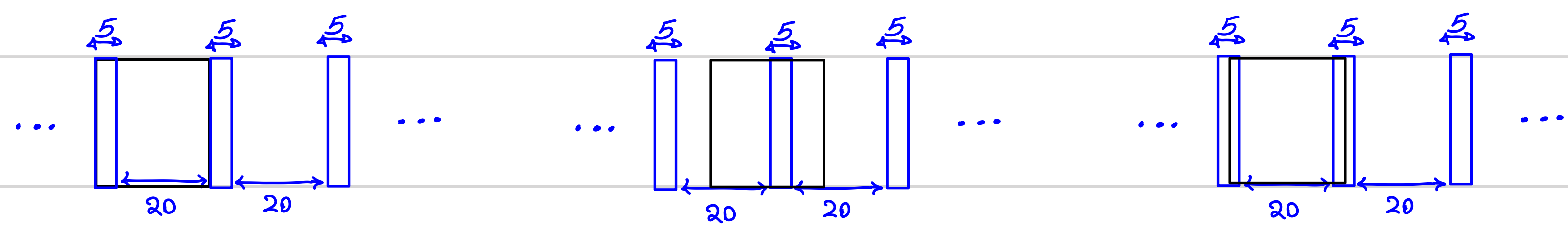
پردازش تصاویر پزشکی | به نام خدا | تمرین سری ۲

علی نوریان 98102527

(۱)

با توجه به سایز ۲۳، ۲۵ و ۴۵، در حالتی که سایز ماسک برابر ۲۵ است، در تمام حالت‌هایی که روی صفحه حرکت می‌کند، شامل ۵ پیکسل مشکی و ۲۰ پیکسل سفید است. بنابراین همواره مقدار ثابت $۰٫۸ = \frac{۵\times۰+۲۰\times۱}{۲۵}$ توسط این ماسک به دست می‌آید.



در حالتی که برای دو ماسک با سایز ۲۳ و ۴۵ حداقل ۲ حالت مختلف رخ می‌دهد که در نتیجه آن حداقل ۲ مقدار متفاوت به دست خواهد آمد که باعث می‌شود خطوط راه راه کامل محو نشوند.

$$۴۵: \begin{cases} \frac{۲۰\times۱+۵\times۰+۲۰\times۱}{۴۵} = \frac{۸}{۹} \\ \frac{۵\times۰+۲۰\times۱+۵\times۰+۱۵\times۱}{۴۵} = \frac{۷}{۹} \end{cases} \qquad ۲۳: \begin{cases} \frac{۵\times۰+۱۸\times۱}{۲۳} = \frac{۱۸}{۲۳} \\ \frac{۳\times۰+۲۰\times۱}{۲۳} = \frac{۲۰}{۲۳} \end{cases}$$

(۲)

(ن)

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta, \quad y = x'\sin\theta + y'\cos\theta$$

$$\frac{\partial x}{\partial x'} = \cos\theta, \quad \frac{\partial x}{\partial y'} = -\sin\theta, \quad \frac{\partial y}{\partial x'} = \sin\theta, \quad \frac{\partial y}{\partial y'} = \cos\theta$$

کافی است نشان دهیم: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2}$:

$$\frac{\partial f}{\partial x'} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x'} = \frac{\partial f}{\partial x}\cos\theta + \frac{\partial f}{\partial y}\sin\theta$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\cos\theta\right)\frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\sin\theta\right)\frac{\partial y}{\partial x'} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\cos^2\theta + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\sin^2\theta \quad (۱)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y'} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial y'} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial y'} = \frac{\partial f}{\partial x}(-\sin\theta) + \frac{\partial f}{\partial y}\cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}(-\sin\theta)\right)\frac{\partial x}{\partial y'} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\cos\theta\right)\frac{\partial y}{\partial y'} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\sin^2\theta + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\cos^2\theta \quad (۲)$$

$$\xRightarrow{(۱),(۲)} \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} = \underline{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\cos^2\theta} + \underline{\underline{\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\sin^2\theta}} + \underline{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\sin^2\theta} + \underline{\underline{\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\cos^2\theta}} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad \blacksquare$$

(22)

فیلتر لاپلاسین ۳x۳ را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$l = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$l * f = -4f(x,y) + f(x-1,y) + f(x+1,y) + f(x,y-1) + f(x,y+1)$$

$$f(x,y) - l * f = 5f(x,y) - f(x-1,y) - f(x+1,y) - f(x,y-1) - f(x,y+1)$$

بنابراین با بدست آوردن اختلاف مقدار یک پیکسل با پیکسل‌های همسایه‌اش، لبه‌های تصویر واضح‌تر می‌شود. به عبارت دیگر اگر مقدار پیکسل با میانگین پیکسل‌های مجاور آن جایگزین شود، باعث محوشدگی خواهد شد. حال با کم کردن این مقدار از مقدار اصلی، محوشدگی‌ها از بین می‌رود و در عوض لبه‌ها نمایان می‌شود.

