Université Sultan Moulay Slimane
Faculté des Sciences et Techniques
Département : Génie Electrique

Travaux Dirigés
Electrotechnique (GE-GM /S4)

Série 3

Chap3-Circuits magnétiques

Correction

Exercice 1

1. La longueur moyenne du circuit est :

$$l = 2 \cdot (12 + 9) = 0.42 \text{ m}$$

2. La section du circuit est :

$$S = (3 \times 4)\text{cm}^2 = 0.0012 \text{ m}^2$$

3. La réluctance du circuit est :

$$\Re = \frac{l}{\mu S} = \frac{0.42}{3000(4\pi \times 10^{-7})0.0012} = 92840\text{At/Wb}$$

4. Le flux magnétique est :

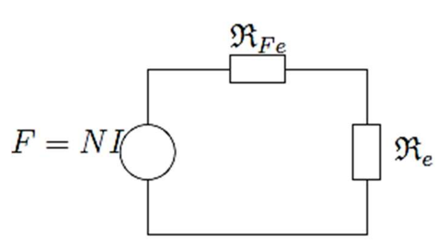
$$\emptyset = \frac{NI}{\Re} = \frac{120}{92840} = 1.29 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

5. La densité de flux est:

$$B = \frac{\emptyset}{S} = \frac{1.29 \times 10^{-3}}{0.0012} = 1.075 \text{ T}$$

Exercice 2

Le circuit équivalent est :



1- La longueur moyenne du circuit est :

$$l = 2 \cdot (11 + 16) = 0.54 \text{ m}$$

2- La section du circuit est :

$$S = (4 \times 4)\text{cm}^2 = 0.0016 \text{ m}^2$$

3- La réluctance du fer est :

$$\Re_{Fe} = \frac{l}{\mu S} = \frac{0.54}{2500(4\pi \times 10^{-7})0.0016} = 107430\text{At/Wb}$$

4- La réluctance de l'entrefer est :

$$\Re_e = \frac{l_e}{\mu_0 S_e} = \frac{0.005}{(4\pi \times 10^{-7})0.0016} = 2486740\text{At/Wb}$$

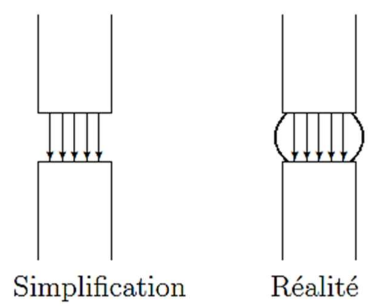
5- Le flux magnétique est :

$$\emptyset = \frac{NI}{\Re_{eq}} = \frac{NI}{\Re_{Fe} + \Re_e} = \frac{250 \times 2}{107430 + 248680} = 1.927 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

6- La densité de flux est:

$$B = \frac{\emptyset}{S} = \frac{1.927 \times 10^{-4}}{0.0016} = 0.12 \text{ T}$$

REMARQUE : On suppose que le champ magnétique est droit dans l'entrefer, ce qui n'est pas le cas en réalité. Ceci augmente la largeur effective de l'entrefer ($S_{\text{enterfer}} > S$). On nomme aussi ce phénomène l'effet de frange.



Exercice 3

1- La réluctance du circuit est :

$$\Re = \frac{l}{\mu S} = \frac{0.34}{(2500)(4\pi \times 10^{-7})(0.0004)} = 270563\text{At/Wb}$$

2- L'inductance est :

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = \frac{100^2}{270563} = 37\text{mH}$$

3- La réluctance du noyau est la somme des réluctances (celle du noyau de fer et celle de l'entrefer).

