PROGRAM LINEAR DENGAN METODE SIMPLEX

PENDAHULUAN

Metode simpleks ini adalah suatu prosedur aljabar yang bukan secara grafik untuk mencari nilai optimal dari fungsi tujuan dalam masalah-masalah optimisasi yang terkendala. Metode simpleks merupakan sebuah metode lanjutan dari metode grafik. Metode grafik tidak dapat menyelesaikan persoalan manajemen yang memiliki variable keputusan cukup besar, sehingga untuk menyelesaikannya dibutuhkan sebuah metode yang lebih kompleks yaitu dengan menggunakan program komputer atau menggunakan metode simpleks. Dalam kenyataannya penggunaan komputer lebih efisien, akan tetapi metode dasar yang digunakan dalam pengoperasian komputer tetap metode simpleks.

Penyelesaian pemrograman linear dengan menggunakan dengan pendekatan grafik, hanya dapat dilakukan jika perusahaan hanya memiliki 2 variabel saja (atau biasanya didalam contoh soal berarti hanya menghasilkan 2 macam produk saja). Oleh karena itu digunakan pendekatan yang kita sebut metode simpleks untuk memecahkan masalah yang memiliki variabel lebih dari dua. Namun demikian metode simpleks juga dapat diterapkan unuk memecahkan masalah yang menggunakan dua variabel.

Penyelesaian secara manual program linear dengan metode simpleks tetap menghendaki kesungguhan kita dalam pengembangan keahlian formulasi pemrograman linear. Dengan mempelajari mekanisme dari metode simpleks, informasi yang diperoleh tidak hanya solusi optimal saja, melainkan juga interpretasi ekonomi dan informasi untuk mengadakan analisa sensitivitas.

Metode simpleks merupakan pengembangan metode aljabar yang hanya menguji sebagian dari jumlah solusi basis dalam bentuk tabel. Tabel simpleks hanya menggambarkan masalah linear program dalam bentuk koefisien saja, baik koefisien fungsi tujuan maupun koefisien setiap kendala.

PENGERTIAN

Metode Simpleks adalah metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan manajerial yang telah diformulasikan terlebih dahulu ke dalam persamaan matematika program linear yang mempunyai **Variabel Keputusan** mulai dari lebih besar atau sama dengan 2 (dua) sampai multivariabel.

Sebagai pembanding, Metode Grafik hanya dapat kita gunakan apabila jumlah variable keputusan maksimal 2 (dua) buah. Sehingga dapat juga kita katakan bahwa apabila suatu persoalan Linear Programming dapat kita selesaikan dengan Metode Simpleks. Sebaliknya suatu persoalan yang hanya bisa diselesaikan dengan Metode Simpleks tidak dapat kita selesaikan dengan Metode Grafik.

Dalam metode ini, model kita ubah kedalam bentuk suatu tabel, kemudian dilakukan langkah-langkah matematis kedalam tabel tersebut.

Langkah-langkah matematis ini pada dasarnya merupakan replikasi proses pemindahan dari suatu titik ekstrim ke titik ekstrim lainnya pada batas daerah solusi. Akan tetapi tidak seperti metode grafik, dimana kita dapat dengan mudah mencari titik terbaik diantara semua titik solusi, metode simpleks bergerak dari satu solusi ke solusi yang lebih baik sampai solusi optimal didapat.

Untuk mencari nilai optimum dengan menggunakan metode simpleks ini dilakukan proses pengulangan (iterasi) dimulai dari penyelesaian dasar awal yang layak (feasible) hingga penyelesaian dasar akhir yang layak di mana nilai dari fungsi tujuan telah optimum. Dalam hal ini proses pengulangan (iterasi) tidak dapat dilakukan lagi.

PERSYARATAN METODE SIMPLEKS

Terdapat persyaratan untuk memecahkan masalah pemrograman linier dengan menggunakan metode simpleks, yaitu:

1. Semua kendala pertidaksamaan harus dinyatakan sebagai persamaan.
2. Sisi kanan *(the right side)* dari sebuah kendala tidak boleh ada yang negatif.
3. Nilai kanan (NK/RHS) fungsi tujuan harus nol (0).
4. Semua variabel dibatasi pada nilai-nilai non-negatif.