۳

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix} , \quad \text{kernel} = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

approximation:

$$f_1 * K = \begin{bmatrix} 3.5 & 4.5 & 5.5 & 3 \\ 7.5 & 8.5 & 9.5 & 5 \\ 11.5 & 12.5 & 13.5 & 7 \\ 6.75 & 7.25 & 7.75 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{subsampling}} \begin{bmatrix} 3.5 & 5.5 \\ 11.5 & 13.5 \end{bmatrix} = f_2$$

$$f_2 * K = [8.5]$$

در نتیجه هرم approximation به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.5 & 5.5 \\ 11.5 & 13.5 \end{bmatrix} [8.5]$$

حال برای تشکیل هرم prediction residual داریم:

$$\begin{bmatrix} 3.5 & 5.5 \\ 11.5 & 13.5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{\& interpolation}]{\text{upsample}} \begin{bmatrix} 3.5 & 3.5 & 5.5 & 5.5 \\ 3.5 & 3.5 & 5.5 & 5.5 \\ 11.5 & 11.5 & 13.5 & 13.5 \\ 11.5 & 11.5 & 13.5 & 13.5 \end{bmatrix}$$

ادامه در صفحه بعد ـ

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3.5 & 3.5 & 5.5 & 5.5 \\ 3.5 & 3.5 & 5.5 & 5.5 \\ 11.5 & 11.5 & 13.5 & 13.5 \\ 11.5 & 11.5 & 13.5 & 13.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.5 & -1.5 & -2.5 & -1.5 \\ 1.5 & 2.5 & 1.5 & 2.5 \\ -2.5 & -1.5 & -2.5 & -1.5 \\ 1.5 & 2.5 & 1.5 & 2.5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$[8.5] \xrightarrow[\text{\& interpolation}]{\text{upsample}} \begin{bmatrix} 8.5 & 8.5 \\ 8.5 & 8.5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3.5 & 5.5 \\ 11.5 & 13.5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8.5 & 8.5 \\ 8.5 & 8.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

در نتیجه هرم predictional residual

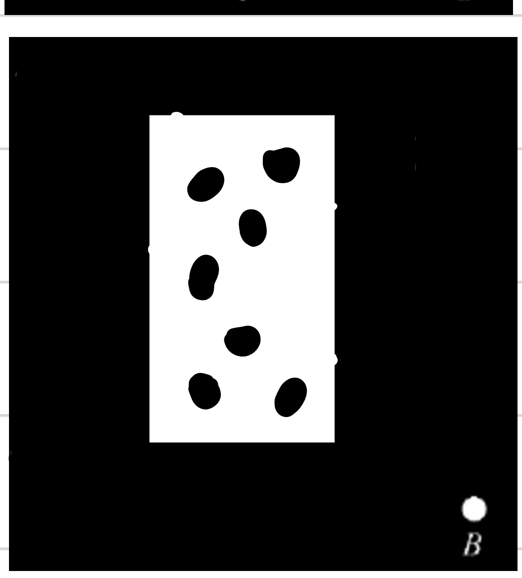
$$\begin{bmatrix} -2.5 & -1.5 & -2.5 & -1.5 \\ 1.5 & 2.5 & 1.5 & 2.5 \\ -2.5 & -1.5 & -2.5 & -1.5 \\ 1.5 & 2.5 & 1.5 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

۴

«لازم به ذکر است تصاویر با قلم آپدیت شده است و خروجی شبیه سازی نیستند.»

