



**Parcours : GESE - GP- GMSI – GI- GC - MSD**  
**Module : Circuits électriques et électroniques**

**Travaux Dirigés**  
**Correction**

**Série N° : 3**

**Correction de l'exercice 1 :**

1. Les valeurs des paramètres d'admittance [y] d'un quadripôle actif en fonction de ses paramètres hybrides [h].

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases}$$

V<sub>1</sub> = h<sub>11</sub>I<sub>1</sub> + h<sub>12</sub>V<sub>2</sub>      donc      I<sub>1</sub> =  $\frac{1}{h_{11}}V_1 + \left(-\frac{h_{12}}{h_{11}}\right)V_2$  (1)

Par identification :

$$y_{11} = \frac{1}{h_{11}} \quad \text{et} \quad y_{12} = -\frac{h_{12}}{h_{11}}$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \quad (2) \quad \text{donc}$$

On remplaçant l'équation (1) dans (2), on obtient:

$$I_2 = h_{21} \left( \frac{1}{h_{11}}V_1 + \left(-\frac{h_{12}}{h_{11}}\right)V_2 \right) + h_{22}V_2$$

D'où

$$I_2 = \frac{h_{21}}{h_{11}}V_1 + \left( h_{22} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{11}} \right)V_2$$

Par identification :

$$y_{21} = \frac{h_{21}}{h_{11}} \quad \text{et} \quad y_{22} = h_{22} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{11}}$$

2. Déterminer les valeurs des paramètres [h] en fonction des paramètres [y] du quadripôle.

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases}$$

I<sub>1</sub> = y<sub>11</sub>V<sub>1</sub> + y<sub>12</sub>V<sub>2</sub>      donc      V<sub>1</sub> =  $\frac{1}{y_{11}}I_1 - \frac{y_{12}}{y_{11}}V_2$  (1)

Par identification :

$$h_{11} = \frac{1}{y_{11}} \quad \text{et} \quad h_{12} = -\frac{y_{12}}{y_{11}}$$



$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \quad (2)$$

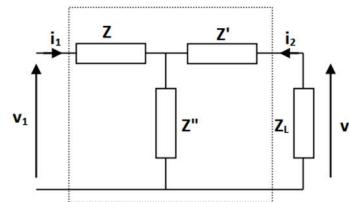
On remplaçant l'équation (1) dans (2), on obtient:

$$I_2 = y_{21} \left( \frac{1}{y_{11}} I_1 - \frac{y_{12}}{y_{11}} V_2 \right) + y_{22} V_2 \quad \text{donc} \quad I_2 = \frac{y_{21}}{y_{11}} I_1 + \left( y_{22} - \frac{y_{12}y_{21}}{y_{11}} \right) V_2$$

Par identification :

$$h_{21} = \frac{y_{21}}{y_{11}} \quad \text{et} \quad h_{22} = y_{22} - \frac{y_{12}y_{21}}{y_{11}}$$

**3. Matrice impédance du quadripôle du montage ci-dessous,  $Z_L$  est une charge.**

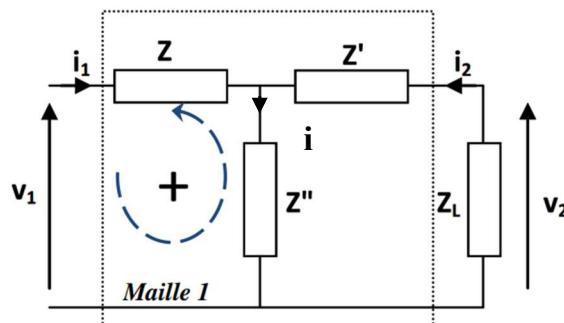


On peut écrire :

$$\begin{cases} V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases}$$

La loi des mailles donne :

$$V_1 = Zi_1 + Z''i \quad (1)$$



On remplace le courant  $i$  dans  $Z''$  par  $(i_1 + i_2)$ , on obtient:

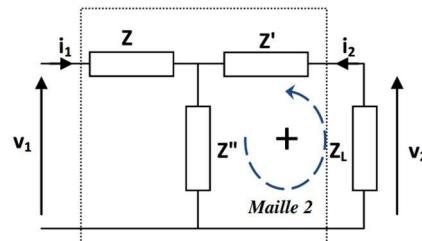
$$V_1 = Zi_1 + Z''(i_1 + i_2) \quad \text{donc} \quad V_1 = (Z + Z'')i_1 + Z''i_2$$