Ketiga persyaratan ini akan dijelaskan secara terperinci pada pembahasan berikut ini.

Dengan memerhatikan **Persyaratan 1**, kebanyakan masalah pemrograman linier mengandung kendala-kendala yang berbentuk pertidaksamaan linier. Sebelum kita pecahkan dengan metode simpleks, pertidaksamaan linier ini harus dinyatakan kembali sebagai persamaan linier. Perubahan (transformasi) dari pertidaksamaan linier ke persamaan linier bervariasi, tergantung pada sifat pertidaksamaan linier tersebut. Jadi, persyaratan 1 ini akan terdapat 3 tanda yang mungkin pada kendala, yaitu:

(a) Persyaratan 1 untuk tanda lebih kecil dari atau sama dengan (≤)

Untuk setiap kendala yang mempunyai tanda lebih kecil daripada atau sama dengan (≤) harus ditambahkan dengan "variabel *slack*" non-negatif di sisi kiri kendala. Variabel ini berfungsi untuk menyeimbangkan kedua sisi persamaan.

<u>Contoh:</u>

Misalkan, tiga persamaan berikut, di mana kendala-kendalanya adalah:

$2X_1 + 3X_2 \leq 24$	dimana:
$2X_1 + X_2 \leq 76$	X_1 = jumlah komputer yang dihasilkan
$X_1 + 4X_2 \leq 27$	X_2 = jumlah radio yang dihasilkan

Asumsi bahwa ketiga kendala menunjukkan keterbatasan jam tenaga kerja yang tersedia di tiga departemen, koefisien pada variabel-variabel tersebut menunjukkan jumlah jam kerja yang dibutuhkan untuk memproduksi setiap unit produk, dan sisi kanan dari kendala sama dengan jumlah jam tenaga kerja yang tersedia disetiap departemen.

Perubahan dari kendala-kendala ini adalah dengan menambahkan variabel *slack* pada sisi kiri di setiap kendala. Atau, ketiga kendala tersebut ditulis kembali sebagai berikut:

$$\begin{array}{rcrcccccl} 2X_1 & + & 3X_2 & + & S_1 & & & = & 24 \\ 2X_1 & + & X_2 & & & + S_2 & & = & 76 \\ X_1 & + & 4X_2 & & & & + S_3 & = & 27 \end{array}$$

Variabel slack S_1, S_2, dan S_3 dalam masalah ini menunjukkan jumlah jam tenaga kerja (sumber daya) vang tidak digunakan di setiap departemen I, II, dan III secara berturut-turut. Misalnya, jika $X_1 = 4$ dan $X_2 = 2$, ini berarti perusahaan hanya memproduksikan 4 unit komputer dan 2 unit radio. Apabila nilai-nilai ini disubstitusikan ke dalam tiga kendala, kita peroleh:

$$\begin{array}{rcrcccccl} 2(4) & + & 3(2) & + & S_1 & & & = & 24 \text{ (Dept. I)} \\ 2(4) & + & 1(2) & & & + S_2 & & = & 76 \text{ (Dept. II)} \\ 1(4) & + & 4(2) & & & & + S_3 & = & 27 \text{ (Dept. III)} \end{array}$$

Atau:

$$\begin{array}{rcccccl} 14 & + S_1 & & & = & 24 \text{ (Dept. I)} \\ 10 & & + S_2 & & = & 76 \text{ (Dept. II)} \\ 12 & & & + S_3 & = & 27 \text{ (Dept. III)} \end{array}$$

Atau:

$S_1 = 10$ (Dept I) ; $S_2 = 6$ (Dept II) ; $S_3 = 15$ (Dept III)

Perhitungan di atas, mengartikan bahwa jika kita hanya memproduksi X_1= 4 dan X_2= 2, maka jumlah jam tenaga kerja di departemen I hanya menggunakan 14 jam tenaga kerja, di departemen II hanya menggunakan 10 jam tenaga kerja, dan di departemen III hanya menggunakan 12 jam tenaga kerja. Variabel slack S_1= 10 mengartikan bahwa di departemen I terdapat 10 jam tenaga kerja yang tidak digunakan; S_2= 6 mengartikan bahwa di departemen II terdapat 6 jam tenaga kerja yang tidak digunakan; dan S_3= 15 mengartikan bahwa di departemen III terdapat 15 jam tenaga kerja yang tidak digunakan.

