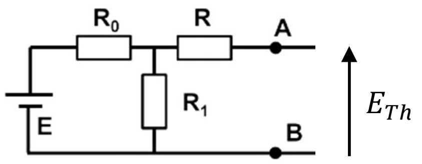
Parcours : **GESE - GP- GMSI – GI- GC - MSD**
Module : **Circuits électriques et électroniques**

Travaux Dirigés
Correction

Série N° : 2

Correction de l'exercice 1 :

➔ Générateur de Thévenin équivalent pour le premier montage :

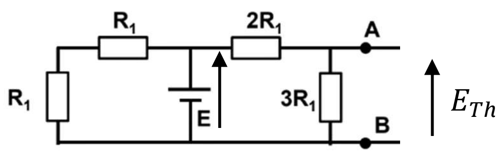


1er montage

$$R_{Th} = (R_0//R_1) + R = \frac{R_0\,R_1}{R_0 + R_1} + R$$

$$E_{Th} = U_{AB_0} = \frac{R_1}{R_1 + R_0}E$$

➔ Générateur de Thévenin équivalent pour le deuxième montage :

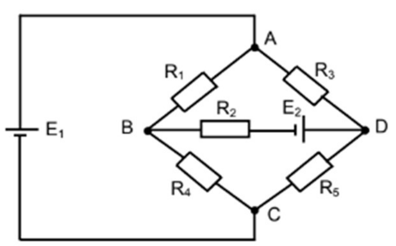


2ème montage

$$R_{Th} = (2R_1//3R_1) = \frac{6R_1^2}{5R_1} = 6/5R_1$$

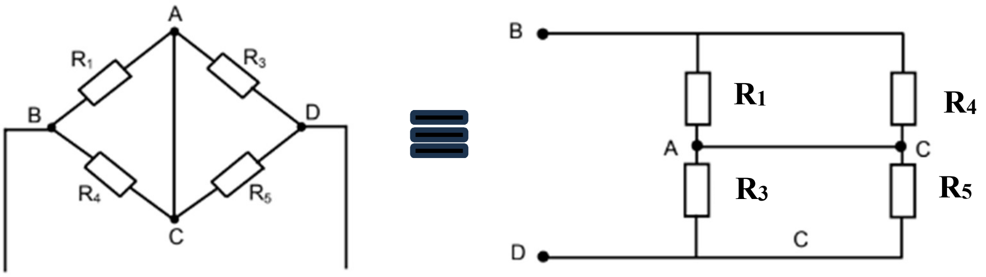
Le diviseur de tension donne $E_{Th} = U_{AB_0} = \frac{3R_1}{5R_1}E = \frac{3}{5}E$

➔ Générateur de Thévenin équivalent pour le troisième montage :



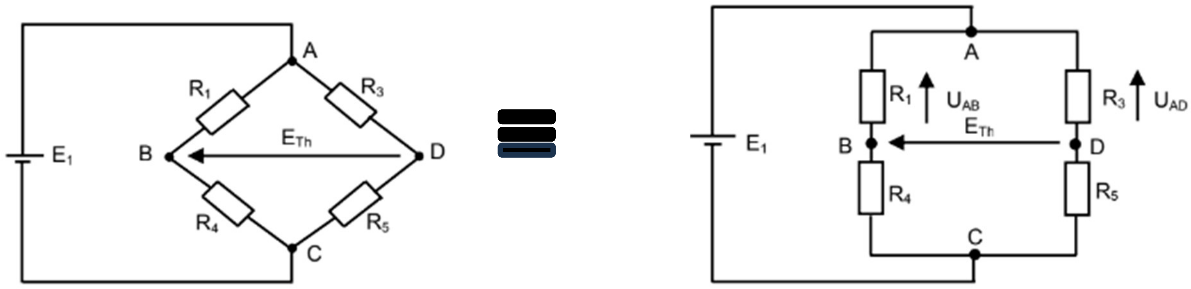
3ème montage

Résistances de Thévenin



$$R_{Th} = (R_1//R_4) + (R_3//R_5) = \frac{R_1R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_3R_5}{R_3 + R_5}$$

