différentes puissances réactives s'écrit :

$$Q_{total} = Q_{char} \quad + Q_c \text{ c'est-à-dire : } Q_{total} \; = \; Q - 3C\omega V^2$$

On en déduit :

$$C = \frac{Q - Q_{total}}{3\omega V^2} = 0{,}29 \, mF$$

2) Dans le cas des capacités C′, câblées en triangle, le calcul est le même sauf que les trois condensateurs sont sous la tension $U \; = \; \sqrt{3}\, V$. En conséquence, ils consomment la puissance réactive :

$$Q_{C'} = -3 \cdot C'\omega U^2 = -9 \cdot C'\omega V^2$$

La relation entre les différentes puissances réactives s'écrit ici :$Q_{total} = \; Q - 9 \cdot C'\omega V^2$

On en déduit :

$$C' = \frac{Q - Q_{total}}{9\omega V^2} = 99{,}4 \, \mu F$$

3) Dans le cas de trois capacités C″ câblées en triangle, le calcul est le même qu'à la question précédente. La différence est que le facteur de puissance de 0,92 AV signifie que le déphasage entre courants de ligne et tensions simples sera négatif.

En conséquence il faut écrire : $Q_{total} = \; P \cdot tan(- \; Arccos(0{,}92)) \; = - \; 10{,}64 \, kVAR$

La relation entre les différentes puissances réactives s'écrit toujours :

$$Qtotal = \; Q - \; 9C''\omega V^2$$

Et on en déduit :

$$C'' = \frac{Q - Q_{total}}{9\omega V^2} = 0{,}24 \, mF$$

4) Il est clair que, pour assurer la même valeur du $cos\varphi$, la solution 2 permet le choix de condensateurs de moindres capacités, donc plus petits et moins chers. En câblant les condensateurs en triangle on gagne un facteur 3 sur la puissance réactive produite et donc sur la valeur de la capacité nécessaire. En choisissant un $cos\varphi$ Avant comme objectif, on surdimensionnerait les condensateurs de manière tout à fait inutile.

Exercice 4

1) Cette question, très classique, consiste simplement à représenter dans le plan complexe les seules grandeurs intéressantes relatives aux tensions du système triphasé : Les valeurs efficaces et les déphasages. On représente le schéma attendu sur la figure 3.

Le choix de représentation des tensions composées sous la forme d'un triangle est à retenir puisque beaucoup plus facile à mettre en œuvre qu'en choisissant le centre du repère comme origine des vecteurs.