Perhatikan bahwa variabel *slack* menjadi variabel tambahan dalam masalah ini dan diperlakukan seperti variabel-variabel lainnya. Dan ini sesuai dengan persyaratan ke-3, yaitu semua variabel tidak bisa bernilai negatif.

(b) Persyaratan 1 untuk tanda lebih besar dari atau sama dengan (≥)

Untuk setiap kendala yang mempunyai tanda lebih besar dari atau sama dengan (≥) harus dikurangkan dengan "variabel *surplus*" non-negatif di sisi kiri kendala. Variabel ini bertindak sama dengan variabel *slack* yaitu menjaga kedua sisi persamaan seimbang. Selain mengurangkan variabel surplus, harus ditambahkan lagi dengan "variabel buatan *(artificial variable)*" di sisi kiri kendala.

Variabel buatan ini tidak mempunyai arti yang nyata *(real)* dalam masalah ini, variabel ini hanya berfungsi memberikan kemudahan untuk memulai penyelesaian awal dari metode simpleks.

Contoh:

Misalkan, pada kendala bagian penggilingan bahwa produk A memerlukan waktu 30 menit dan produk B memerlukan waktu 15 menit, dan waktu yang tersedia paling sedikit 900 menit. Ini berarti dapat ditulis kembali menjadi:

$$30X_1 + 15X_2 \geq 900$$

Sebelum kita memecahkan dengan metode simpleks, pertidaksamaan ini harus diubah ke dalam bentuk persamaan seperti:

$$30X_1 + 15X_2 - S_1 + S_2 = 900$$

Jika X_1= 25 dan X_2= 30, variabel surplus S_1 harus sama dengan 300 agar seimbang kedua sisi persamaan, dengan asumsi S_2= 0. Interpretasi dari variabel surplus S_1 adalah bahwa kombinasi produksi dari 25 unit produk A dan 30 unit produk B melebihi kebutuhan minimum dengan 300 menit.

(c) Persyaratan 1 untuk tanda sama dengan (=)

Untuk setiap kendala yang mempunyai tanda sama dengan (=), harus ditambahkan dengan "variabel buatan (*artificial variable*)" di sisi kiri kendala.

Contoh:

Ubahlah kendala-kendala berikut ini ke dalam bentuk standar yang diperlukan oleh metode simpleks.

$$2X_1 + 3X_2 \leq 150$$
$$3X_1 + 4X_2 \geq 240$$
$$X_1 + 2X_2 = 100$$

Penyelesaian:

Kendala-kendala ini diubah menjadi:

$$2X_1 + 3X_2 + S_1 = 150$$
$$2X_1 + X_2 - S_2 + S_3 = 240$$
$$X_1 + 4X_2 + S_4 = 100$$
$$X_1 \; ; \; X_2 \; ; \; S_1 \; ; \; S_2 \; ; \; S_3 \; ; \; S_4 \geq 0$$

Perhatikan bahwa setiap variabel tambahan berupa: **variabel *slack*, surplus, dan buatan *(artificial)*** ditetapkan dengan *subscript* (ditulis agak ke bawah) yang berhubungan dengan jumlah kendala.

Persyaratan 2 dari metode simpleks menyatakan bahwa sisi kanan dari suatu kendala persamaan tidak boleh bernilai negatif. Jika sebuah kendala bernilai negatif di sisi kanan, kendala dapat dikalikan dengan (–1) untuk membuat sisi kanan positif.

<u>Contoh:</u>

Jika kendala-kendala adalah:

$X_1 + 5X_2 \geq -150$ dan $-2X_1 + 3X_2 \leq -175$

maka bila dikalikan dengan (–1) akan menghasilkan:

$-X_1 - 5X_2 \leq 150$ dan $2X_1 - 3X_2 \geq 175$

Perhatikan bahwa tanda pertidaksamaan pada setiap kendala berubah. Hal ini dikarenakan bahwa tanda pertidaksamaan telah dikalikan dengan (–1). Jadi, jika tanda pertidaksamaan akan berubah dari tanda ≤ menjadi ≥ atau sebaliknya ≥ menjadi ≤.

