دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(پلی تکنیک تهران)

دانشکده مهندسی مکانیک

پروژه درس مبانی دینامیک خودرو

دانشجو

علی رزاقی - ۹۹۲۶۰۵۶

استاد

دکتر مهیار نراقی

تدریس یار

مهندس آراز قربانی

نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

فهرست مطالب

بخش I :

۱) نشان دهید که معادله حالت-فضای وسیله نقلیه چهار چرخ فرمان برابر است با :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(C_{\alpha f}+C_{\alpha r})}{mu_o} & \frac{bC_{\alpha r}-aC_{\alpha f}}{mu_o} - u_o \\ \frac{bC_{\alpha r}-aC_{\alpha f}}{I_z u_o} & \frac{-(b^۲ C_{\alpha r}+a^۲ C_{\alpha f})}{I_z u_o} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f}}{m} & \frac{C_{\alpha r}}{m} \\ \frac{aC_{\alpha f}}{I_z} & \frac{-bC_{\alpha r}}{I_z} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

با توجه به {Wong – (۵-۲۶) – (۵-۲۷)} داریم :

فرض :

$$\dot{V}_x = ۰ \ \rightarrow \ F_{x_r} = F_{x_f} = ۰$$
$$sin\delta_r = \delta_r - cos\delta_r = ۱$$

با توجه به فرض های بالا :

$$m(\dot{V}_y + V_x\Omega_z) = F_{y_r}\,cos\delta_r + F_{y_f}\,cos\delta_f + F_{x_f}\,sin\delta_f + F_{x_r}\,sin\delta_r$$
$$m(\dot{V}_y + V_x\Omega_z) = F_{y_r} + F_{y_f}$$

$$I_z\dot{\Omega}_z = aF_{y_f}cos\delta_f - bF_{y_r}\,cos\delta_r + aF_{x_f}\,sin\delta_f - bF_{x_r}\,sin\delta_r$$
$$= aF_{y_f}cos\delta_f - bF_{y_r}\,cos\delta_r$$

$$F_{y_r} = C_{\alpha_r}\alpha_r$$
$$\alpha_f = \delta_f - \frac{a\Omega_z + V_y}{V_x}$$
$$\alpha_r = \delta_r - \frac{b\Omega_z - V_y}{V_x}$$

$$m(\dot{V}_y + V_x\Omega_z) = C_{\alpha_r}\left(\delta_r - \frac{b\Omega_z - V_y}{V_x}\right) + C_{\alpha_f}\left(\delta_f - \frac{a\Omega_z + V_y}{V_x}\right)$$
$$m\dot{V}_y + \left(mV_x + \frac{aC_{\alpha_f} - bC_{\alpha_r}}{V_x}\right)\Omega_z + V_y\left(\frac{C_{\alpha_f} + C_{\alpha_r}}{V_x}\right) = C_{\alpha_r}\delta_r + C_{\alpha_f}\delta_f$$

$$\dot{V}_y = -\left(V_x + \frac{aC_{\alpha f} - bC_{\alpha r}}{mV_x}\right)\Omega_z - V_y\left(\frac{C_{\alpha f} + C_{\alpha r}}{mV_x}\right) + \frac{C_{\alpha r}\delta_r}{m} + \frac{C_{\alpha f}\delta_f}{m}$$

$$I_z\dot{\Omega}_z = aC_{\alpha f}\left(\delta_f - \frac{a\Omega_z + V_y}{V_x}\right) - bC_{\alpha r}\left(\delta_r - \frac{b\Omega_z - V_y}{V_x}\right)$$

$$I_z\dot{\Omega}_z + \left(\frac{a^۲C_{\alpha f} + b^۲C_{\alpha r}}{V_x}\right)\Omega_z + V_y\left(\frac{aC_{\alpha f} - bC_{\alpha r}}{V_x}\right) = aC_{\alpha f}\delta_f - bC_{\alpha r}\delta_r$$

$$\dot{\Omega}_z = \dot{r} = -\left(\frac{a^۲C_{\alpha f} + b^۲C_{\alpha r}}{I_zV_x}\right)\Omega_z - V_y\left(\frac{aC_{\alpha f} - bC_{\alpha r}}{I_zV_x}\right) + \frac{aC_{\alpha f}\delta_f}{I_z} - \frac{bC_{\alpha r}\delta_r}{I_z}$$