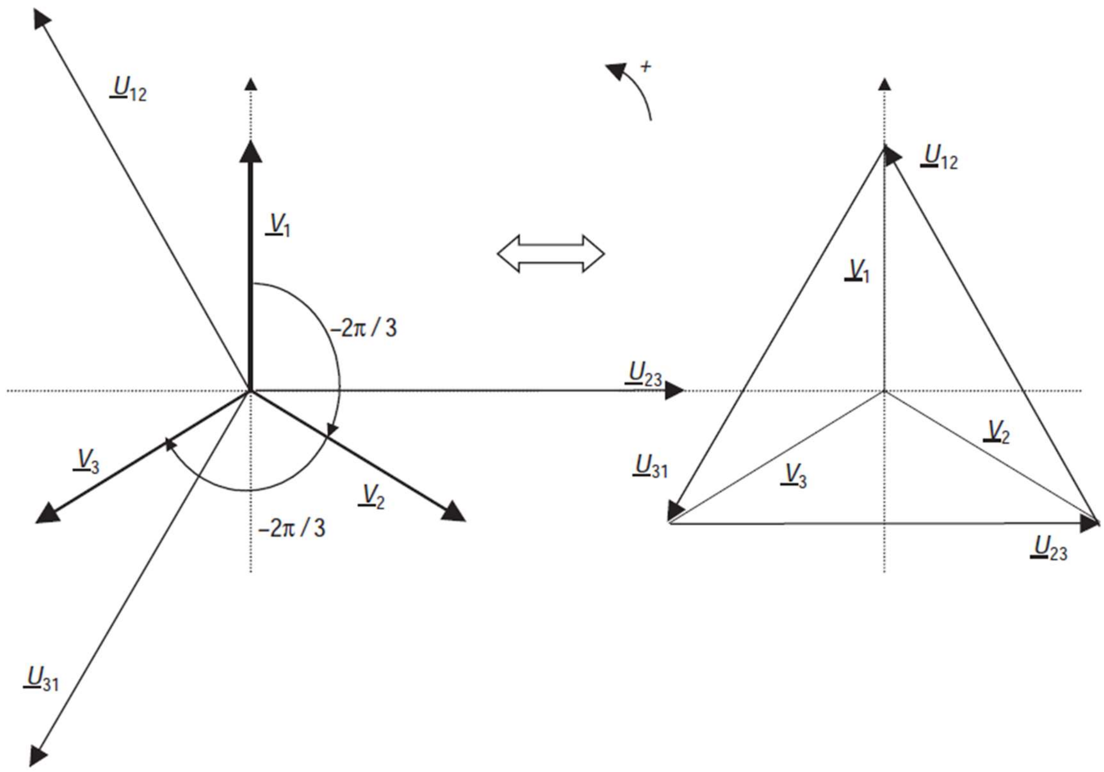

Figure 3

2) Le calcul de puissance ici est très aisé étant donné que chaque résistance est sous la tension simple V :

$$P_R = 3\,\frac{V^2}{R}$$

Application numérique : $R = 19{,}83\ \Omega$

3) Étant donné que les charges quelconques sont globalement équilibrées, chaque phase consomme un tiers de la puissance totale, qu'elle soit active ou réactive.

Ainsi :

$$P_{M\_phase} = \frac{40\ kW}{3} = 13{,}33\ kW$$

$$Q_{M\_phase} = \frac{40\ kVAR}{3} = 13{,}33\ kVAR$$

Application numérique : $R_p = 3{,}93\Omega$ et $L_p = 12{,}6\text{mH}$ avec $V = 230\ \text{V}$ et $\omega = 2\pi.50$

4) Il suffit ici d'utiliser les résultats obtenus dans la première partie mais avec les puissances par phase des charges quelconques :

$$R_p = \frac{V^2}{P_{\text{M\_phase}}} \quad \text{et} \quad L_p = \frac{V^2}{Q_{\text{M \_phase}} \cdot \omega}$$

5) Le schéma équivalent monophasé obtenu est celui représenté sur la figure 4.

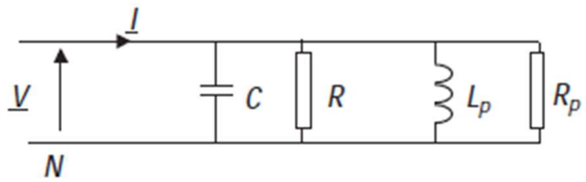

Figure 4

Il est possible de représenter ce schéma à partir du moment où la charge globale du système est équilibrée, ce qui est le cas ici. Il suffit dans ce cas de travailler sur une maille entre phase et neutre. Par ailleurs, que le système soit à neutre relié ou pas importe peu puisque dans les deux cas le courant dans le neutre est nul. Ainsi, pour faciliter l'étude on représentera toujours le schéma équivalent avec retour par le neutre, comme s'il était relié.

6) Il suffit ici de composer la résistance équivalente à l'association parallèle $R//R_p$.

La valeur de cette résistance est : $R_{eq} = R\ //\ R_p = \frac{R \cdot R_p}{R + R_p} = 3{,}30\Omega$

Le schéma équivalent se ramène alors à celui représenté sur la figure 5.

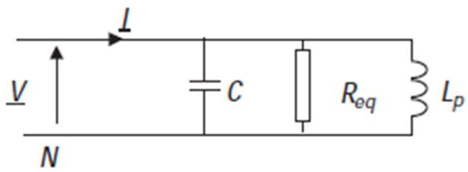

Figure 5

7) L'important dans cette question est de ne pas se tromper sur le sens des déphasages entre les courants et la tension $\underline{V}$.