Persyaratan 3 dari metode simpleks menyatakan bahwa nilai kanan (NK/RHS) fungsi tujuan harus nol (0).

<u>Contoh:</u>

Fungsi Tujuan: Maksimumkan $Z = 3X_1 + 2X_2$; di ubah menjadi $Z - 3X_1 - 2X_2 = 0$

Persyaratan 4 dari metode simpleks menyatakan bahwa semua variabel dibatasi pada nilai-nilai non-negatif. Untuk variabel-variabel yang bernilai negatif terdapat metode-metode khusus dalam penyelesaiannya. Akan tetapi dalam pembahasan ini tidak akan menguji metode ini. Hanya variabel slack, surplus, dan buatan yang dibatasi oleh nilai non-negatif yang akan dibahas dalam buku ini.

TABEL SIMPLEKS

V.D	**Z**	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**…**	**X_n**	**S_1**	**S_2**	**…**	**S_n**	**NK**
Z	**1**	**$-C_1$**	**$-C_2$**	**$-C_3$**	**…**	**$-C_n$**	**0**	**0**	**…**	**0**	
S_1	0	a_{11}	a_{12}	a_{13}	…	a_{1n}	1	0	…	0	b_1
S_2	0	a_{21}	a_{22}	a_{23}	…	a_{2n}	0	1	…	0	b_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
S_m	0	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	…	a_{mn}	0	0	…	1	b_n

Keterangan:

- Kolom berwarna **kuning** merupakan kolom ***basic***, yang berisi variabel basis/variabel dasar yang diambil dari variabel *slack/surplus/artificial* pada saat iterasi pertama. Variabel-variabel ini secara bertahap akan diganti oleh variabel bukan basis pada iterasi berikutnya.
- Kolom berwarna **biru** merupakan kolom ***main body***, yaitu bidang yang berisi koefisien sumber daya/teknologi & kendala yang ada.
- Kolom berwarna **hijau** merupakan kolom ***identity***, yaitu bidang yang berisi koefisien-koefisien dari variabel *slack/surplus/artificial*.

ALGORITMA SIMPLEKS

Untuk mencari nilai optimal dari suatu pemrograman linear dengan menggunakan metode simpleks, terdapat langkah-langkah/algoritma untuk penyelesaiannya.

Dengan menggunakan contoh berikut ini, akan dijabarkan langkah penyelesaian program linear dengan menggunakan metode simpleks.

Contoh:

- Fungsi tujuan:

  Maksimalkan $Z = 3X_1 + 5X_2$

- Fungsi kendala:
  1) $2X_1 \leq 8$
  2) $3X_2 \leq 15$
  3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

Langkah Penyelesaian:

1) Ubah fungsi tujuan dan fungsi kendala ke dalam bentuk standar/implisit.

Fungsi tujuan: $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$

Fungsi kendala:

1) $2X_1 + S_1 = 8$
2) $3X_2 + S_2 = 15$
3) $6X_1 + 5X_2 + S_3 = 30$

2) Susun semua nilai ke dalam tabel simplex.

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	−3	−5	0	0	0	0
S_1	0	2	0	1	0	0	8
S_2	0	0	3	0	1	0	15
S_3	0	6	5	0	0	1	30

3) Tentukan kolom kunci (variabel keputusan) yang masuk sebagai variabel basis (*entering variable*).

   Kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai pada baris Z (fungsi tujuan) yang bernilai negatif (–) dengan angka terbesar.

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	−3	−5	0	0	0	0
S_1	0	2	0	1	0	0	8
S_2	0	0	3	0	1	0	15
S_3	0	6	5	0	0	1	30

   Keterangan:

   - Kolom berwarna **kuning** (kolom X_2) dipilih sebagai kolom kunci.

4) Tentukan baris kunci, untuk menentukan variabel yang akan keluar dari baris kunci (*leaving variable*).