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_{Fe} + \mathfrak{R}_e$$

On a :

$$\mathfrak{R}_e = \frac{l_e}{\mu_0 S} = \frac{0.001}{(4\pi \times 10^{-7})(0.0004)} = 1.989 \times 10^6 \text{At/Wb}$$

4- L'inductance est :

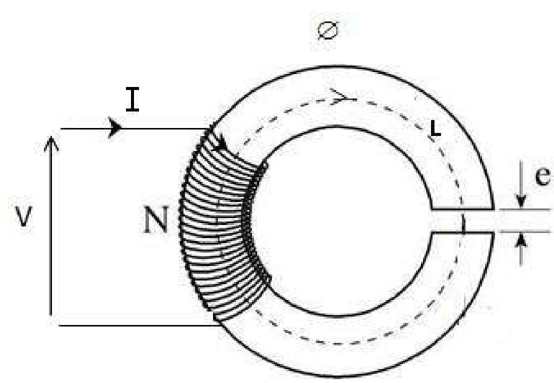
$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_{Fe} + \mathfrak{R}_e} = \frac{100^2}{270563 + 1.989 \times 10^6} = 4.42\text{mH}$$

REMARQUE : On a supposé que tout le flux produit par la bobine demeure dans le noyau. En réalité, une petite partie du flux s'échappe du noyau, qu'on nomme le flux de fuite $(\emptyset_f)$. Donc l'inductance est :

$$L = \frac{\emptyset_T}{I} = \frac{N(\emptyset + \emptyset_f)}{I} = \underbrace{\frac{N\emptyset}{I}}_{L_m} + \underbrace{\frac{N\emptyset_f}{I}}_{L_f}$$

où L_m est l'inductance magnétisante, et L_f est l'inductance de fuite.

Exercice 4



$$l = 0{,}75 \text{ m}.$$
$$e = 0{,}5 \text{ mm}.$$
$$S = 25 \text{ cm}^2.$$
$$n = 120 \text{ sp}.$$

1)

I =?

Théorème d'Ampère

$$\oint_l \vec{H} \cdot \vec{dl} = \sum nI.$$
$$\Rightarrow H_{fer} \cdot l_{fer} + H_e \cdot e = nI.$$
$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = cte$$

$$B_e S_e = B_{fer} S_{fer}$$

$$B_e = B_{fer} = 1{,}4T$$

$$\Rightarrow \quad H_{fer} = 1400 \text{ A/m}.$$

$$H_e = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1{,}4}{4\pi 10^{-7}} = 1114.10^3 \text{ A/m}$$

On a $H_{fer} \cdot l_{fer} + H_e \cdot e = nI$

$$1400 \cdot 0{,}75 + 111410^3 \cdot 0,510^{-3} = 1280 \cdot I$$

$$I = \frac{1050 + 1114 \times 0{,}5}{120} = 13{,}39 \text{ A}.$$

2)

$$nI = H_{fer} l_{fer} + H_e \cdot e$$

$$B_e = B_{fer} = \mu_0 H_e$$

$$I = 4 \text{ A} \Rightarrow nI = 480 \text{ At}$$

$H(A/m)$	10	100	150	250	520	1400
$B(T)$	0,04	0,4	0,8	1	1,2	1,4
$H_{fer\cdot} \cdot l_{\text{fer}}$	7,5	75	112,5	187,5	390	1050
$H_e \cdot e$	15,88	158,8	317,6	397	476,4	555,8

$H(A/m)$	10	100	150	250	520	1400
nI	23,38	233,8	430,1	584,5	866,4	1605,8

$$nI = H_e \cdot e + H_{fer.} \cdot l_{\text{fer}}$$

$$H_e.\text{e} = \frac{B}{\mu_0} \cdot e = B \cdot \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}}{4\pi 10^{-7}}$$