در نتیجه :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(C_{\alpha f} + C_{\alpha r})}{mu_o} & \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{mu_o} - u_o \\ \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{I_zu_o} & \frac{-(b^۲C_{\alpha r} + a^۲C_{\alpha f})}{I_zu_o} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f}}{m} & \frac{C_{\alpha r}}{m} \\ \frac{aC_{\alpha f}}{I_z} & \frac{-bC_{\alpha r}}{I_z} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

۲)

$l = 2.54m$	$a = 1.14m$	$b = l - a = 40m$
$g = 9.81\ m/s^2$	$u = 20\ ^m/_s$	$m = 1000kg$
$I_z = 1100\ kg.m^2$	$C_{\alpha f} = 2400\ N/deg$	$C_{\alpha r} = 2050\ N/deg$

الف)

$$K_{us} = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} = \frac{\frac{۱۰۰۰ \times ۱.۱۴}{۲.۵۴}}{۲ \times ۲۴۰۰ \times \frac{۱۸۰}{\pi}} - \frac{\frac{۱۰۰۰ \times ۱.۴۰}{۲.۵۴}}{۲ \times ۲۰۵۰ \times \frac{۱۸۰}{\pi}} = -۰.۰۰۱۴۲۹\ [\frac{rad}{m.s^۲}]$$

ب)

$$G_{yaw} = \frac{\Omega_z}{\delta_f} = \frac{V}{L + K_{us}\frac{V^۲}{g}} = \frac{۲۰}{۲.۵۴ + (-۰.۰۱۴۰۱ \times \frac{۱۸۰}{\pi})(\frac{۲۰^۲}{۹.۸۱})} = -۲۷.۲۸\ [\frac{deg/s}{deg}]$$

ج)

$$G_{acc} = \frac{a_y}{\delta_f} = \frac{g \times V^{۲}}{gL + K_{us}V^{۲}}$$

$$= \frac{۹.۸۱ \times ۲۰^{۲}}{(۲.۵۴ \times ۹.۸۱) + (-۰.۰۱۴۰۱ \times \frac{۱۸۰}{\pi})(۲۰^{۲})} = -۵۴۵.۶۷\ [\frac{m/s^{۲}}{deg}]$$

د)

به کمک متلب خواهیم داشت:

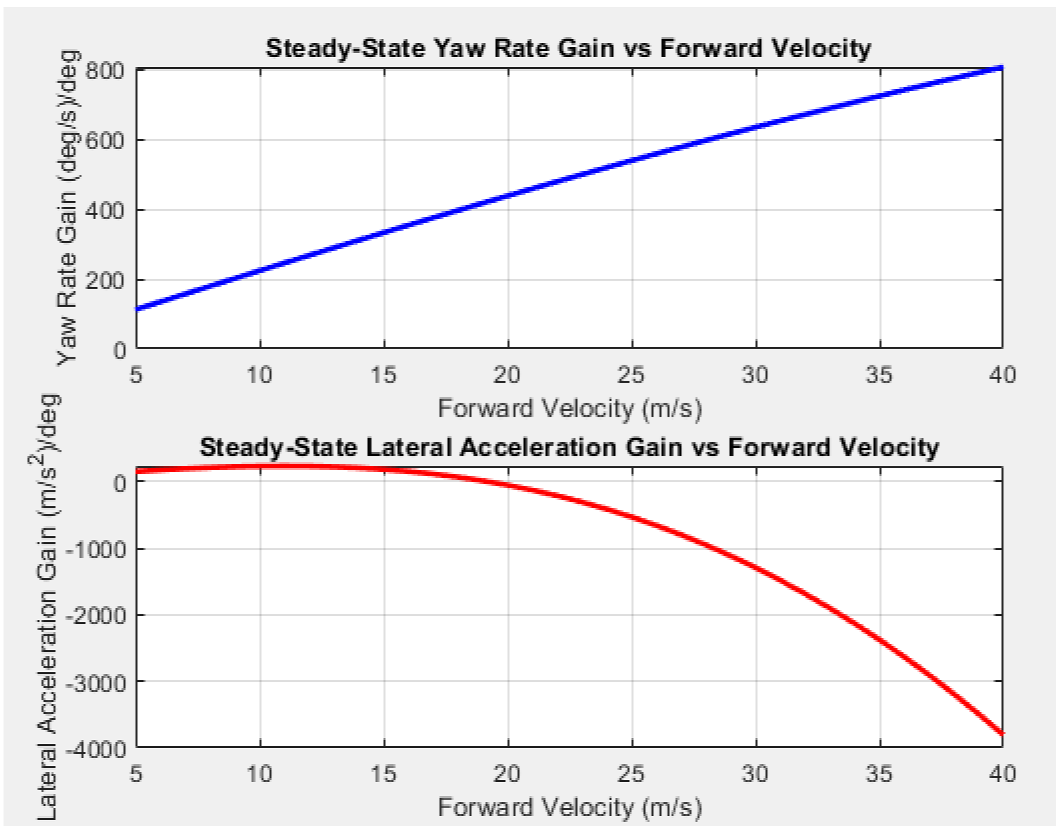
```
clc, clear all, close all;
% Parameters
l = ٢,٥٤;  % Wheelbase (m)
a = ١,١٤;  % Distance from CG to front axle (m)
b = l - a; % Distance from CG to rear axle (m)
u = ٢٠;    % Forward velocity (m/s)
m = ١٠٠٠;  % Vehicle mass (kg)
Iz = ١١٠٠; % Yaw moment of inertia (kg.m^٢)
Caf = ٢٤٠٠ * (١٨٠ / pi); % Front cornering stiffness (N/rad)
Car = ٢٠٥٠ * (١٨٠ / pi); % Rear cornering stiffness (N/rad)

% State-space matrices
A = [ -(Caf+Car)/(m * u), ((b*Car-a*Caf)/(m*u))-u ;
      (b*Car-a*Caf)/(u*Iz), -(a^٢ * Caf + b^٢ * Car)/(Iz * u)];

B = [Caf/m, Car/m;
    (a*Caf)/Iz, (-b* Car)/Iz];

% Steady-state conditions
% We want to solve the system: ٠ = A * [y; psi; vy; r] + B * delta_f

% Set the steering angle input (delta_f)
delta_f = ١ * (pi / ١٨٠); % Convert ١ degree to radians

% Solve for the steady-state response
steady_state = -A \ (B * delta_f);

% Extract steady-state yaw rate (r) and lateral acceleration (a_y)
r = steady_state(٤); % Steady-state yaw rate
a_y = steady_state(٣); % Steady-state lateral acceleration

% Convert yaw rate to (deg/sec)/deg
yaw_rate_gain = r / delta_f * (١٨٠/pi); % (deg/s)/deg

% Convert lateral acceleration to (m/s^٢)/deg
lateral_acceleration_gain = a_y / delta_f * (١٨٠/pi); % (m/s^٢)/deg

% Display the results
```

```
fprintf('Steady-State Yaw Rate Gain: %.۸f (deg/s)/deg\n', yaw_rate_gain);
fprintf('Steady-State Lateral Acceleration Gain: %.۸f (m/s^۲)/deg\n',
lateral_acceleration_gain);
```

Command Window

```
Steady-State Yaw Rate Gain: -438.23228782 (deg/s)/deg
Steady-State Lateral Acceleration Gain: 1202.21176581 (m/s^2)/deg
>>
```

ه) کد ها ضمیمه گزارش شده اند:



و) با فرض اینکه در جاده شیبدار هستیم داریم :

- نیروی جانبی اضافه روی وسیله نقلیه که در اثر شیب جاده به دلیل مولفه گرانشی بر روی مرکز جرم ایجاد میکند، گشتاور یاو صفر ایجاد می کند.

فرض :

$$\delta_r = ۰$$

$$sin\delta_r = ۰ - cos\delta_r = ۱$$

$$sin\gamma = \gamma - cos\gamma = ۱$$

$$sin\delta_f = \delta_f - cos\delta_f = ۱$$

$$\dot{V}_x = ۰ \rightarrow F_{x_r} = F_{x_f} = ۰$$

$$m(\dot{V}_y + V_x\Omega_z) = \left(F_{y_r} + F_{y_f}\right) cos\gamma + mg\ sin\gamma$$

$$I_z\dot{\Omega}_z = aF_{y_f} - bF_{y_r}$$

$$F_{y_r} = C_{\alpha_r}\alpha_r$$

$$F_{y_f} = C_{\alpha_f}\alpha_f$$

$$\alpha_f = \delta_f - \frac{a\Omega_z + V_y}{V_x}$$

$$\alpha_r = \delta_r - \frac{b\Omega_z - V_y}{V_x}$$

$$m\dot{V}_y + mV_x\Omega_z = \left(C_{\alpha_f}\alpha_f + C_{\alpha_r}\alpha_r\right) cos\gamma + mg\ sin\gamma$$

$$m\dot{V}_y + mV_x\Omega_z = \left(C_{\alpha_f}(\delta_f - \frac{a\Omega_z + V_y}{V_x}) + C_{\alpha_r}(\frac{b\Omega_z - V_y}{V_x})\right) + mg\gamma$$

