Université Sultan Moulay Slimane
Faculté des Sciences et Techniques
Département : Génie Electrique

Travaux Dirigés
Electrotechnique
GE-GM /S4

Série 1

Chap1-Réseau alternatif monophasé

Correction

Exercice 1

1) L'impédance du circuit est :

$$\bar{Z} = R + j(L\omega - \frac{1}{c\omega})$$

2) La réactance du circuit est :

$$X = (L\omega - \frac{1}{c\omega})$$

3)

$$P = RI^2$$

$$Q = XI^2$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{R^2 + X^2}\, I^2$$

4) A la résonance :

$$Q = 0\ VAR$$

5) A la résonance

$$X = 0$$

$$L\omega - \frac{1}{c\omega}$$

Donc $$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Exercice 2

Les deux moteurs absorbent une puissance :

$P_l = UI_1 \cos\varphi_1 = 230 \times 5 \times 0{,}8$ $\qquad$ $P_2 = UI_2 \cos\varphi_2 = 230 \times 10 \times 0{,}7$

Soit P_I=920 W soit P_2 = 1610W

DIPOLES	PUISSANCE ACTIVE (W)	PUISSANCE REACTIVE (var)
D1 (M1)	920	920 $\tan\varphi_1$ = 690
D2 (M2)	1610	1610 $\tan\varphi_2$ = 1642
INSTALLATION	P = 2530	Q = 2332

Les deux dipôles étant inductifs, leurs puissances réactives sont positives.

La puissance apparente est égale à :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{2530^2 + 2332^2} \text{ soit } S = 3441\ VA$$

D'ou $I = \frac{S}{U}$ soit I = 14,9A avec $cos\varphi = \frac{P}{S}$ soit cosφ = 0,73

Soit un angle de +42,67°

Exercice 3

1)

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11{,}5\ A$$

2)

$$I_2 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + (L \cdot \omega)^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2}} = 19{,}5\ A$$

3) Impossible ici d'ajouter les valeurs efficaces calculées. Il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente :

$$R_1//(R_2 + jL\omega) = \frac{20 \cdot \left(10 + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)\right)}{(20 + 10) + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)} = \frac{200 + j \cdot 125{,}6}{300 + j \cdot 6{,}28}$$

On en déduit :

$$I = \frac{V}{|R_1//(R_2 + jL\omega)|} = \frac{230}{\frac{\sqrt{200^2 + 125,6^2}}{\sqrt{30^2 + 6,28^2}}} = 29{,}85 \text{ A}$$

4)

$$P = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 20 \times 11,5^2 + 10 \times 19,5^2 = 6{,}44 \text{ kW}$$

$$Q = L\omega \cdot I_2^2 = 20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi \times 19,5^2 = 2{,}39\text{kVAR}$$

D'où

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6{,}86\text{kVA}$$

5)

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0{,}93$$

Exercice 4

1)

$$I = \frac{V}{\sqrt{20^2 + (10-5)^2}} = \frac{100}{20{,}61} = 4{,}85 \text{ A}$$

2)

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{20 + j\cdot 5} \Rightarrow \text{Arg(I)} = 0 - \text{Arg}(20 + j\cdot 5) = -\text{Arctan}\left(\frac{5}{20}\right) = -14° = -0{,}245\text{rad}$$

Il est alors immédiat de revenir aux formes temporelles des grandeurs:

$$v(t) = 100\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(2\pi\cdot 50\cdot t)$$

et $i(t) = 4{,}85\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(2\pi\cdot 50\cdot t - 0{,}245)$

3) La loi de maille s'écrit : $\underline{V} = j\cdot 10\cdot\underline{I} + j(-5)\cdot\underline{I} + 20\cdot\underline{I}$

4) Le diagramme de Fresnel correspondant à cette maille est représenté sur la figure 1.

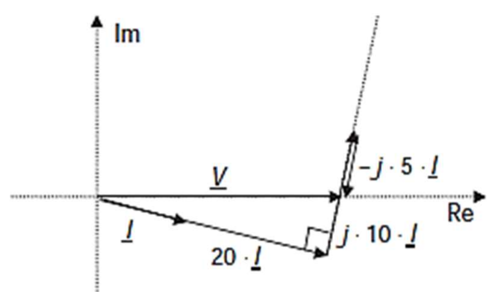

Figure 1

Exercice 5

1) Les impédances complexes des deux branches s'écrivent:

$\underline{Z}_1 = 4 + \frac{1}{j\cdot 0{,}02} = 4 - j\cdot 50$ et $\underline{Z}_2 = 10 + j\cdot 40$.