Il suffit, pour faire simple, d'écrire la relation courant/tension sous forme complexe des composants :

$\underline{I}_R = \frac{\underline{V}}{R_{eq}}$ donc$\underline{I}_R$ est en phase avec $\underline{V}$.

$$\underline{I_C} = j \cdot C \cdot \omega \cdot \underline{V}$$

donc $\bar{I}_C$ est déphasé d'un angle $+\frac{\pi}{2}$ dans le plan complexe par rapport à $\underline{V}$.

$$\underline{I_{Lp}} = \frac{\underline{V}}{jL_p \cdot \omega}$$

donc $\underline{I_{Lp}}$ est déphasé d'un angle $\frac{-\pi}{2}$ dans le plan complexe par rapport à $\underline{V}$.

Le diagramme vectoriel demandé est donc conforme à celui de la figure 6.

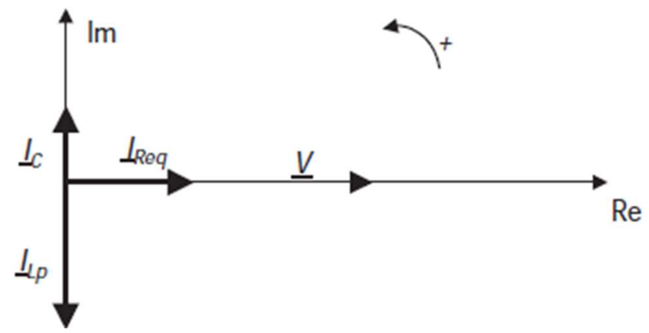

Figure 6

8) On a représenté, sur la figure 7 la somme des trois courants, c'est-à-dire le courant $\underline{I}$.

On notera l'angle φ comme étant le déphasage de $\underline{I}$ vers $\underline{V} \cdot \underline{I}$ est volontairement présenté en retard par rapport à $\underline{V}$.

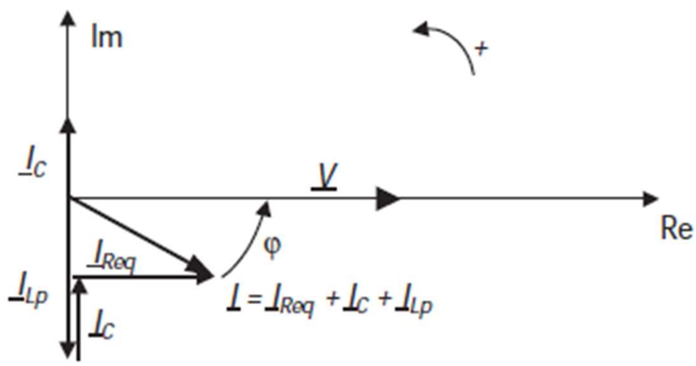

Figure 7

Pour obtenir un facteur de puissance global de 0,9 AR, il faut que I soit déphasé en arrière d'un angle φ = Arccos(0,9). Connaissant φ, il suffit d'écrire :

$$\tan(\varphi) = \frac{I_{Lp} - I_C}{I_{\text{Req}}} = \frac{\dfrac{V}{L_p \cdot \omega} - C\omega V}{\dfrac{V}{R_{eq}}}$$

C'est-à-dire : $C = \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{L_p \cdot \omega} - \frac{\tan(\varphi)}{R_{eq}}\right)$

Application numérique : $C = 337\mu\text{F}$

9) Il est visible, sur le graphe de la figure 7 que : $I_{\text{Req}} = \text{I} \cdot \cos(\varphi)$

avec :

$$I_{\text{Req}} = \frac{V}{R_{eq}} \text{ et } \cos(\varphi) = 0{,}9$$

donc : $I_1 = I = \frac{V}{R_{eq} \cdot \cos(\varphi)}$

Application numérique : $\text{I} = 77{,}4 \text{ A}$

10) La batterie de condensateurs placée en parallèle sur l'installation permet de compenser les effets inductifs que présente la charge quelconque. En absorbant un courant opposé à celui absorbé par les inductances équivalentes, les condensateurs permettent de relever de façon significative le facteur de puissance de l'installation.

En définitive, ces condensateurs sont tout simplement là pour faire de la compensation d'énergie réactive.