تصویر اصلی:

$C = A \ominus B$:

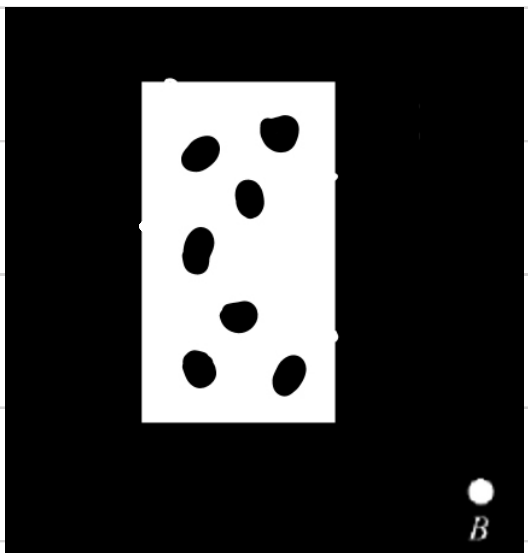


حفره‌های سفید در اطراف مستطیل سفید مرکزی، از آنجایی که از B کوچک‌تر هستند به طور کامل حذف می‌شوند.

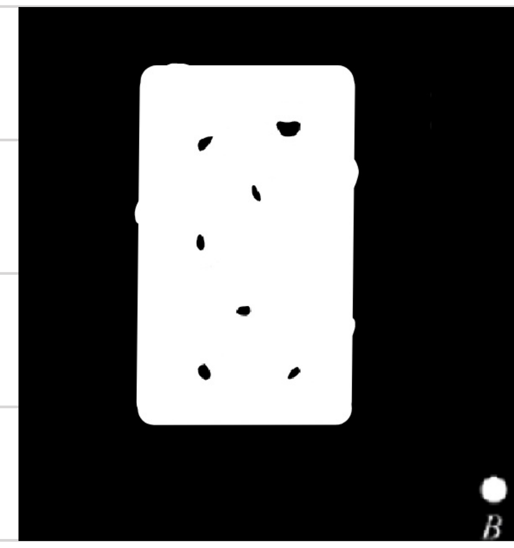
مستطیل سفید مرکزی به اندازه‌ی شعاع B از چهار طرف کوچک‌تر می‌شود.

همچنین حفره‌های مشکی درون مستطیل سفید مرکزی، از هر جهت حدود شعاع B بزرگ‌تر می‌شوند.

C:

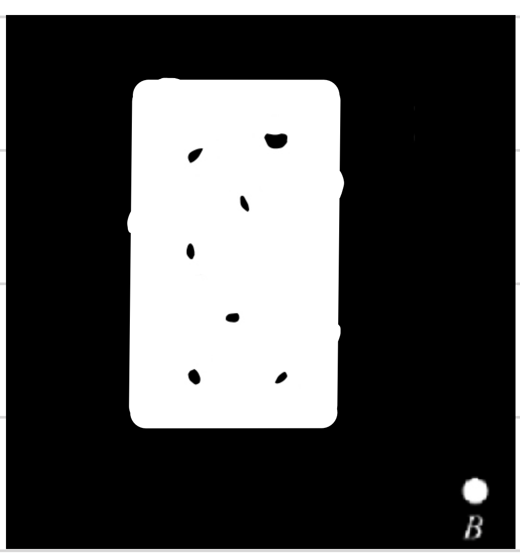


$D = C \oplus B$:

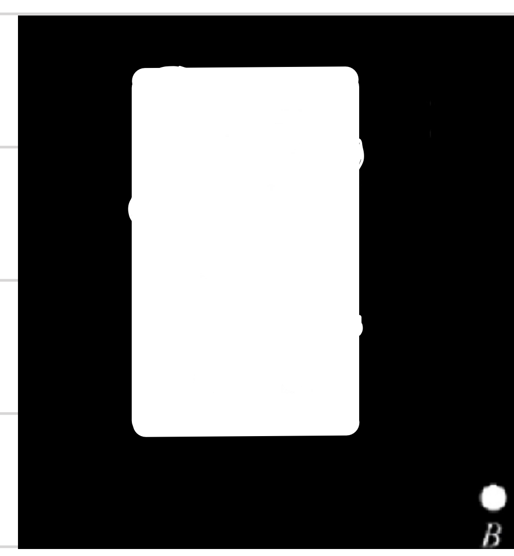


مستطیل سفید مرکزی به اندازه‌ی شعاع B از چهار جهت گسترش می‌یابد و همچنین لبه‌های آن نیز گرد خواهد شد.
حفره‌های سیاه درون مستطیل سفید مرکزی کوچک خواهند شد.