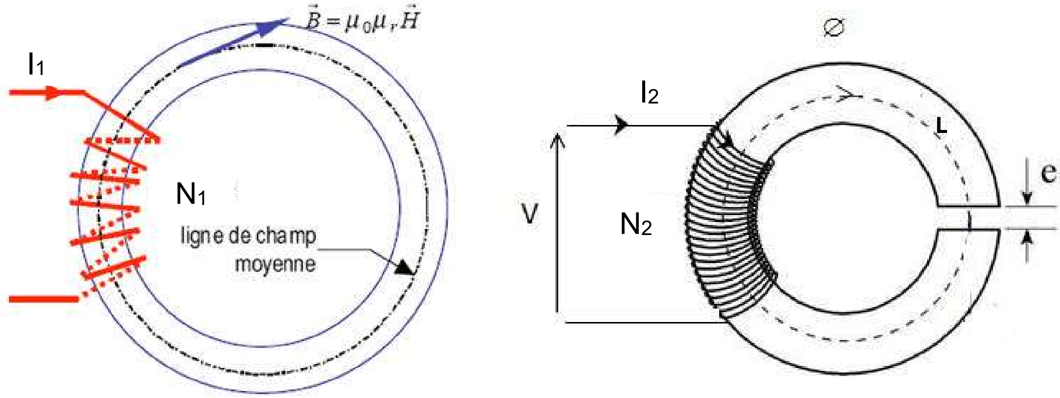
$$H_e \cdot e = B * 0{,}0397.10^4 = B * 397$$

Construction: $B = 0{,}9T$

$$\Phi_T = B \cdot S = 0{,}9 \times 25.10^{-4}$$

$$\Phi = 22,5.10^{-4}\ \text{Wb}$$

Exercice 5



$$\begin{aligned} S &= 25\ \text{cm}^2 \\ l &= 40\ \text{cm.} \\ N &= 200\text{sp.} \\ e &= 2{,}5\ \text{mm.} \end{aligned}$$

$$1/\mu_0 = 8.10^5$$

$0{,}1T \to 25\ \text{A/m}$ $\quad$ $0{,}15T \to \text{H}$ $\quad$ $H = 37{,}5\ \text{A/m}$

1)

1.1)

$$B = 0{,}15T$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI_1 = \mathrm{H} \cdot l$$

$$37{,}5 \cdot 40.10^{-2} = 200 \cdot I_1.$$

$$I_1 = 75 \text{ mA}.$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI_2 \rightarrow H_{fer} \cdot l_{fer} + H_e \cdot e = NI_2$$

$$H_e = \frac{B}{\mu_0}.$$

$$H_{fer} = 37{,}5 \text{ A/m}$$

$$37{,}5 \cdot 40 \cdot 10^{-2} + 8.10^5 \cdot 0{,}15 \cdot 2,510^{-3} = 200 \cdot I_2$$

$$I_2 = \frac{37{,}5 \times 0{,}4 + 8 \times 0{,}15 \times 2{,}5 \times 10^2}{200}$$

$$I_2 = 1{,}575 \text{ A}$$

1.2)

$$NI = R.\Phi$$

$$R_1 = \frac{N \cdot I_1}{\Phi_1}$$

$$R_1 = \frac{200 \times 75.10^{-3}}{0{,}15 \times 25.10^{-4}}$$

$$R_2 = \frac{NI_2}{\Phi_1}$$

$$R_2 = \frac{200 \times 1{,}575}{0{,}15 \times 25.10^{-4}}$$

$$R_1 = 4 \cdot 10^4 \mathrm{H}^{-1}$$
$$R_2 = 84 \cdot 10^4 \mathrm{H}^{-1}$$

1.3)

$$L_2 = \frac{N^2}{R_2} = 0{,}0476 \mathrm{H}$$

$$L_1 = \frac{N^2}{Q_1} = 1 \mathrm{H}.$$

bobine sans entrefer.