Calcule de E_{Th}



La loi des mailles donne :

$$E_{Th} = U_{AD} - U_{AB}$$

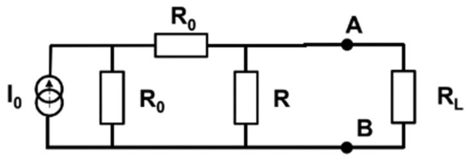
Le diviseur de tension donne : $U_{AB} = \frac{R_1}{R_1+R_4}E_1$; $U_{AD} = \frac{R_3}{R_3+R_5}E_1$

Donc

$$E_{Th} = \left(\frac{R_3}{R_3 + R_5} - \frac{R_1}{R_1 + R_4}\right)E_1$$

Correction de l'exercice 2 :

➔ Le modèle équivalent de Norton du circuit placé à gauche de A et B

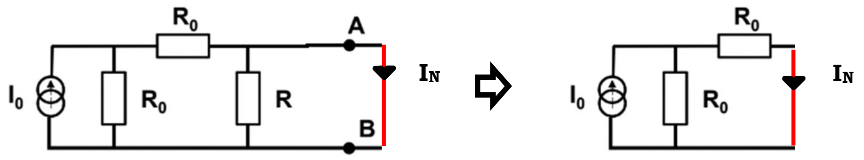


1er montage

Résistance de Norton R_N

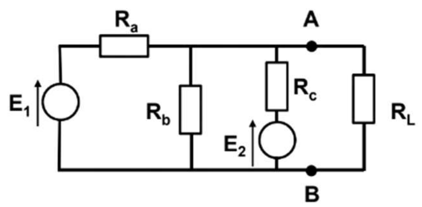
$$R_N = (R_0 + R_0)//R = \frac{2R_0R}{2R_0 + R}$$

Calcule de I_N



$$I_N = \frac{R_0}{2R_0} I_0 = \frac{I_0}{2}$$

➔ Le modèle équivalent de Norton du circuit placé à gauche de A et B

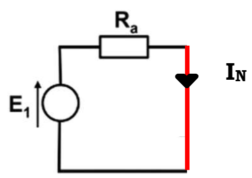


2ème montage

Résistance de Norton R_N

$$R_N = R_a // R_b // R_c$$

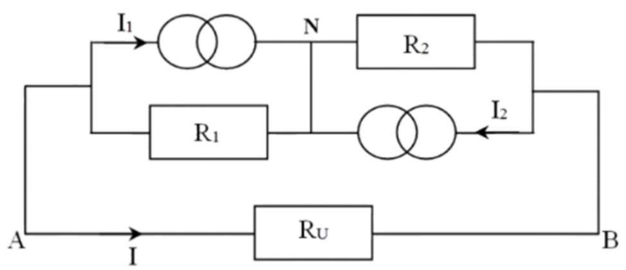
Calcule de I_N



$$I_N = \frac{E_1}{R_a}$$

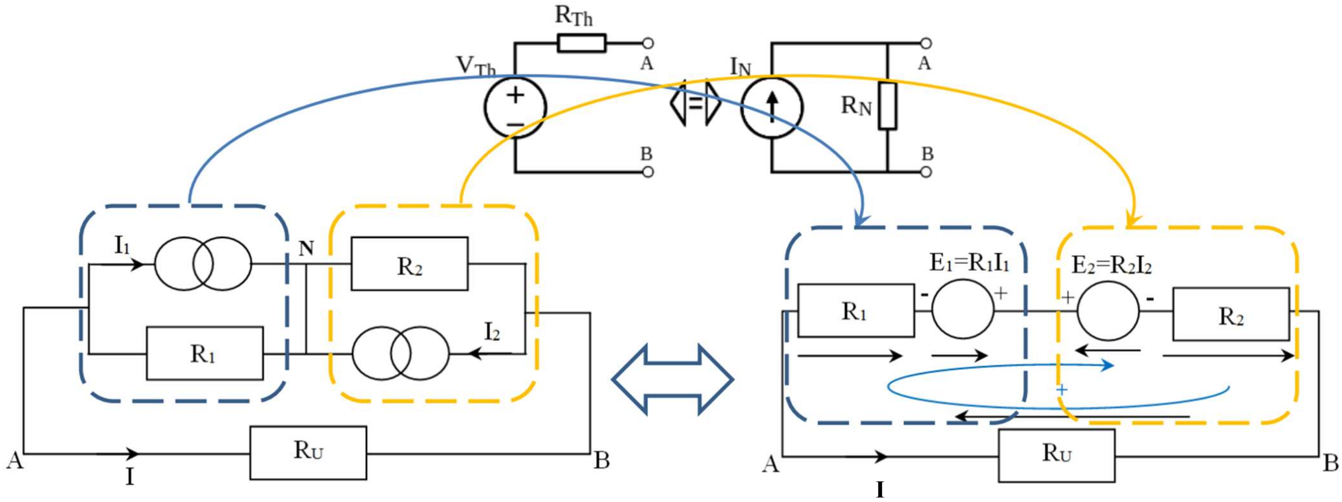
Correction de l'exercice 3 :