Par identification :

$$z_{11} = Z + Z'' \quad \text{et} \quad z_{12} = Z''$$

La loi des mailles donne :

$$V_2 = Z'i_2 + Z''i$$



On remplace le courant  $i$  dans  $Z''$  par  $(i_1 + i_2)$ , on obtient:

$$V_2 = Z'i_2 + Z''(i_1 + i_2) \quad \text{donc} \quad V_2 = Z''i_1 + (Z' + Z'')i_2$$

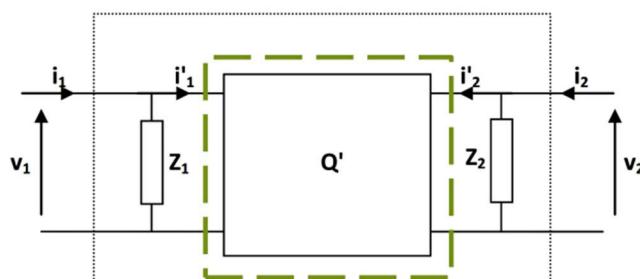
Par identification :

$$z_{21} = Z'' \text{ et } z_{22} = Z' + Z''$$

### **Correction de l'exercice 2 :**

1. Soit le quadripôle actif ( $Q'$ ) défini par ses paramètres hybrides [h]

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}i'_1 + h_{12}V_2 \\ i'_2 = h_{21}i'_1 + h_{22}V_2 \end{cases} \quad (1)$$



Ce circuit a 2 nœuds, un à l'entrée et un à la sortie.

La loi des nœuds et la loi d'Ohm donne :

$$\begin{cases} i_1 = i'_1 + i_{Z1} \\ i_2 = i'_2 + i_{Z2} \end{cases} \quad (2) \quad \text{où} \quad \begin{cases} i_{Z1} = \frac{V_1}{Z_1} \\ i_{Z2} = \frac{V_2}{Z_2} \end{cases} \quad (3)$$

(3) dans (2) donne :

$$\begin{cases} i'_1 = i_1 - \frac{V_1}{Z_1} \\ i'_2 = i_2 - \frac{V_2}{Z_2} \end{cases}$$



**Donc (1) devient :**

$$\begin{cases} V_1 = \frac{h_{11}Z_1}{h_{11} + Z_1} i_1 + \frac{h_{12}Z_1}{h_{11} + Z_1} V_2 \\ i_2 = \frac{h_{21}Z_1}{h_{11} + Z_1} i_1 + \left( h_{22} + \frac{1}{Z_2} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{11} + Z_1} \right) V_2 \end{cases}$$

**Par identification :**

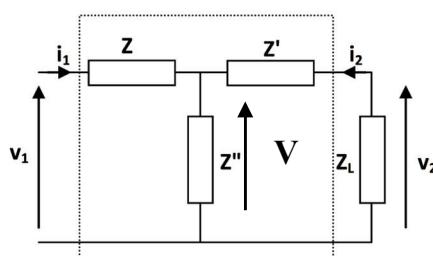
$$H_{11} = \frac{h_{11}Z_1}{h_{11} + Z_1}, \quad H_{12} = \frac{h_{12}Z_1}{h_{11} + Z_1}, \quad H_{21} = \frac{h_{21}Z_1}{h_{11} + Z_1}, \text{ et } H_{22} = h_{22} + \frac{1}{Z_2} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{11} + Z_1}$$

## 2. Application numérique :

$$H_{11} = 800\Omega, \quad H_{12} = 0, \quad H_{21} = 80, \quad \text{et} \quad H_{22} = 10^{-4}\Omega^{-1}$$

### Correction de l'exercice 3 :

1. Le gain en tension  $A_v$ , le gain en courant  $A_i$  et l'impédance d'entrée  $Z_e$  en fonction de  $Z$ ,  $Z'$  et  $Z''$



#### → Calcule de $A_v$

La loi des nœuds donne :

$$I_{z''} = I_1 + I_2 \quad (1)$$

La loi des mailles et loi d'Ohm donnent :

$$I_1 = \frac{V_1 - V}{Z}, \quad I_2 = \frac{V - V_2}{Z'}, \quad I_{z''} = \frac{V}{Z''} \quad (2)$$

(2) dans (1)

$$\frac{V}{Z''} = \frac{V_1 - V}{Z} + \frac{V - V_2}{Z'}$$



$$V \left( \frac{1}{Z''} + \frac{1}{Z} - \frac{1}{Z'} \right) = \frac{V_1}{Z} - \frac{V_2}{Z'} \quad (3)$$

**Le diviseur de tension donne :**

$$V_2 = \frac{Z_L}{Z_L + Z'} V \quad \text{donc} \quad V = \frac{Z_L + Z'}{Z_L} V_2 \quad (4)$$