D:

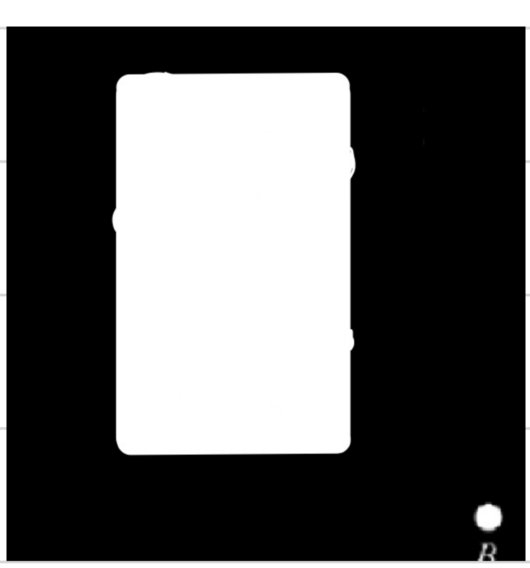


$E = D \oplus B$:

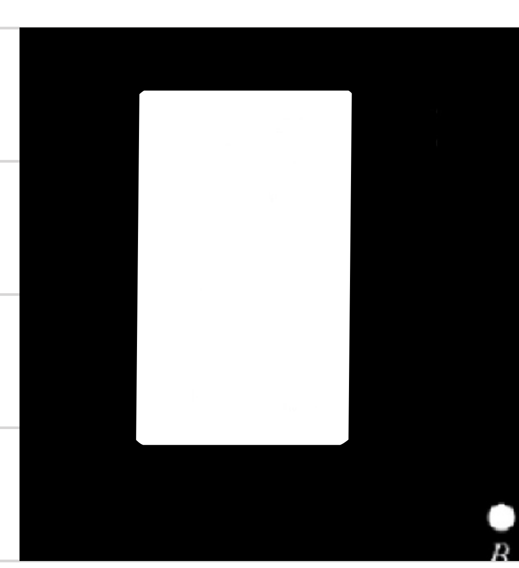


حفره‌های درون مستطیل سفید مرکزی اگر در همه جهت‌ها از نصف شعاع B عرض کمتری داشته باشند، به طور کامل حذف خواهند شد. با فرض این فرض حفره‌ی سیاهی باقی نخواهد ماند.
مستطیل سفید مرکزی نیز از چهار جهت به اندازه‌ی شعاع B گسترش خواهد یافت.

E:

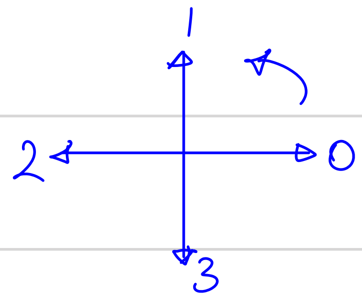


$F = E \ominus B$



مستطیل سفید مرکزی از چهار جهت به اندازه‌ی شعاع B کوچک‌تر می‌شود. از آنجایی که تاکنون دوبار گسترش یافته و دوبار کوچک شده است بنابراین در این مرحله به ابعاد اصلی خود برمی‌گردد. (البته گوشه‌های آن کمی گرد باقی خواهد ماند.)
بنابراین با انجام این مراحل حفره‌های سفید خارج از مستطیل مرکزی و حفره‌های سیاه درون آن از بین رفتند.

5



(i)

01010303033232322212111

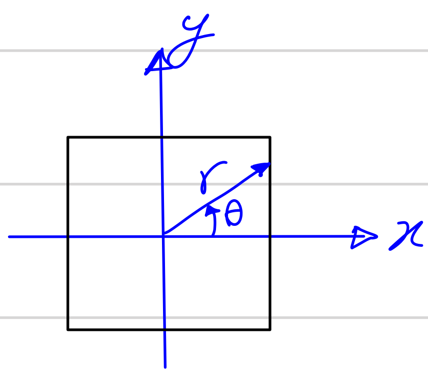
انتها و ابتدا 1,0 $\Rightarrow$ 01, 10, 01, 10, 03, 30, 03, 30, 03, 33, 32, 23, 32, 23, 32, 22, 21, 12, 21, 11, 11