$$m\dot{V}_y + \Omega_z\left(\frac{aC_{\alpha_f} - bC_{\alpha_r}}{V_x} + mV_x\right) + \left(\frac{C_{\alpha_f} + C_{\alpha_r}}{V_x}\right)V_y = C_{\alpha_f}\delta_f + mg\gamma$$

$$\dot{V}_y = -\left(V_x + \frac{aC_{\alpha_f} - bC_{\alpha_r}}{mV_x}\right)\Omega_z - V_y\left(\frac{C_{\alpha_f} + C_{\alpha_r}}{mV_x}\right) + \frac{C_{\alpha_f}\delta_f}{m} + g\gamma$$

$$I_z\dot{\Omega}_z + \left(\frac{a^۲ C_{\alpha_f} + b^۲ C_{\alpha_r}}{V_x}\right)\Omega_z + V_y\left(\frac{aC_{\alpha_f} - bC_{\alpha_r}}{V_x}\right) = aC_{\alpha_f}\delta_f$$

$$\dot{\Omega}_z = \dot{r} = -\left(\frac{a^۲ C_{\alpha_f} + b^۲ C_{\alpha_r}}{I_z V_x}\right)\Omega_z - V_y\left(\frac{aC_{\alpha_f} - bC_{\alpha_r}}{I_z V_x}\right) + \frac{aC_{\alpha_f}\delta_f}{I_z}$$

در نتیجه :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(C_{\alpha f} + C_{\alpha r})}{mu_o} & \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{mu_o} - u_o \\ \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{I_z u_o} & \frac{-(b^۲ C_{\alpha r} + a^۲ C_{\alpha f})}{I_z u_o} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f}}{m} & g \\ \frac{aC_{\alpha f}}{I_z} & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta_f \\ \gamma \end{bmatrix}$$

ز) با توجه به فرمول زیر و کد متلب داریم :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(C_{\alpha f} + C_{\alpha r})}{mu_o} & \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{mu_o} - u_o \\ \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{I_z u_o} & \frac{-(b^۲ C_{\alpha r} + a^۲ C_{\alpha f})}{I_z u_o} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha f}}{m} & g \\ \frac{aC_{\alpha f}}{I_z} & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta_f \\ \gamma \end{bmatrix}$$

```
clc ;
clear;
close all;
syms C_alpha_r C_alpha_f a l m u I_z v gamma g r delta_f V_dot r_dot


% given parametrs
C_alpha_f=2400;
C_alpha_r=2056;


l = 1.4; %m
a = 1.14; %m
m = 1000; %Kg
u = 20; %m/s
I_z = 1200; %Kg/m^2
g = 9.81; %m/s^2
gamma = -5*pi/180; %rad


v=0;
r=0;


A= [(-(C_alpha_f+C_alpha_r))/m/u (l*C_alpha_r-a*C_alpha_f)/m/u
    (l*C_alpha_r-a*C_alpha_f)/I_z/u -(l^2*C_alpha_r+a^2*C_alpha_f)/I_z/u]


B=[C_alpha_f/m +g
    a*C_alpha_f/I_z 0]


c=A*[v; r]+B*[delta_f ; gamma]


eq1=[c(1)==V_dot]
eq2=[c(2)==r_dot]


V_dot=0;
r_dot=0;


eq1=[c(1)==V_dot];
eq2=[c(2)==r_dot];


 delta_f_1 = vpasolve(eq1,[delta_f])
 delta_f_2 = vpasolve(eq2,[delta_f])
```

نتیجه کد به شرح زیر می باشد :

با توجه به اینکه درایه های ماتریس *c* نمیتوانند همزمان صفر شوند :

```
A = 2×2
     -0.2228    0.0071
      0.0059   -0.2979

B = 2×2
      2.4000    9.8100
      2.2800         0

c =
```

$$\begin{pmatrix} \frac{12\,\delta_f}{5} - \frac{109\,\pi}{400} \\ \frac{57\,\delta_f}{25} \end{pmatrix}$$