L'impédance complexe équivalente à tout le circuit est :

$$Z_{eq} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{2040 - j \cdot 340}{14 - j \cdot 10} = 107{,}9 + j \cdot 52{,}8$$

Il suffit ensuite d'écrire : $V = Z_{eq} \cdot I = \left|\underline{Z}_{eq}\right| \cdot I = \sqrt{107,9^2 + 52,8^2} \cdot I = 300 \text{ V}$

2)

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{300}{\sqrt{4^2 + 50^2}} = 6 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{300}{\sqrt{10^2 - 40^2}} = 7{,}3 \text{ A}$$

3)

$$P = 4 \cdot I_1^2 + 10 \cdot I_2^2 = 4 \times 6^2 + 10 \times 7,3^2 = 677 \text{ W}$$

$$Q = -50 \cdot I_1^2 + 40 \cdot I_2^2 = -50 \times 6^2 + 40 \times 7,35^2 = 331{,}6\text{VAR}$$

Exercice 6

1) Si on appelle l'impédance complexe équivalente de l'ensemble du circuit $\underline{Z}_{eq}$ alors il est possible d'écrire : $\underline{V} = \underline{Z}_{eq} \cdot \underline{I}$

Donc

$$\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^* = \underline{V} \cdot \frac{\underline{V}^*}{\underline{Z}_{eq}^*} = \frac{V^2}{\underline{Z}_{eq}^*}$$

Il suffit de calculer

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{R \dfrac{L}{Cj\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}}{R + \dfrac{L}{Cj\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}} = LR \cdot \frac{1}{L + jRC\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}$$

$$\underline{S} = \frac{V^2}{\underline{Z}_{eq}^*} = \frac{V^2}{LR} \cdot \left[L - jRC\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]$$

2)

$$\underline{S} = P + jQ$$

d'où :

$$P = \frac{V^2}{R} \text{ et } Q = \frac{V^2C}{L}\left(-L\omega + \frac{1}{C\omega}\right)$$

3)

$$Q = 0 \text{ si } -L\omega + \frac{1}{C\omega} = 0$$

c'est-à-dire si $: C = \frac{1}{L\omega^2}$

4) Dans ce cas,

$$\underline{Z}_{eq} = LR \cdot \frac{1}{L + jRC \times 0} = R$$

donc :

$$I = \frac{V}{R} = 12{,}7 \text{ A}$$

5) Le circuit est équivalent à la résistance seule pour cette valeur de la capacité C.

Exercice 7

1) On détaille dans le tableau 1 ci-dessous l'ensemble des grandeurs électriques pour chaque charge, les valeurs données dans l'énoncé étant encadrées

Tableau 1

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$\boxed{P_1 = 20 \text{ kW}}$	$\boxed{S_2 = 45 \text{ kVA}}$	$\boxed{S_3 = 10 \text{ kVA}}$
$\boxed{Q_1 = 15 \text{ kVAR}}$	$\boxed{\cos\varphi_2 = 0{,}6 \text{ AR}}$	$\boxed{Q_3 = -5 \text{ kVAR}}$
$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 25 \text{ kVA}$	$P_2 = S_2 \cdot \cos\varphi_2 = 27 \text{ kW}$	$P_3 = \sqrt{S_3^2 - Q_3^2} = 8{,}66 \text{ kW}$
$I_1 = \frac{S_1}{V} = 108{,}7 \text{ A}$	$Q_1 = S_2 \cdot \sin\varphi_2 = 36 \text{ kVAR}$	$I_3 = \frac{S_3}{V} = 43{,}5 \text{ A}$
$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = 0{,}8$ AR car $Q > 0$	$I_2 = \frac{S_2}{V} = 195{,}7 \text{ A}$	$\cos\varphi_3 = \frac{P_3}{S_3} = 0{,}86$ AV car $Q < 0$
$\varphi_1 = 36{,}8°$	$\varphi_2 = 53{,}1°$	$\varphi_3 = -30{,}7°$

2)

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 55{,}66 \text{ kW}$$
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 46 \text{kVAR}$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 72{,}2 \text{kVA}$$
$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = 0{,}77$$
$$I = \frac{S}{V} = 314 \text{ A}$$

3) On représente le tracé demandé sur la figure 2.