**Donc**

$$\frac{Z_L + Z'}{Z_L} \left( \frac{1}{Z''} + \frac{1}{Z} - \frac{1}{Z'} \right) V_2 = \frac{V_1}{Z} - \frac{V_2}{Z'}$$

**Par suit :**

$$\frac{Z(Z_L + Z')}{Z_L} \left( \frac{1}{Z''} + \frac{1}{Z} - \frac{1}{Z'} + \frac{1}{Z'} \frac{Z_L}{(Z_L + Z')} \right) = \frac{1}{A_v}$$

**Ainsi :**

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{A_v} = \frac{ZZ'(Z_L + Z') + Z'Z''(Z_L + Z') - ZZ''(Z_L + Z') + Z_L ZZ'' \color{red}{Z(Z_L + Z')}}{Z Z' Z_L + Z(Z')^2 + \color{red}{Z' Z'' Z_L} + Z''(Z')^2 - \color{red}{Z Z'' Z_L} + ZZ' Z'' + Z_L ZZ''} \frac{\color{red}{Z(Z_L + Z')}}{Z_L}$$

$$A_v = \frac{Z_L Z' Z''}{Z Z_L (Z' + Z'') + (Z + Z'')(Z')^2 + Z Z' Z''}$$

$$A_v = \frac{Z_L Z' Z''}{Z Z_L (Z' + Z'') + (Z + Z'')(Z')^2 + Z Z' Z''}$$

→ Calcule de gain en courant  $A_i$

**La loi des nœuds donne :**

$$I_{Z''} = I_1 + I_2 \quad (1)$$

**La loi d'Ohm donne :**

$$V = Z'' I_{Z''} \text{ et } V_2 = -Z_L I_2$$

**Le diviseur de tension donne :**

$$V_2 = \frac{Z_L}{Z_L + Z'} V \quad \text{donc} \quad Z''(I_1 + I_2) = -\frac{Z_L + Z'}{Z_L} \color{red}{Z_L} I_2$$

**Donc :**

$$Z'' I_1 = -(Z_L + Z' + Z'') I_2$$

**Ainsi :**

$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = -\frac{Z''}{Z_L + Z' + Z''}$$



### → Calcule d'impédance d'entrée Z

$$V_e = [(Z_L + Z') // Z'' + Z] I_e$$

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e}$$

**Donc**

$$Z_e = Z + \frac{Z''(Z_L + Z')}{Z_L + Z' + Z''}$$

### 2. Calcule de $A_v$ , $A_i$ et $Z_e$ pour $Z_L$ infinie :

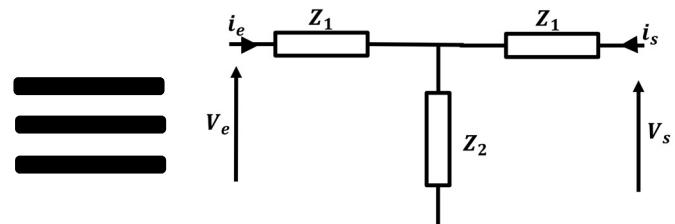
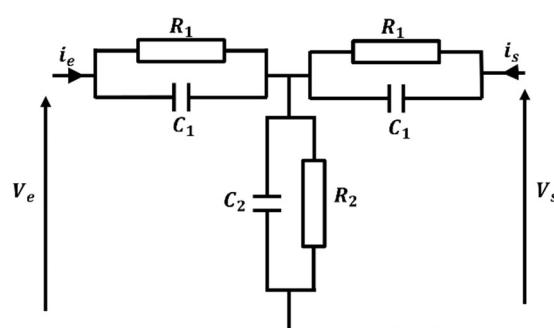
$$A_{v,Z_L \rightarrow \infty} = \frac{Z' Z''}{Z(Z'' + Z')}$$

$$A_{i,Z_L \rightarrow \infty} = 0$$

$$Z_{e,Z_L \rightarrow \infty} = Z + Z''$$

### Correction de l'exercice 4 :

#### 1. La matrice d'impédance Z de ce quadripôle



**Avec :**

$$Z_1 = R_1 // Z_{c1} = \frac{R_1}{1+jR_1C_1\omega} \quad \text{et} \quad Z_2 = R_2 // Z_{c2} = \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}$$