eq1 =

$$\frac{12\,\delta_f}{5} - \frac{109\,\pi}{400} = \dot{V}$$

eq2 =

$$\frac{57\,\delta_f}{25} = \dot{r}$$

delta_f_1 = 0.35670166587634110728377930080986

delta_f_2 = 0

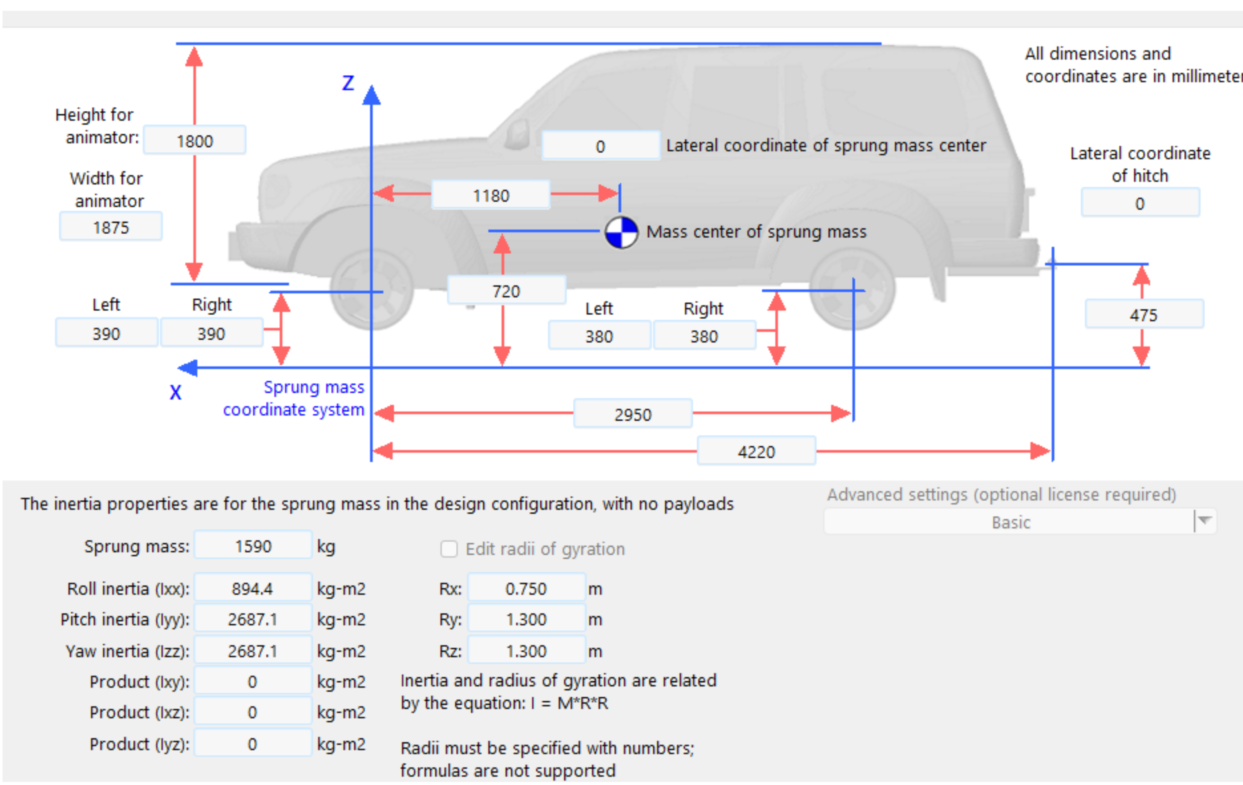
با توجه به نتایج بالا اگر راننده بخواهد با تغییر زاویه فرمان از سرعت جانبی جلوگیری کند، این امر سبب ایجاد سرعت زاویه ای عمودی در خودرو شده و یا بلعکس که در هر دو حالت باعث انحراف از مسیر می شود.