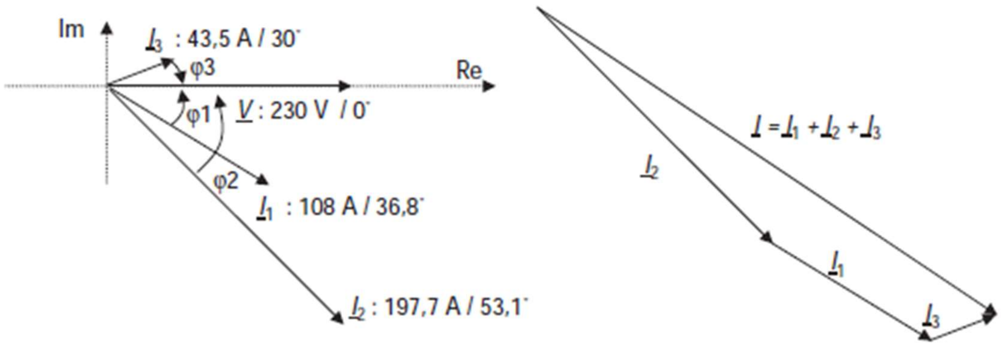

Figure 2

4) Le triangle des puissances de l'ensemble de ces charges est représenté sur la figure 3.

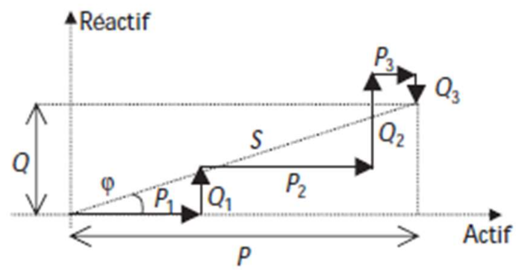

Figure 3

5) Avant de placer le condensateur : $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = P \cdot \tan \varphi$

Après avoir placé le condensateur $C', \cos \varphi'' = 0{,}9\text{AR}$ d'où :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_C = P \cdot \tan(\varphi') = P\tan \varphi + Q_{C'}$$

On en déduit : $Q_{C'} = -C'\omega V^2 = P(\tan(\varphi') - P\tan \varphi)$

D'où $C' = \frac{-P(\tan(\varphi') - \tan \varphi)}{\omega V^2} = 1{,}2\text{mF}$

6) Si on désire un $\cos \varphi$ arrière, le signe de la tangente de l'angle final change, on écrit donc :

$$C'' = \frac{-P(\tan(\varphi'') - \tan \varphi)}{\omega V^2} = 4{,}2\text{mF}$$

7) On choisit en pratique le condensateur de valeur la plus faible par économie et afin d'éviter un surdimensionnement inutile.

Exercice 8

1) Si la tension d'alimentation est continue, les grandeurs de tout le circuit sont constantes en régime permanent et l'inductance n'a pas d'effet. Le circuit est donc parfaitement équivalent à la résistance seule.
Ainsi :

$$P = 1500\ \mathrm{W} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V = \sqrt{R \cdot P} = 212\ \mathrm{V}\ \text{Continu.}$$

$$I = \frac{P}{V} = \frac{1500}{212} = 7\ \mathrm{A}$$

2) En sinusoïdal pur, on tient compte de l'inductance en écrivant la valeur de l'impédance que représentent R et L

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{30^2 + (50 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50)^2} = 33{,}8\Omega$$

Par ailleurs : $P = 1500\ \mathrm{W} = R \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = 7\mathrm{A}$ efficaces

3) $V = ZI = Z\sqrt{\frac{P}{R}} = 240\ \mathrm{V}$ efficaces

4) Si la fréquence est de $400\ \mathrm{Hz}$,

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{30^2 + (50 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 400)^2} = 129{,}2\Omega$$

D'autre part: $P = 1500\ \mathrm{W} = R \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = 7\mathrm{A}$ efficaces

Mais : $V = ZI = Z\sqrt{\frac{P}{R}} = 913{,}5\ \mathrm{V}$!!!

À cette fréquence, l'inductance représente une impédance très forte qui réduit énormément le courant. Le radiateur ne peut alors fonctionner comme prévu à moins d'augmenter la tension jusqu'à $913\ \mathrm{V}$ ce qui est souvent impossible et inadapté. Il faudrait alors disposer d'un radiateur fait pour fonctionner à cette fréquence. Cela existe, par exemple dans les avions où le réseau électrique de bord est à $400\ \mathrm{Hz}$ pour des raisons de poids total de ce réseau, plus faible à cette fréquence.

5) Si on néglige l'inductance, on trouve les mêmes valeurs de tension en courant en continu et en alternatif (avec les valeurs efficaces bien entendu). C'est normal, la formulation des puissances à partir des grandeurs efficaces est faite exprès, et c'est la seule qui permet la même écriture des puissances électriques quel que soit le régime considéré.