2)

2-1) $I_1 = 37{,}5$ mA.

$$\begin{aligned} Hl &= NI_1 \\ \Rightarrow\ H &= \frac{200 \times 37,5\ 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-2}} = 18{,}75\ \text{A/m.} \end{aligned}$$

toujours partie linéaire de la courbe

$$0{,}1\ \text{T} \longrightarrow 25\ \text{A/m}$$
$$B \longrightarrow 18{,}75\ \text{A/m.}$$
$$B = \frac{0{,}1 \times 18{,}75}{25} \equiv 0{,}075\ \text{T.}$$
$$B = \mu_0 \mu_{r.} H. \Rightarrow \mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{0{,}075 \times 810^5}{18{,}75}$$
$$\mu_r = 3200$$

- $I_2 = 0{,}7875$ A

$$H_{fer} l_{fer} + H_e \cdot e = NI_2.$$
$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad B_{fer} \cdot S_{\text{fer}} = B_e \cdot S_e$$
$$\rightarrow\ B_{fer} = B_e$$
$$B_{fer} = \mu_0 H_e$$

$$H_{fer} l_{fer} + \frac{B_{fer}}{\mu_0} \cdot e = NI_2 = 151{,}56\ \text{A/m}$$

$B(T)$	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35
$H(A/M)$	25	50	75	125	250
$H \cdot l$	10	20	30	50	100
$B \cdot \frac{e}{\mu_0}$	200	400	560	600	700
N.I	210	420	530	650	800

B= $0{,}1 \longrightarrow \text{NI} = 210 \qquad B\ ? \longrightarrow \text{NI} = 151$

$$\rightarrow B = 0{,}072T$$

$$B = 0{,}072T \qquad \rightarrow \qquad H = \frac{0{,}072 \times 25}{0{,}2} = 18\ \text{A}$$

$$B = \mu_0 \mu_r \cdot H \quad \rightarrow \quad \mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$$

$$\mu_r = \frac{0{,}072 \times 8.10^5}{18}$$

$$\mu_r = 3200$$

2.2)

$$L'_1 = \frac{N^2}{R'_1} \qquad\qquad R'_1 = \frac{NI'_1}{\Phi'_1}$$

$$R'_1 = \frac{200 \times 37{,}510^{-3}}{0{,}075 \cdot 25.10^{-4}}$$

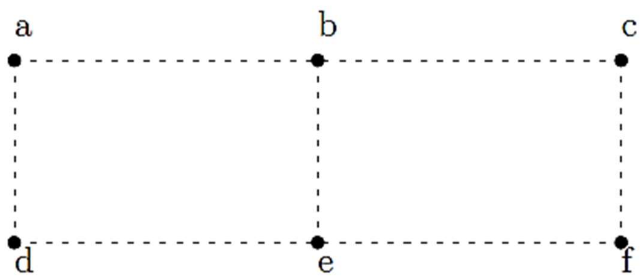
$$R'_1 = 40 \cdot 000 \cdot H^{-1}$$

$$L'_1 = 1\mathrm{H} \qquad\qquad R'_2 = \frac{200 \times 0{,}7875}{0{,}072 \cdot 25.10^{-4}}$$

$$L'_2 = 0{,}0457\mathrm{H} \qquad\qquad R'_2 = 87{,}510^4 \ \mathrm{H}$$

Exercice 6

On commence par calculer les sections et longueurs correspondantes.



Section b - $a - d - e$

$$\begin{aligned} S_1 &= 0.05 \times 0.04 = 0.002 \ \mathrm{m}^2 \\ l_1 &= (2)(0.01) + 2(0.14) + 2(0.025) + 0.15 = 0.50 \ \mathrm{m} \end{aligned}$$

Section $b - e$

$$\begin{aligned} S_2 &= 0.02 \times 0.04 = 0.0008 \ \mathrm{m}^2 \\ l_2 &= 0.02 - 0.05 = 0.15 \ \mathrm{m} \end{aligned}$$

Section b-c-f-e

$$
\begin{aligned}
S_3 &= 0.05 \times 0.04 = 0.002 \text{ m}^2 \\
l_3 &= (2)(0.01) + 2(0.14) + 2(0.025) + 0.15 = 0.50 \text{ m}
\end{aligned}
$$