بخش II

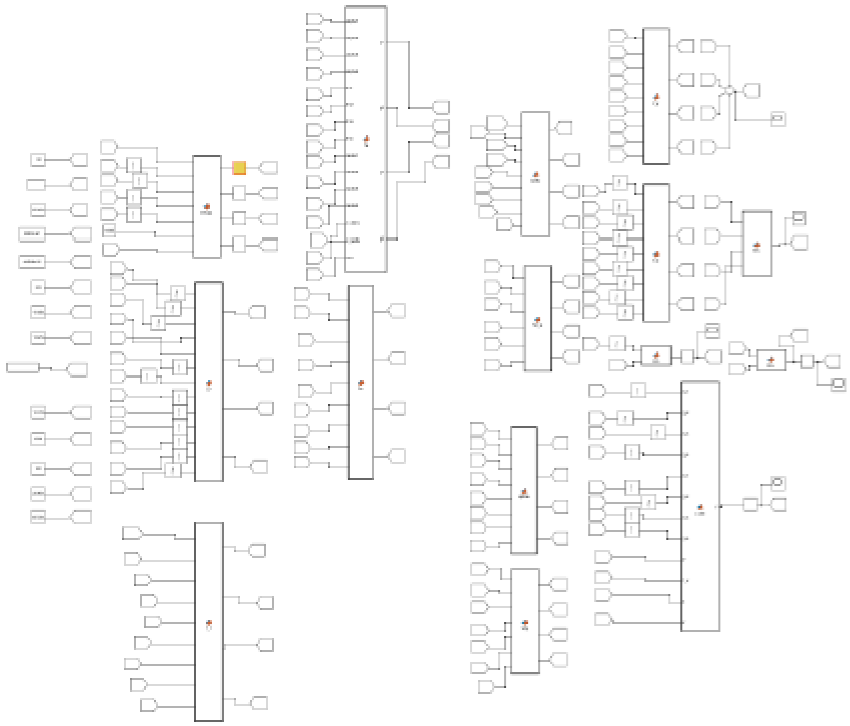
الف) مدل دینامیکی

با استفاده از معادلات داده شده، پس از طراحی در سیمولینک بصورت زیر می‌باشد:

با توجه به معادلات دینامیک خودرو و مدل تایر داگف شبیه سازی را در *Simulink* انجام میدهیم. ابتدا یک خودرو را انتخاب میکنیم و از مشخصات آن برای حل معادلات استفاده میکنیم. در نرم افزار کارسیم خودروی *E-class,SUV* با تایر های (۲۰۱۷)۲۶۵/ ۷۵ R ۱۶ انتخاب میشود.



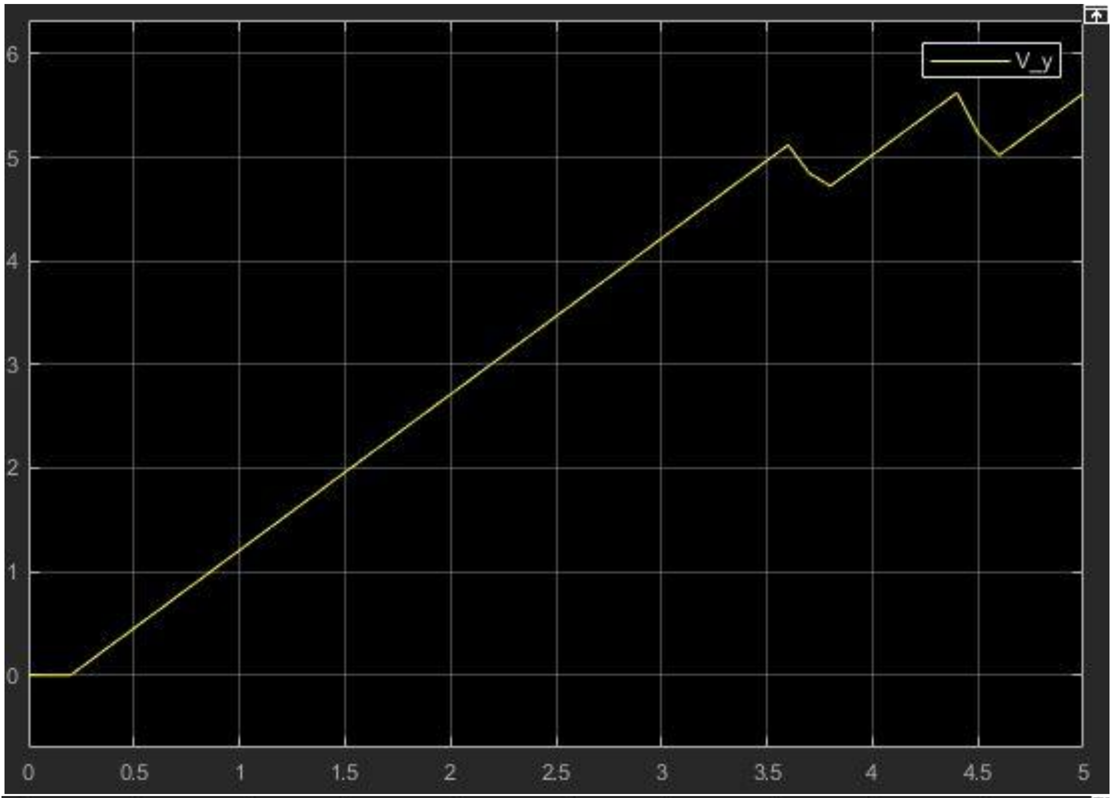
معادلات را به صورت حلقه های بسته در سیمولینک متلب تعریف میکنیم.