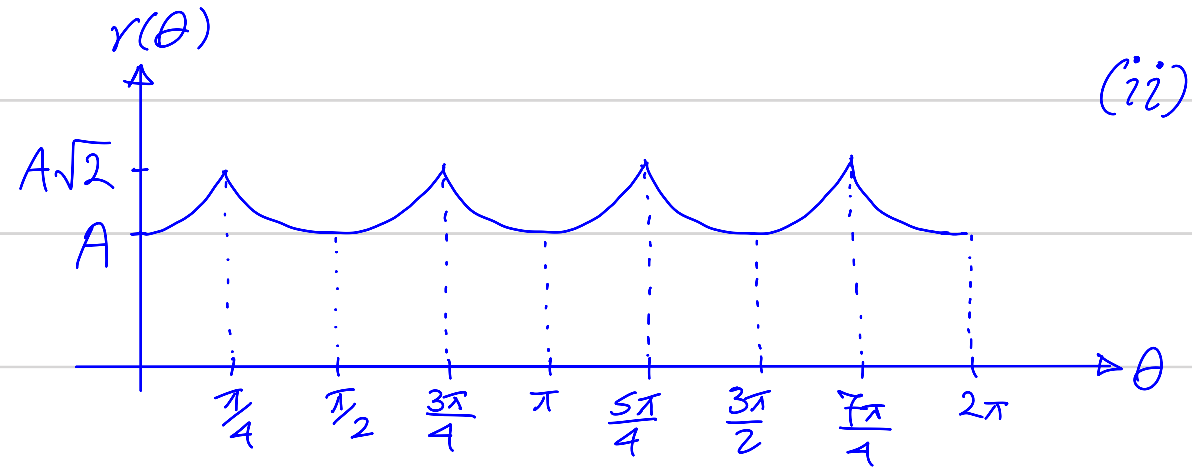
3 1 3 1 3 3 1 3 1 3 0 3 1 3 1 3 0 3 1 3 0 0

اگر به حالت کوچک‌ترین عدد در بیاوریم:

0031313313130313130313

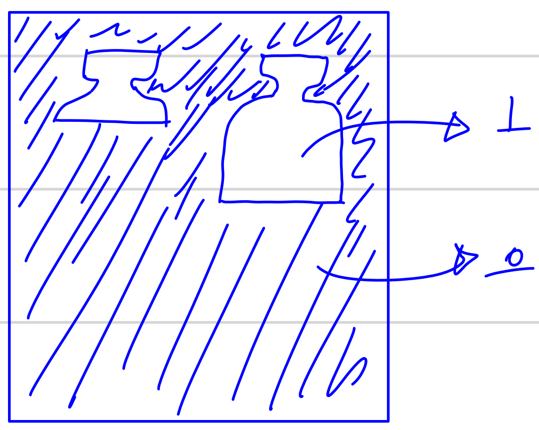
(ii)





6

با توجه به تصویر داده شده، با در نظر گرفتن یک آستانه، فضای خالی بطری را به صورت یک ماسک جدا می‌کنیم:



در صورتی که نویز یا حفره‌هایی در عکس موجود باشد می‌توانیم با اعمال Erosion, dilation، برای مثال مانند آنچه در سوال ۴ دیدیم، آن‌ها را حذف کنیم.

همچنین قبل از اعمال آستانه نیز می‌توانیم از روش‌های حذف نویز در صورت لزوم استفاده کنیم.

برای ادامه کار از روش‌های متعددی می‌توان کمک گرفت. برای مثال یک راه‌حل ساده به این صورت است که حداکثر مساحت خالی قابل قبول را داشته باشیم و با بدست آوردن تعداد ۱ های بدست آمده از ماسک هر بطری و مقایسه آن با مساحت آستانه، پر یا خالی بودن را تشخیص دهیم.

روش دیگر اندازه گیری ارتفاع بطری و ارتفاع مایع یا ارتفاع قسمت خالی می‌باشد. با بدست آوردن بالاترین

و پایین ترین پیکسل با مقدار 1 در ماسکی که بدست آوردیم و اختلاف آن که ارتفاع خالی ظرف را نشان می دهد، می توانیم آن را با یک ارتفاع آستانه مقایسه کنیم.

ضمنا همین کار را برای بدست آوردن ارتفاع مایع نیز می توان بکار برد.

همچنین مقدار آستانه را می توان نسبت ارتفاع مایع و ارتفاع ظرف نیز در نظر گرفت.