➔ Calcule de **I** en utilisant la conversion **Thévenin-Norton**



1er montage

Le schéma équivalent de Thévenin entre A et B

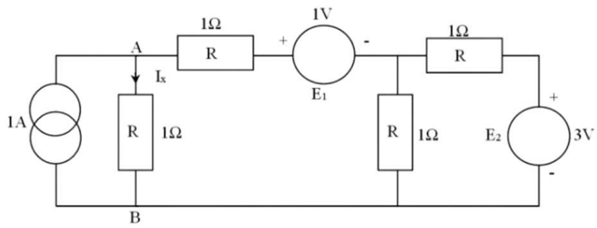


La loi des mailles permet d'écrire :

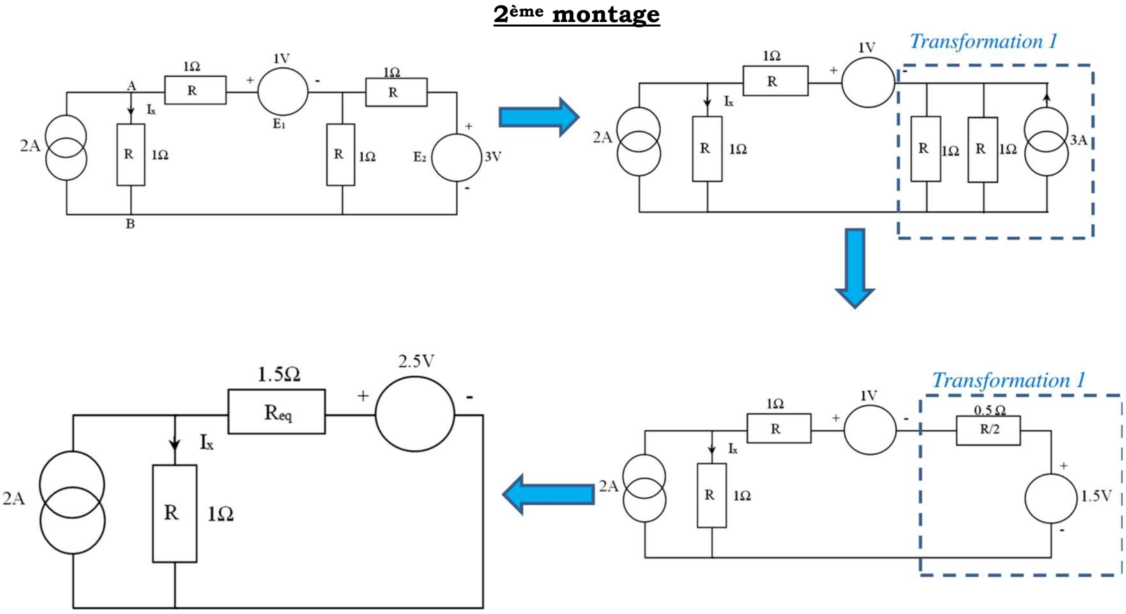
$$E_1 - E_2 + R_1 I + R_2 I + R_U I = 0$$