   Baris kunci adalah baris dengan nilai indeks positif terkecil, dengan perhitungan indeks sebagai berikut.

$$\textbf{Indeks} = \frac{\textbf{Nilai kanan (NK)}}{\textbf{Nilai setiap baris pada kolom kunci}}$$

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	−3	−5	0	0	0	0	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	~
S_2	0	0	3	0	1	0	15	5
S_3	0	6	5	0	0	1	30	6

   Keterangan:

   - Indeks pada baris Z tidak perlu dihitung.
   - Indeks pada baris S_1 diperoleh dari 8 dibagi 0 = ~.
   - Indeks pada baris S_2 diperoleh dari 15 dibagi 3 = 5.
   - Indeks pada baris S_3 diperoleh dari 30 dibagi 5 = 6.
   - Baris berwarna **hijau** (baris S_2) dipilih sebagai baris kunci.

5) Mengubah nilai-nilai pada baris kunci, dengan cara membaginya dengan angka kunci.

Angka kunci merupakan nilai yang posisinya berada pada perpotongan antara kolom kunci dengan baris kunci.

$$\textbf{Nilai baris baru kunci} = \frac{\textbf{Nilai pada baris kunci lama}}{\textbf{Angka kunci}}$$

Dari tabel simpleks pada langkah 4) diperoleh:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	−3	−5	0	0	0	0	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	~
S_2	0	0	3	0	1	0	15	5
S_3	0	6	5	0	0	1	30	6

- Angka kunci adalah 3 (angka dengan warna text **merah**).
- Variabel kolom kunci (variabel X2) akan menggantikan tempat dari variabel baris kunci (variabel S2), perhatikan sel yang berwarna merah.
- Untuk mencari nilai barsi kunci maka nilai-nilai pada baris kunci (sel yang berwarna **hijau**) akan di bagi dengan angka kunci (=3, angka dengan **text merah**)

Dari penjelasan tersebut, diperoleh nilai baris kunci baru sebagai berikut.

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	−3	−5	0	0	0	0	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	~
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	5
S_3	0	6	5	0	0	1	30	6

Keterangan:

- Nilai baris baru kunci adalah yang diberi warna **biru**.

6) Membuat baris baru dengan mengubah nilai-nilai baris (selain baris kunci) sehingga nilai-nilai kolom kunci = 0, dengan mengikuti perhitungan sebagai berikut:

Nilai baris baru = Nilai baris lama – (KAKK × NBBK)

Dimana:

- KAKK = Koefisien Angka Kolom Kunci (nilai setiap baris kolom kunci)
- NBBK = Nilai Baris Baru Kunci

Dari tabel simpleks langkah sebelumnya telah diketahui KAAK dan NBBK, seperti yang tertera dalam tabel berikut.

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	−3	−5	0	0	0	0	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	~
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	5
S_3	0	6	5	0	0	1	30	6

Keterangan:

- NBBK (nilai baris baru kunci) adalah yang diberi warna **biru**.
- KAKK (koefisien angka kolom kunci) adalah yang diberi warna **kuning**.

Dari penjelasan tersebut diperoleh:

- **Baris baru Z**

Baris lama		−3	−5	0	0	0	0	
KAKK × NBBK	−5 [	0	1	0	1/3	0	5	] −
Baris baru Z		−3	0	0	5/3	0	25	

- **Baris baru S_1**

Baris lama		2	0	1	0	0	8	
KAKK × NBBK	0 [	0	1	0	1/3	0	5	] −
Baris baru S_1		2	0	1	0	0	8	

- **Baris baru S_3**

Baris lama		6	5	0	0	1	30	
KAKK × NBBK	5 [	0	1	0	1/3	0	5	] −
Baris baru S_3		6	0	0	−5/3	1	5	

Masukkan nilai baris baru *Z*, S_1, dan S_3 ke dalam tabel simpleks, sehingga menjadi seperti berikut:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	−3	0	0	5/3	0	25	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	
S_3	0	6	0	0	−5/3	1	5	

Keterangan: Solusi belum optimal karena masih ada nilai negatif pada baris Z (baris fungsi tujuan).

7) Ulangi langkah diatas (langkah 3 – 6 atau disebut iterasi), sampai tidak terdapat nilai negatif pada baris Z (baris fungsi tujuan).

Catatan:

Iterasi berhenti jika tabel sudah optimal, jika:

- Semua nilai pada baris Z bernilai positif atau nol (untuk maksimasi).
- Bernilai negatif atau nol (untuk minimasi).