Puisqu'on connait le flux dans la section $b-c-f-e$, on peut calculer la densité de flux :

$$B_3 = \frac{\varphi_3}{S_3} = \frac{0.0014}{0.002} = 0.7 \text{ Wb/m}^2$$

Donc $H_3 = \frac{B_3}{\mu_r \mu_0} \approx 100 \text{ At/m.}$

La chute de potentiel au point b-e doit être la même que dans la section $b-c-f-e$

$$\varphi_2 \Re_2 = \varphi_3 \Re_3$$

ou plutôt (puisque la réluctance n'est pas linéaire) :

$$H_2 l_2 = H_3 l_3$$

On peut donc trouver le champ magnétique dans la section 2 :

$$H_2 = \frac{H_3 l_3}{l_2} = 326.67 \text{At/m}$$

ce qui correspond à une densité de flux de $B_2 \approx 1.18$ T. On peut maintenant trouver le flux dans la section 2 ,

$$\varphi_2 = B_2 S_2 = 0.00094 \text{ Wb}$$

Le flux dans la section 1 est la somme des flux des sections 2 et 3 ,

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \varphi_3 = 0.00234 \text{ Wb}$$

La densité de flux dans la section 1 est:

$$B_1 = \frac{\varphi_1}{S_1} = 1.17 \text{ T}$$

ce qui correspond à un champ magnétique de $H \approx 290 \text{At/m}$.

La force magnétomotrice est donc :

$$\mathfrak{F} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 191.1 \text{At}$$

Exercice 7

a) La « fibre moyenne » est la ligne d'induction « moyenne ».

Dans un circuit magnétique, le champ d'induction n'est pas uniforme. (La longueur des lignes d'induction les plus proches du centre est plus courte et donc le théorème d'Ampère montre que la valeur du champ y est plus élevée que sur les lignes d'induction les plus éloignées du centre).

Pour effectuer un calcul simple sans trop d'erreur, on applique le théorème d'Ampère sur une ligne d'induction « moyenne » (à mi-chemin entre les lignes d'induction les plus longues et les lignes d'induction les plus courtes). Ensuite, on considère que le champ d'induction est uniforme sur une « section droite » (section du circuit magnétique perpendiculaire aux lignes d'induction).

De cette façon, on obtient généralement un résultat assez proche de la réalité sans faire appel à des calculs compliqués.

b) Par l'application du Théorème d'Ampère sur la fibre moyenne, on obtient :

$$N_1 \cdot i_1 = H_{\text{fer}} \cdot \ell$$

On suppose le champ d'induction uniforme sur une section droite. Par l'application de la loi de conservation du flux, on obtient : $\varphi = B_{fer} S$. (On néglige les phénomènes liés à la présence des angles du circuit magnétique)

On en déduit :

$$N_1 \cdot i_1 = \frac{B}{\mu} \cdot \ell \Rightarrow B \approx \frac{N_1 \cdot i_1}{\left(\frac{\ell}{\mu}\right)} \Rightarrow \varphi = B \cdot S \approx \frac{N_1 \cdot i_1}{\left(\frac{\ell}{\mu}\right)} \cdot S$$

Le flux «total» dans le bobinage (supposé sans fuites) est :

$$\phi_1 = N_1 \cdot \varphi = \frac{N_1^2 \cdot S}{\left(\frac{\ell}{\mu}\right)} \cdot i_1.$$

On en déduit l'inductance du dipôle:

$$L_1 = \frac{\phi_1}{i_1} = \frac{N_1^2 \cdot S}{\left(\frac{\ell}{\mu}\right)}$$

Remarque :

$$L_1 = \frac{\phi_1}{i_1} = \frac{N_1^2}{\left(\frac{\ell}{\mu . s}\right)} = \frac{N_1{}^2}{(\Re_{fer})}$$