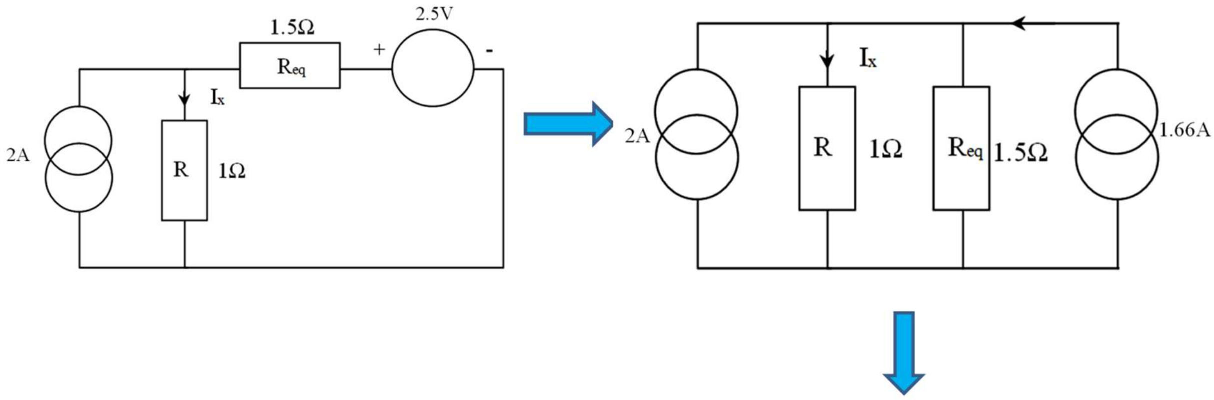
$$I = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2 + R_U} = 0.25\ mA$$

➔ Calcule de $\mathbf{I_X}$ en utilisant la conversion **Thévenin-Norton**



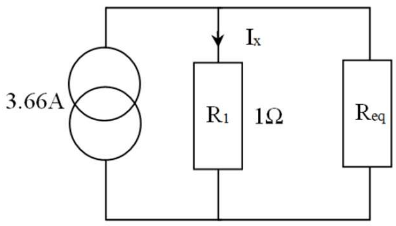
2ème montage





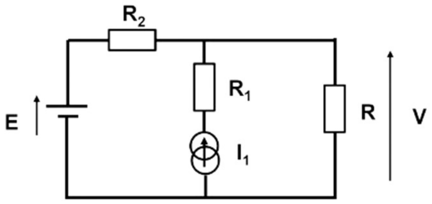
Le pont diviseur de courant donne :

$$I_X = 3.66\frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_1} = 2.2\ A$$



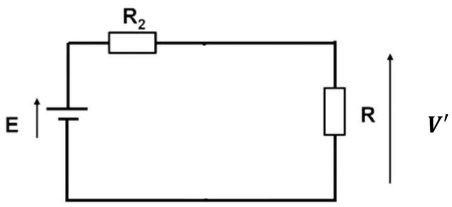
Correction de l'exercice 4 :

➔ Calcule de la tension **V** de circuit suivant en appliquant le théorème de superposition



1er circuit

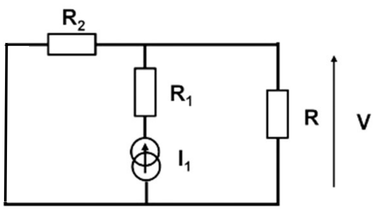
1er cas : Le générateur E seul, le générateur I_1 est neutralisé



Diviseur de tension donne :

$$V' = \frac{R}{R + R_2}E$$

2ème cas : Le générateur I_1 seul, le générateur E est neutralisé

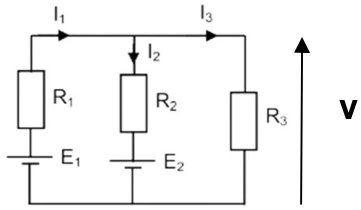


$$V'' = \frac{RR_2}{R + R_2} I_1$$

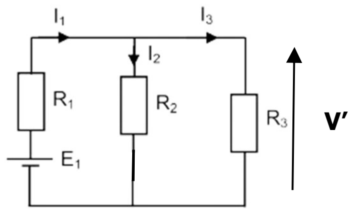
Donc :

$$V = V' + V'' = \frac{R}{R + R_2} E + \frac{RR_2}{R + R_2} I_1$$

➔ Calcule de la tension **V** de circuit suivant en appliquant le théorème de superposition

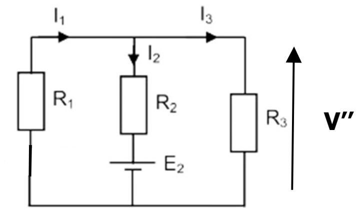


1er cas : E1 seul, E2 neutralisé:



$$V' = \frac{\frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

2ème cas : E2 seul, E1 neutralisé:



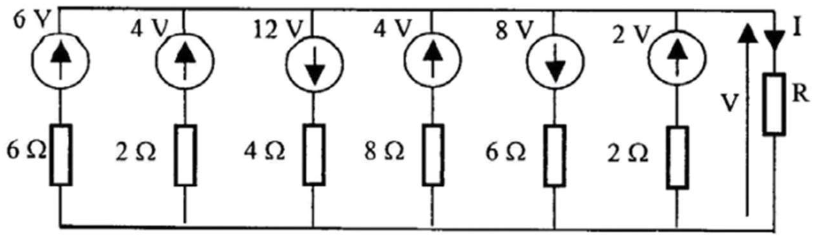
$$V' = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Donc :

$$V = V' + V'' = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Correction de l'exercice 5 :

➔ Le calcul du courant **I** dans le circuit ci-dessous en appliquant le théorème de Millman.



$$V = \frac{\sum_{k=1}^{N} \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k} + \frac{1}{R}}$$

$$\sum_{k=1}^{N} \frac{E_k}{R_k} = \frac{6}{6} + \frac{4}{2} - \frac{12}{4} + \frac{4}{8} - \frac{8}{6} + \frac{2}{2} = \frac{1}{6} A$$

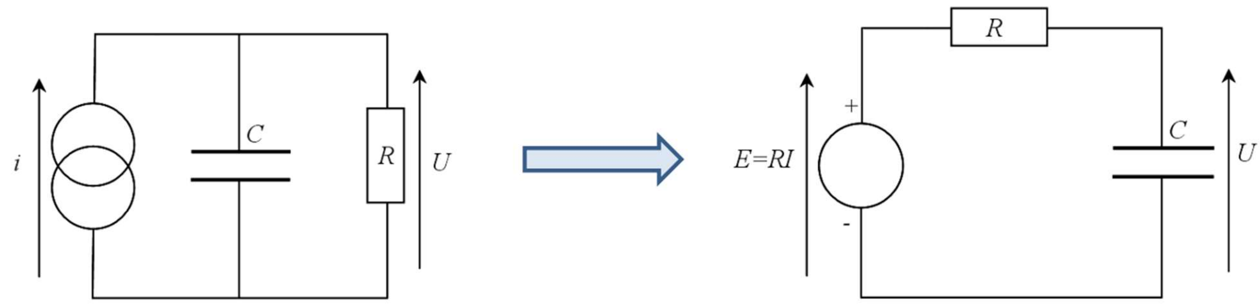
$$\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k} + \frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{65}{24} \Omega^{-1}$$

Donc I=61.5 mA

Correction de l'exercice 6 :

➔ L'expression de la tension $U(t)$ du condensateur en fonction des éléments du circuit

La conversion Norton-Thévenin mène au circuit suivant :



La loi des mailles permet d'écrire :

$$e(t) = u(t) + i_c(t)R$$

Or $u(t) = \frac{Q}{C}$, donc $i_c(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C\frac{du(t)}{dt}$

Par suit on obtient l'équation différentielle suivante :

$$E = RC\frac{du(t)}{dt} + u(t)$$

Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre linéaire à coefficients constants

- **Solution générale** : $u(t) = u(t)_{homogène} + u(t)_{particulière}$

Recherche de la solution de l'équation homogène associée :

En supprimant le second membre, l'équation devient :

$$RC\frac{du(t)}{dt} + u(t) = 0$$

$$u(t)_{homogène} = Ke^{\frac{-t}{RC}}$$

avec **k** une constante qui dépend des conditions initiales

Recherche de la solution particulière de l'équation

$$u(t)_{particulière} = E$$

La solution complète de l'équation différentielle est donc:

$$u(t) = Ke^{\frac{-t}{RC}} + E$$

Il reste à déterminer la valeur de **k** en utilisant les conditions initiales :

À **t=0** , le condensateur est déchargé, donc la tension aux bornes de ce condensateur est **nulle** :