Hasil iterasi 2:

- **Langkah 3 dan 4**

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	**−3**	0	0	5/3	0	25	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	4
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	~
S_3	0	**6**	0	0	−5/3	1	5	5/6

Keterangan:

- ✓ Kolom berwarna **kuning** (kolom X_1) dipilih sebagai kolom kunci.
- ✓ Baris berwarna **hijau** (baris S_2) dipilih sebagai baris kunci.

- **Langkah 5 dan 6**

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	0	0	0	5/6	1/2	**$27^1/_2$**	
S_1	0	0	0	1	5/9	−1/3	$6\frac{1}{3}$	
X_2	0	0	1	0	1/3	0	**5**	
X_1	0	1	0	0	−5/18	1/6	**5/6**	

Keterangan:

- ✓ Karena nilai pada baris Z (baris fungsi tujuan) sudah tidak ada yang bernilai negatif, maka solusi optimal sudah diperoleh.
- ✓ Nilai solusi optimal dapat dilihat pada **kolom NK** (yang berwarna merah).
- ✓ Nilai solusi optimal yaitu:

  $Z_{maks} = 27^1/_2$; $X_1 = 5/6$; $X_2 = 5$

KENDALA DENGAN TANDA SAMA DENGAN (=)

Fungsi kendala dengan tanda sama dengan (=), ditambahkan variabel buatan (artificial variable/M) pada fungsi tujuan.

Contoh:

- Fungsi tujuan:

  Maksimalkan $Z = 3X_1 + 5X_2$

- Fungsi kendala:
  1) $2X_1 \leq 8$
  2) $3X_2 \leq 15$
  3) $6X_1 + 5X_2 = 30$

Langkah Penyelesaian:

1) Ubah fungsi tujuan dan fungsi kendala ke dalam bentuk standar/implisit.

Fungsi kendala:

$$\begin{array}{llcccccccccl}
1) & & & 2X_1 & & & + & S_1 & & & = & 8 \\
2) & & & & & 3X_2 & & & + & S_2 & = & 15 \\
3) & & & 6X_1 & + & 5X_2 & & & + & S_3 & = & 30
\end{array}$$

Fungsi tujuan:

$$Z - 3X_1 - 5X_2 + MS_3 = 0$$

Dikarenakan fungsi kendala ada yang beranda sama dengan (=), maka nilai setiap variabel dasar S_3 (kendala yang bertanda sama dengan/=) harus sebesar 0, sehingga baris Z (baris fungsi tujuan) harus dikurangi dengan M dan dikalikan dengan baris batasan yang bersangkutan (kendala 3). Sehingga nilai baris Z sebagai berikut:

Baris Z baru:

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 1 & -3 & -5 & 0 & 0 & M & 0 \\
M\,[& 0 & 6 & 5 & 0 & 0 & 1 & 30 \ ] \\
\hline
 & 1 & (-6M-3) & (-5M-5) & 0 & 0 & 0 & -30M
\end{array} \; -$$

2) Susun semua nilai ke dalam tabel simplex, dan lakukan iterasi sesuai langkah 2 – 7 penyelesaian meteode simpleks.

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK
Z	1	(−6M−3)	(−5M−5)	0	0	0	(−30M)
S_1	0	2	0	1	0	0	8
S_2	0	0	3	0	1	0	15
S_3	0	6	5	0	0	1	30

Iterasi 0:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	(−6M−3)	(−5M−5)	0	0	0	(−30M)	
S_1	0	2	0	1	0	0	8	4
S_2	0	0	3	0	1	0	15	~
S_3	0	6	5	0	0	1	30	5

Keterangan:
- ✓ Kolom berwarna **kuning** (kolom X_1) dipilih sebagai kolom kunci.
- ✓ Baris berwarna **hijau** (baris S_1) dipilih sebagai baris kunci.

Iterasi 1:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	0	(−5M−5)	(3M+3/2)	0	0	(−6M+12)	
X_1	0	1	0	1/2	0	0	4	~
S_2	0	0	3	0	1	0	15	5
S_3	0	0	5	0	0	1	6	6/5

Keterangan:
- ✓ Kolom berwarna **kuning** (kolom X_2) dipilih sebagai kolom kunci.
- ✓ Baris berwarna **hijau** (baris S_3) dipilih sebagai baris kunci.