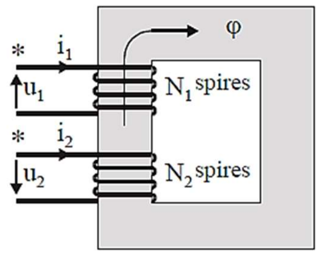
c)

$$u_1(t) = r_1 \cdot i_1(t) + \frac{d\big(\phi_1(t)\big)}{dt} = r_1 \cdot i_1(t) + N_1 \cdot \frac{d\big(\varphi(t)\big)}{dt}$$

$$= r_1 \cdot i_1(t) + \frac{d(L_1 \cdot i_1(t))}{dt} = r_1 \cdot i_1(t) + L_1 \cdot \frac{d(i_1(t))}{dt}$$

d)

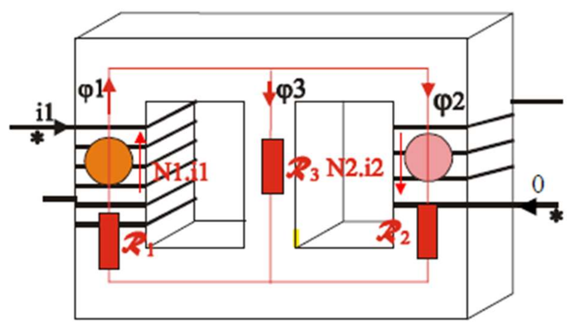
$$M = \frac{\phi_2}{i_1}\bigg|_{\text{lorsque } i2=0} = \frac{N_2 \cdot \varphi}{i_1}\bigg|_{\text{lorsque } i2=0} = \frac{N_1 \cdot N_2}{\left(\frac{\ell}{\mu \cdot S}\right)} = \frac{N_1 \cdot N_2}{(\Re_{\text{fer}})}$$



Exercice 8

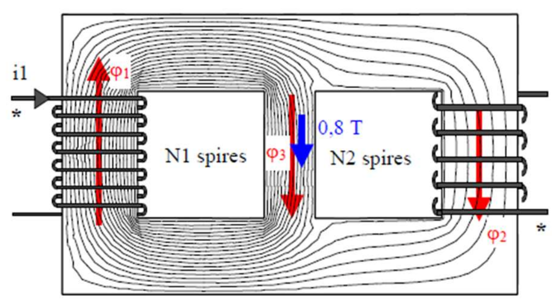
1) Voir le schéma ci-contre.

$$\Re_1 = \Re_2 = \frac{\ell_1}{\mu_o \cdot \mu_r \cdot S_1} = 497.10^3\ SI$$
$$\Re_3 = \frac{\ell_3}{\mu_o \cdot \mu_r \cdot S_3} = 248.10^3\ SI$$



2)

$B_3 = 0{,}8$ T
$\Rightarrow \varphi_3 = 0{,}8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ Wb



On peut utiliser les relations des réseaux électriques linéaires :

Pont diviseur de courant :

$$\varphi_1 = \varphi_3 \cdot \frac{\Re_2 + \Re_3}{\Re_2} = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

Dipôles en série et en parallèle :

$$N_1 \cdot i_1 = \varphi_1 \cdot [(\Re_2 // \Re_3) + \Re_1] = \varphi_1 \cdot [(\Re_2{}^{-1} + \Re_3{}^{-1})^{-1} + \Re_1] = 159\ \text{A}$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{159}{240} = 0{,}663\ \text{A}$$

3)

$$L_1 = \frac{\phi_1}{i_1}\bigg|_{\text{lorsque } i2=0} = \frac{N_1 \cdot \varphi_1}{i_1} = \frac{240 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-4}}{0{,}663} = 87\text{mH}$$

4)

$$M = \frac{\phi_2}{i_1}\bigg|_{\text{lorsque } i2=0} = \frac{N_2 \cdot \varphi_2}{i_1} = \frac{50 \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-4}}{0{,}663} = 6{,}03\text{mH}$$