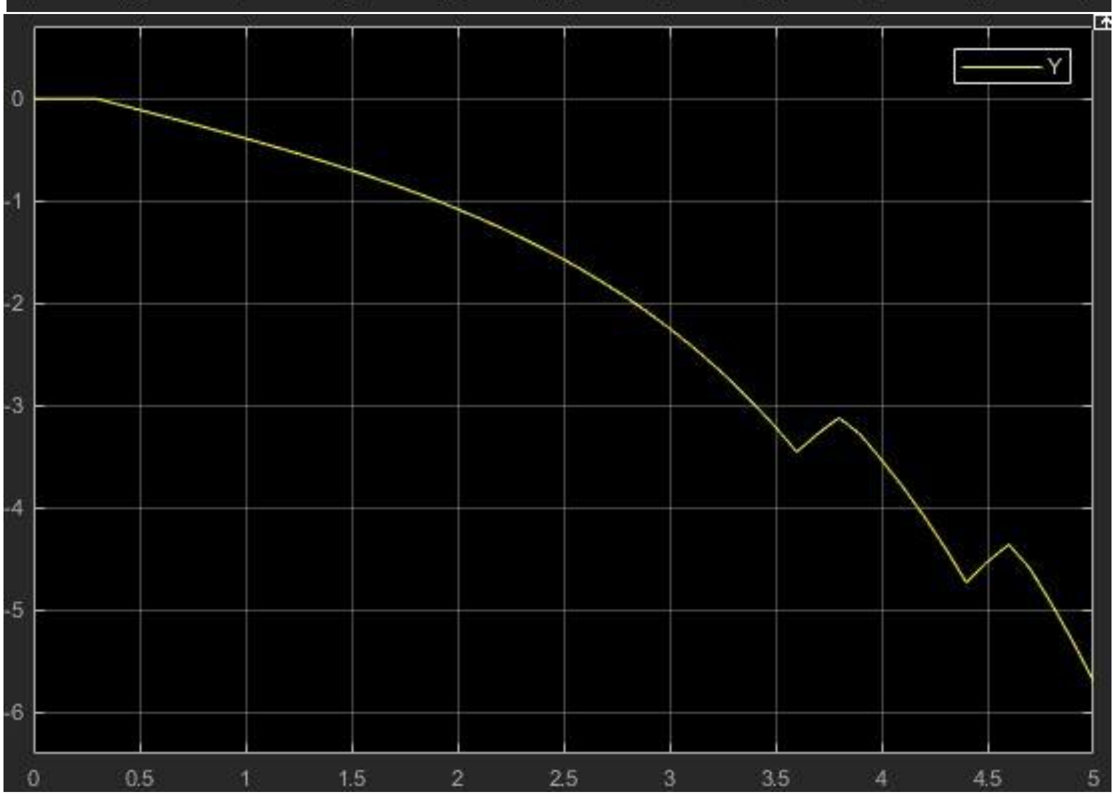


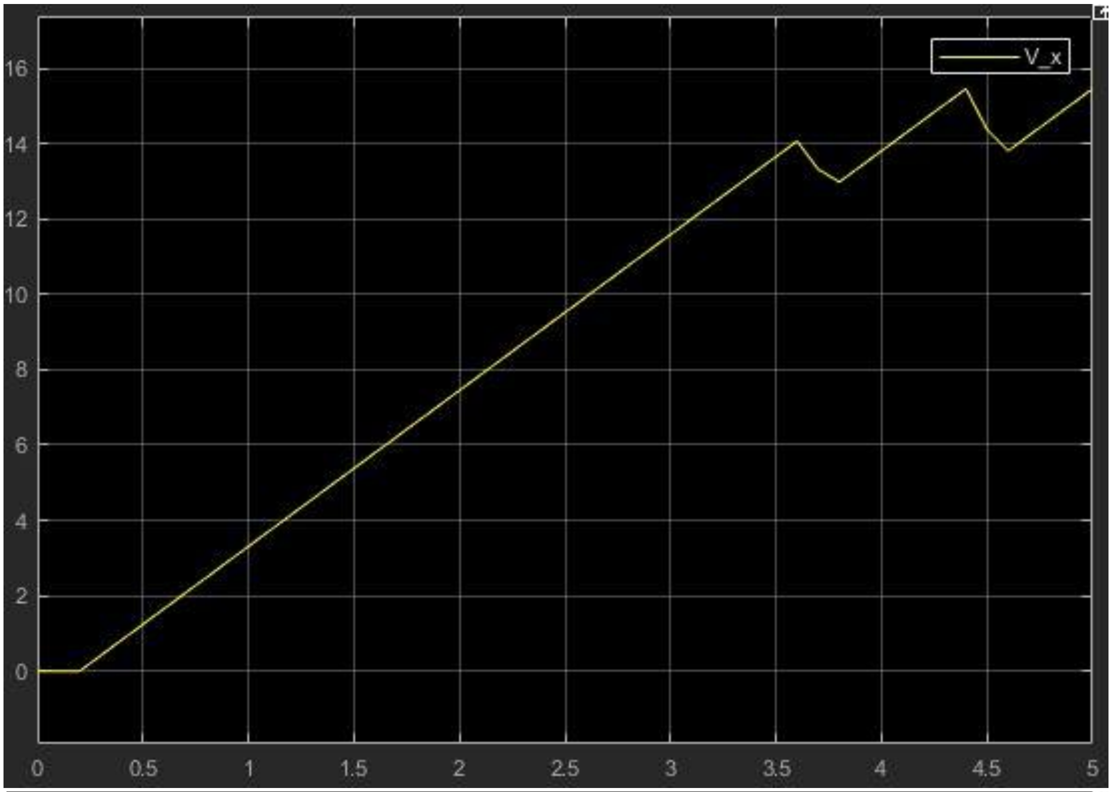
- فایل سیمولینک و توابع در فایل پیوست موجود می باشد.