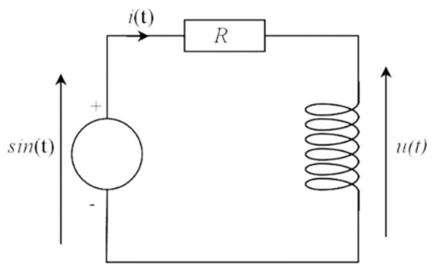
$$u(t=0) = 0 \text{ donc } K = -E$$

Par suit :

$$u(t) = E\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

Correction de l'exercice 7 :

➔ L'expression du courant $i(t)$ en régime permanent pour le montage 1 en utilisant la représentation complexe



Rappel

$$e^{j\varphi} = cos(\varphi) + jsin(\varphi)$$

$$e^{j(t-\pi/2)} = cos\left(t-\frac{\pi}{2}\right) + jsin\left(t-\frac{\pi}{2}\right) = sin(t) - jcos(t)$$

Donc

$$sin(t) = Re(e^{j\left(t-\frac{\pi}{2}\right)})$$

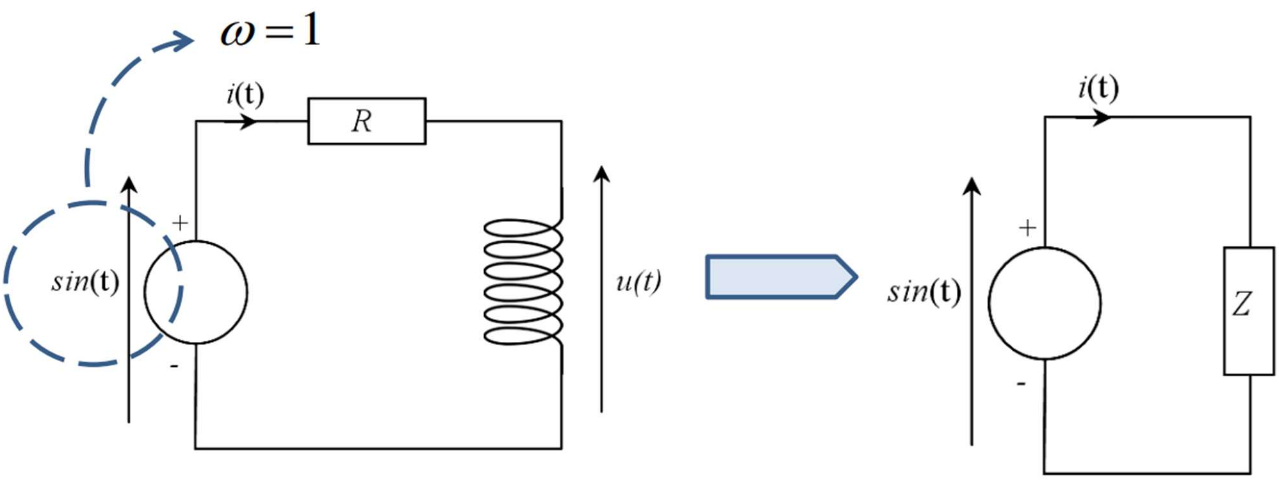
Nous travaillerons en notation complexe, de sorte qu'il sera facile de revenir au signal réel :