Iterasi 2:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	0	0	−3/2	0	M+1	18	
X_1	0	1	0	1/2	0	0	4	8
S_2	0	0	0	9/5	1	−3/5	19/3	5/27
X_2	0	0	1	−3/5	0	1/5	6/5	−2

Keterangan:
- ✓ Kolom berwarna **kuning** (kolom S_1) dipilih sebagai kolom kunci.
- ✓ Baris berwarna **hijau** (baris S_2) dipilih sebagai baris kunci.

Hasil dari iterasi 2:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	NK	Indeks
Z	1	0	0	0	5/6	M+12	**$27^1/_2$**	
X_1	0	1	0	0	−5/18	1/6	**5/6**	
S_2	0	0	0	1	5/9	−1/3	$6^1/_3$	
X_2	0	0	1	0	1/3	0	**5**	

Keterangan:

- ✓ Karena nilai pada baris Z (baris fungsi tujuan) sudah tidak ada yang bernilai negatif, maka solusi optimal sudah diperoleh.
- ✓ Nilai solusi optimal dapat dilihat pada **kolom NK** (yang berwarna merah).
- ✓ Nilai solusi optimal yaitu:

  $Z_{maks} = 27½$; $X_1 = 5/6$; $X_2 = 5$

FUNGSI TUJUAN MEMINIMALKAN

Untuk fungsi tujuan meminimalkan atau permasalahan/soal minimisasi, terlebih dahulu fungsi tujuan diubah menjadi maksimisasi dengan cara mengganti tanda positif dan negatif pada fungsi tujuan.

Contoh:

- Fungsi tujuan:

  Minimalkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Fungsi kendala:
  1) $2X_1 = 8$
  2) $3X_2 \leq 15$
  3) $6X_1 + 5X_2 \geq 30$

Langkah Penyelesaian:

1) Ubah fungsi tujuan dan fungsi kendala ke dalam bentuk standar/implisit.

   Perhatikan pada soal, pada fungsi kendala terdapat kendala dengan tanda sama dengan (=) dan kendala dengan tanda lebih besar sama dengan (≥). Maka bentuk fungsi kendala akan menjadi:

   Fungsi kendala:
   1) $2X_1 + S_1 = 8$
   2) $3X_2 + S_2 = 15$
   3) $6X_1 + 5X_2 - S_3 + S_4 = 30$

   Catatan:

   - ✓ Untuk fungsi kendala 1) yang bertanda sama dengan (=), maka ditambahkan varibel *slack* pada ruas kiri kendala (S_1), dan variabel *artificial* (M) pada fungsi tujuan (MS_1).
   - ✓ Untuk fungsi kendala 2) yang bertanda lebih kecil sama dengan (≤), maka ditambahkan varibel *slack* pada ruas kiri kendala (S_2).
   - ✓ Untuk fungsi kendala 3) yang bertanda lebih besar sama dengan (≥), maka dikurangi variabel *surplus* (S_3) dan ditambah buatan (S4) pada ruas kiri kendala, serta ditambah variabel *artificial* (M) pada fungsi tujuan (MS_4).

Dari kendala yang ada, maka bentuk fungsi tujuan menjadi:

$$\text{Minimalkan} \quad Z = 3X_1 + 5X_2 + MS_1 + MS_4$$

Untuk fungsi tujuan meminimalkan, maka fungsi tujuan diubah menjadi maksimisasi dengan cara mengganti tanda positif dan negatif pada fungsi tujuan, sehingga menjadi:

$$\text{Maksimalkan} \quad (-Z) = -3X_1 - 5X_2 - MS_1 - MS_4$$

Dalam bentuk standar/implisit, fungsi tujuan menjadi:

$$-Z + 3X_1 + 5X_2 + MS_1 + MS_4 = 0$$

Karena variabel S_1 dan S_4 adalah variabel artificial, maka nilai setiap variabel dasar S_1 dan S_4 harus = 0, sehingga baris Z (baris fungsi tujuan) harus dikurangi dengan (–M) dan dikalikan dengan baris batasan yang bersangkutan (kendala 1 dan 3). Sehingga nilai baris Z sebagai berikut:

Baris Z baru:

$$
\begin{array}{rcccccccccl}
 & & -1 & 3 & 5 & M & 0 & 0 & M & 0 & \\
-M & [& 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 8 &] \\
-M & [& 0 & 6 & 5 & 0 & 0 & -1 & 1 & 30 &] \\
\hline
 & & 1 & (-8M+3) & (-5M+5) & 0 & 0 & M & 0 & (-38M) & \\
\end{array} \quad -
$$

2) Susun semua nilai ke dalam tabel simplex, dan lakukan iterasi sesuai langkah 2 – 7 penyelesaian meteode simpleks.