**Matrice d'impédance :**

$$\begin{cases} V_e = z_{11} I_e + z_{12} I_s \\ V_s = z_{21} I_e + z_{22} I_s \end{cases}$$

$$Z_{11} = \left( \frac{V_e}{I_e} \right)_{I_s=0} = Z_1 + Z_2, \quad Z_{12} = \left( \frac{V_e}{I_s} \right)_{I_e=0} = Z_2$$

$$Z_{21} = \left( \frac{V_s}{I_e} \right)_{I_s=0} = Z_2, \quad Z_{22} = \left( \frac{V_s}{I_s} \right)_{I_e=0} = Z_1 + Z_2$$



**Donc**

$$[Z] = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{1+jR_1C_1\omega} + \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega} & \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega} \\ \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega} & \frac{R_1}{1+jR_1C_1\omega} + \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega} \end{bmatrix}$$

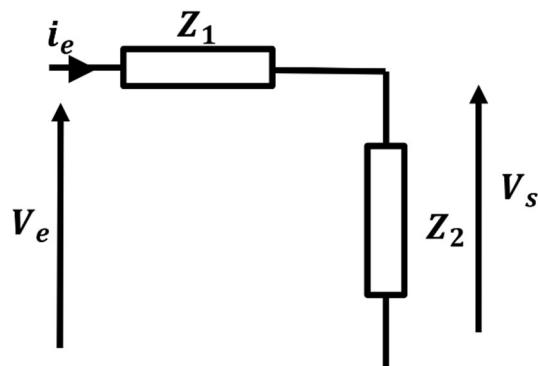
## 2. Les impédances d'entrée et de sortie.

$$Z_{ze} = \frac{V_e}{I_e} = Z_1 + Z_2 = \frac{R_1}{1+jR_1C_1\omega} + \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}$$

$$Z_s = \left( \frac{V_s}{I_s} \right)_{V_e=0} = (Z_1//Z_2) + Z_1 = \frac{R_1}{1+jR_1C_1\omega} + \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + jR_1R_2(C_1 + C_2)\omega}$$

## 3. La fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ :

Le circuit n'est pas chargé, il sera donc équivalent à celui ci-dessous, du point de vue du gain de tension :



Diviseur de tension donne :

$$V_s = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_e$$

$$Z_1 = \frac{R_1}{1+jR_1C_1\omega} \text{ et } Z_2 = \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{\frac{R_1}{1+jR_2C_2\omega}}{\frac{R_1}{1+jR_1C_1\omega} + \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}} = \frac{R_2 + jR_1R_2C_1\omega}{R_1 + R_2 + jR_1R_2(C_1 + C_2)\omega}$$

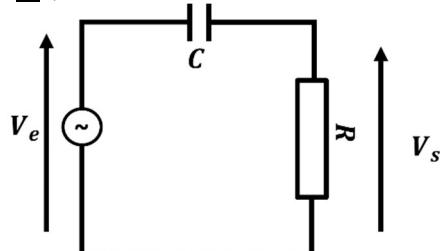
Finalement :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + jR_1C_1\omega}{1 + j\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}(C_1 + C_2)\omega}$$



### **Correction de l'exercice 5 :**

#### **1. La fonction de transfert $H(j\omega) = V_s/V_e$ en fonction de $R$ , $C$ et $\omega$ .**



**Diviseur de tension donne :**

$$V_s = \frac{R}{R + Z_c} V_e$$

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$

**Donc :**

$$H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

**Avec**  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

#### **2. Calcule de la fréquence de coupure :**

**La fréquence de coupure est la fréquence à laquelle l'amplitude de sortie est à  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de la valeur maximale :**

$$|H|(f_c) = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$$

**Le module est maximal pour  $f \rightarrow \infty$  et vaut 1**

$$|H|(f_c) = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}} \text{ implique } \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**Donc**

$$1 + \left(\frac{f_0}{f_c}\right)^2 = 2$$

**Ce qui donne**

$$f_c = f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$



### **3. Type de filtre s'agit-il et quel est son ordre**

**Il s'agit d'un filtre passe-haut du premier ordre**

### **4. La valeur du condensateur C pour une fréquence de coupure $f_c = 627 \text{ kHz}$ , $R = 6.8 \text{ k}\Omega$**

$$C = \frac{1}{2\pi R f_c} = 37,32 \text{ pF}$$

**La tension de sortie du filtre pour une fréquence de coupure  $f_c = 627 \text{ kHz}$   $V_e = 2V$ .**

**La fréquence de coupure  $f_c$  est la fréquence à laquelle le module de H est égal à:**  
 $\frac{H_{\max}}{\sqrt{2}}$

**Donc**

$$U_s = \frac{U_e}{\sqrt{2}} = 1.41 \text{ V}$$