$$e^{j(t-\pi/2)} = sin(t) - jcos(t)$$

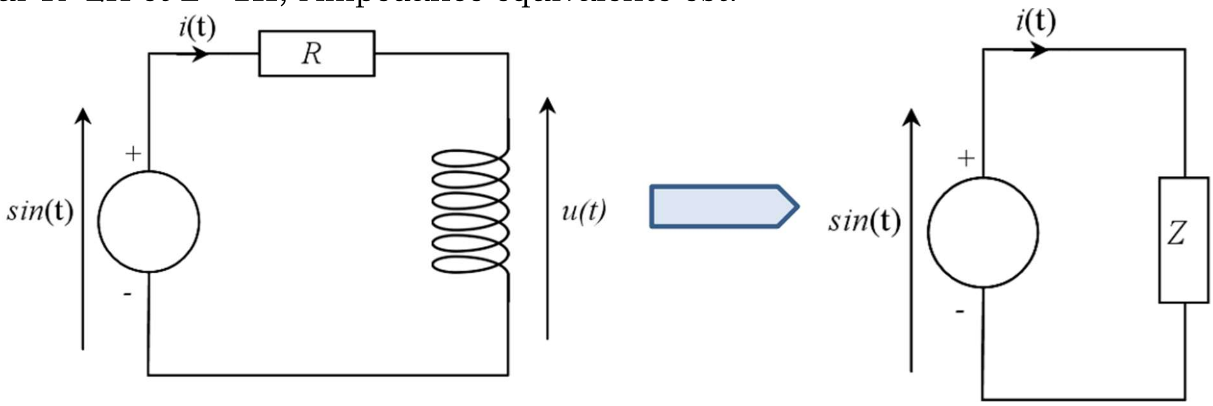
Donc

$$sin(t) = Re\left[e^{j(t-\pi/2)}\right]$$

Retour au signal réel complet grâce à la partie réelle du complexe



Pour **R=2Ω** et **L =1H**, l'impédance équivalente est:



$$\overline{Z} = R + jL\omega = 2 + j$$

Appliquons la loi des mailles :

$$e^{j(t-\pi/2)} = \bar{I}\sqrt{5}\, e^{j0.46}$$

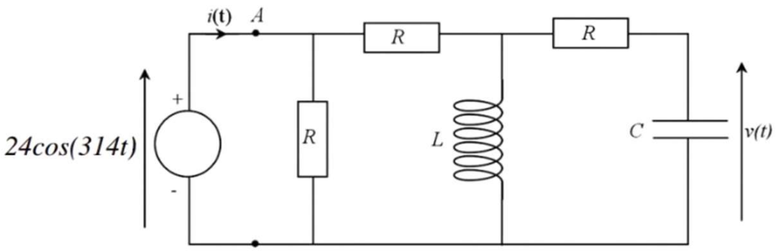
D'où :

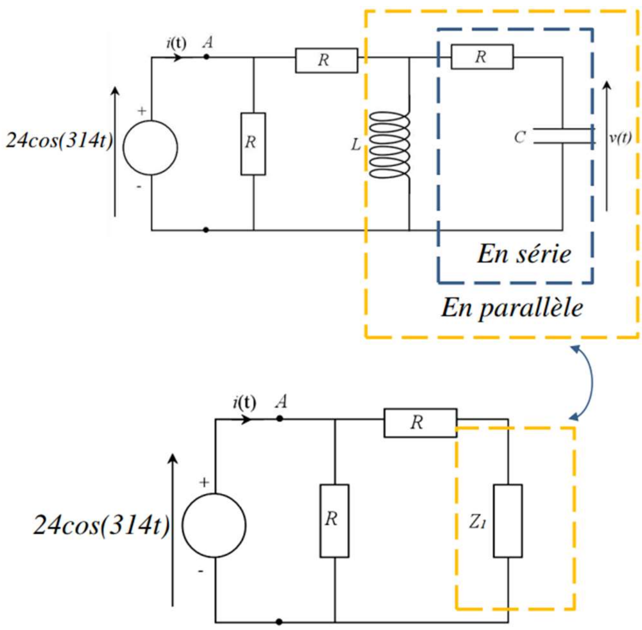
$$\bar{I} = \frac{1}{\sqrt{5}}\, e^{j(t-\frac{\pi}{2}-0.46)}$$

Ainsi, dans le domaine temporel, le courant peut être écrit :

$$i(t) = Re[\bar{I}] = \frac{1}{\sqrt{5}}\, e^{j(t-\frac{\pi}{2}-0.46)} = \frac{1}{\sqrt{5}}\cos\left(t-0.46-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\sin(t-0.46)$$

➔ L'expression du courant $i(t)$ en régime permanent pour le montage 2 en utilisant la représentation complexe