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	NK
Z	1	(−8M+3)	(−5M+5)	0	0	M	0	(−38M)
S_1	0	2	0	1	0	0	0	8
S_2	0	0	3	0	1	0	0	15
S_3	0	6	5	0	0	−1	1	30

Iterasi 0:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	NK	Indeks
Z	1	(−8M+3)	(−5M+5)	0	0	M	0	(−38M)	
S_1	0	2	0	1	0	0	0	8	4
S_2	0	0	3	0	1	0	0	15	~
S_3	0	6	5	0	0	−1	1	30	5

Keterangan:

- ✓ Kolom berwarna **kuning** (kolom X_1) dipilih sebagai kolom kunci.
- ✓ Baris berwarna **hijau** (baris S_1) dipilih sebagai baris kunci.

Iterasi 1:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	NK	Indeks
Z	−1	3	(−5M+5)	(4M−3/2)	0	M	0	(−6M−12)	
X_1	0	1	0	½	0	0	0	4	~
S_2	0	0	3	0	1	0	0	15	5
S_3	0	0	5	−3	0	−1	1	6	6/5

Keterangan:
- ✓ Kolom berwarna **kuning** (kolom X_1) dipilih sebagai kolom kunci.
- ✓ Baris berwarna **hijau** (baris S_1) dipilih sebagai baris kunci.

Hasil dari iterasi 1:

V.D	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	NK
Z	−1	0	0	(M+3/2)	0	1	M+1	(−18)
X_1	0	1	0	1/2	0	0	0	4
S_2	0	0	1	9/5	1	3/5	−3/5	5 2/5
S_3	0	0	1	−3/5	0	−1/5	1/5	6/5

Keterangan:
- ✓ Karena (–Z) = (−18), maka Z = 18, maka penyelesaian telah mencapai solusi optimal, dengan solusi optimal **X_1 = 4 ; X_2 = 6/5 ; Z_{min} = 18**.

REFERENSI

Noer. Bustanul Arifin, 2010, *Belajar Mudah Riset Operasional*, ANDI.

Sitinjak. Tumpal JR, *Riset Operasi*, Graha Ilmu, 2006

Taylor III. Bernard W, *Manajemen Sains*, Salemba Empat, 2008

Wijaya. Andi, *Pengantar Riset Operasi*, Mitra Wacana Media, 2012

Tugas On-line 1

Kerjakan soal dibawah ini dengan metode simpleks hingga mencapai solusi optimal.

1. Fungsi tujuan:

   Maksimalkan $Z = 40X_1 + 50X_2$

   Fungsi kendala:

   1) $X_1 + 2X_2 \leq 40$
   2) $4X_1 + 3X_2 \leq 120$

   Non-negatif $X_1 ; X_2 \geq 0$

2. Fungsi tujuan:

   Minimalkan $Z = 6X_1 + 3X_2$

   Fungsi kendala:

   1) $2X_1 + 4X_2 \geq 16$
   2) $4X_1 + 3X_2 \geq 24$

   Non-negatif $X_1 ; X_2 \geq 0$

Cara menjawab:

a) Jawaban ditulis dengan tangan pada kertas A4
b) Buat *softcopy*/file jawaban tulis tangan tersebut (bisa di scan, foto, dll).
c) Kirimkan *softcopy*/file tersebut pada hybrid learning di Tugas On-line 1 pertemuan ke-4, paling lambat Rabu, 24 Oktober 2012, pkl. 19.00 wib.
d) Jawaban tulis tangan pada kertas A4 tersebut di kumpulkan pada pertemuan ke-5 mata kuliah Riset Operasional (Minggu, 28 Oktober 2012).

Selamat Mengerjakan