11) On aborde à présent la partie «bilans de puissances» qui permet en général de résoudre les problèmes beaucoup plus facilement que par la construction de schémas équivalents et de diagrammes de Fresnel.

D'après le Théorème de Boucherot : «la puissance active totale consommée par un ensemble de charges est égale à la somme des puissances actives individuelles de chaque charge».

Ici, il suffit d'écrire : $P_{\text{tot}} = P_R + P_M = 8 \text{ kW} + 40 \text{ kW} = 48 \text{ kW}$

12) D'après le Théorème de Boucherot: «la puissance réactive totale consommée par un ensemble de charges est égale à la somme des puissances réactives individuelles de chaque charge ».

Ici, il suffit d'écrire : $Q_{\text{tot}} = Q_R + Q_M = 0 + 40\text{kVAR} = 40\text{kVAR}$

13) Les trois condensateurs sont câblés en étoile, c'est-à-dire qu'ils sont placés sous tension simple : V.

La puissance réactive totale qu'ils fournissent est : $Q_C = -3 \cdot C\omega \cdot V^2$

Pour s'en convaincre, il suffit d'appliquer, par phase, la formule générale de la puissance réactive en alternatif sinusoïdal :

$$Q = VIsin(\varphi) = VC\omega Vsin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -C\omega V^2$$

14) On peut ici, et c'est peut-être le plus simple, utiliser le fait que de façon générale :

$$Q = P \cdot \tan(\varphi)$$

Si on ne place pas les condensateurs : $Q = Q_{\text{tot}}$ et $P = P_{\text{tot}}$

Avec les condensateurs :

$$Q = Q_{\text{tot}} - 3 \cdot C\omega \cdot V^2 = P_{\text{tot}} \cdot \tan(\varphi)$$

Et $P = P_{\text{tot}}$ est inchangé.

Comme : $\tan(\varphi) = \tan(\text{Arc}\cos(0{,}9)) = 0{,}484$,

on trouve :

$$C = \frac{1}{3\omega \cdot V^2}(-P_{\text{tot}} \cdot \tan(\varphi) + Q_{\text{tot}})$$

Application numérique : $C = 336\mu\text{F}$

15) La valeur du courant de ligne est très facile à trouver en écrivant : $P_{\text{tot}} = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos(\varphi)$

$$\Rightarrow I = \frac{P_{\text{tot}}}{3 \cdot V \cdot \cos(\varphi)}$$

Application numérique : $I = 77{,}3\ \text{A}$

16) Il faut à présent se poser la question : quelle est la puissance réactive totale fournie par trois condensateurs montés en triangle. La figure 8 présente les montages triangle/étoile de trois condensateurs de même valeur : C.

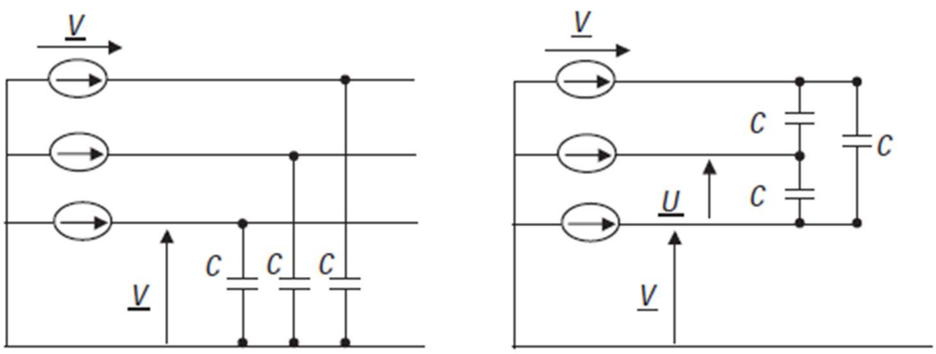

Figure 8

En étoile : $Q_C = -3 \cdot C\omega \cdot V^2$. En triangle : $Q_C = -3 \cdot C\omega \cdot U^2 = -9 \cdot C\omega \cdot V^2$

Ainsi, pour fournir la même puissance réactive, il aurait suffi de disposer en triangle 3 condensateurs de valeur $C' = \frac{C}{3} = 112\mu\text{F}$