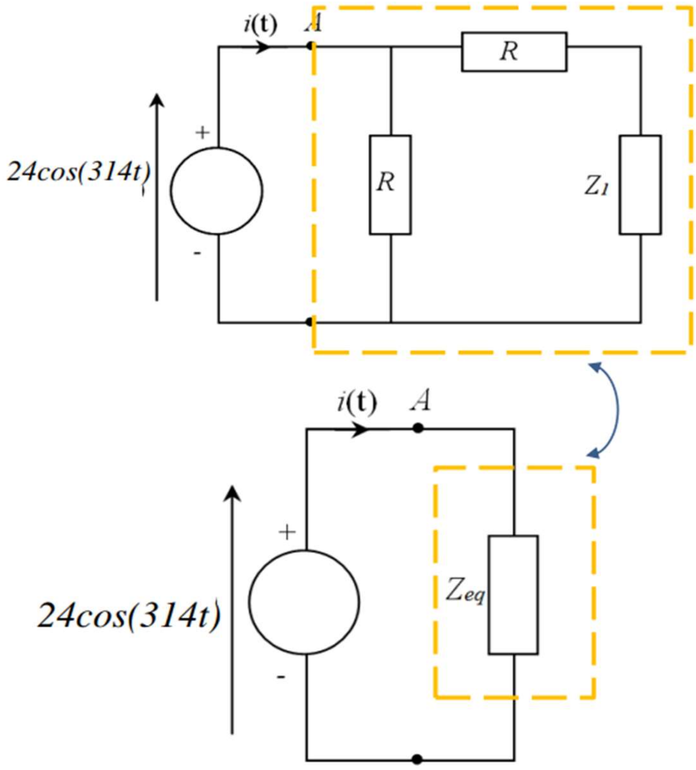


$$Z_1 = ((Z_C + Z_R)//Z_L)$$

$$Z_1 = \left(\left(R + \frac{1}{jC\omega}\right)//jL\omega\right)$$

$$Z_1 = \frac{\left(R + \frac{1}{jC\omega}\right).jL\omega}{\left(R + \frac{1}{jC\omega}\right) + jL\omega}$$

$$Z_1 = \frac{(jRC\omega + 1).jL\omega}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2}$$



$$Z_{eq} = ((Z_1 + Z_R)//Z_R)$$

$$Z_{eq} = \left(\left(\frac{(jRC\omega + 1).jL\omega}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2} + R\right)//R\right)$$

$$Z_{eq} = \frac{\left(\left(\frac{(jRC\omega + 1).jL\omega}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2} + R\right)\right).R}{\left(\frac{(jRC\omega + 1).jL\omega}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2} + R\right) + R}$$

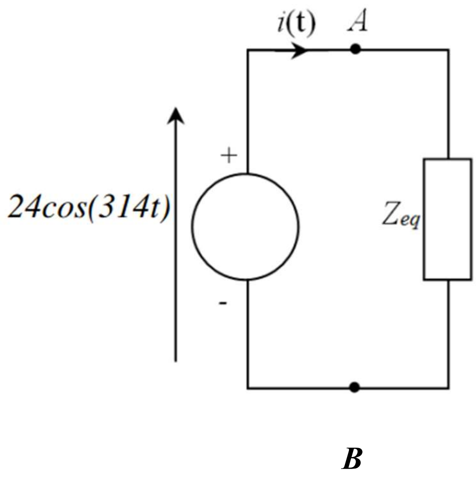
$$Z_{eq} = \frac{\left[\left((jRC\omega + 1).jL\omega\right) + \left(R(jRC\omega + 1 - LC\omega^2\ )\right)\right]R}{\left((jRC\omega + 1).jL\omega\right) + \left(2R(jRC\omega + 1 - LC\omega^2)\right)}$$

$$Z_{eq} = \frac{(-CR^2L\omega^2 + R^2 - R^2CL\omega^2) + j(RL\omega + R^3C\omega)}{(-CRL + 2R - 2RCL\omega^2) + j(L\omega + 2R^2C\omega)}$$

$$Z_{eq} = \frac{-3,8877 + j8,7920}{-1,9158 + j5,6520} = 1,604\ +\ j0,144$$

L'impédance complexe entre **A** et **B** est

$$\overline{Z}_{éq} = 1,604 + j0,144 = 1.61e^{j0.089}$$



On travaillera donc en notation complexe :

$$24e^{j(314t)} = 24[cos(314t) + jsin(314t)]$$

$$Re(24e^{j(314t)}) = 24cos(314t)$$

La loi des mailles permet d'écrire :

$$24e^{j(314t)} = \overline{Z}_{éq}\overline{I}$$

Donc $\overline{I} = \frac{24e^{j(314t)}}{1.61e^{j0.089}}$

D'où $\overline{I} = 15e^{j(314t-0.089)}$

Ainsi, dans le domaine temporel, le courant peut être écrit :

$$i(t) = Re(\overline{I}) = 15cos(314t - 0.089)$$