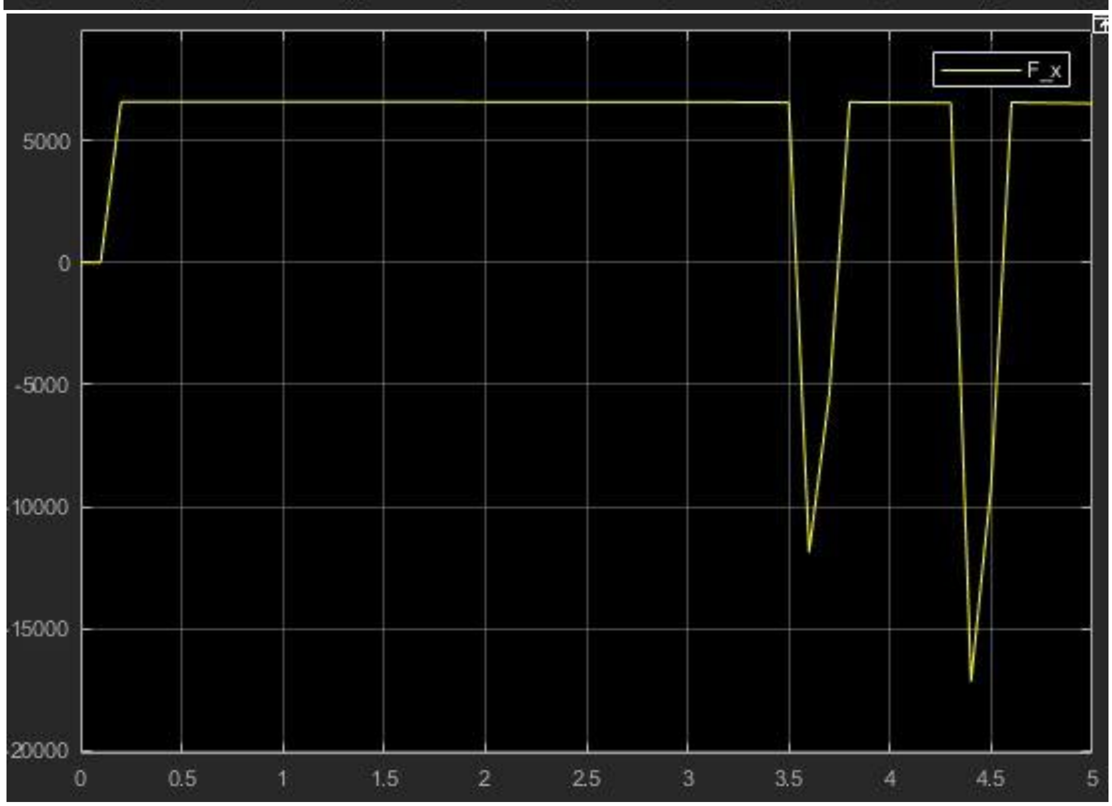
پس از تعریف معادلات و مقادیر اولیه سیمولینک را اجرا میکنیم و نتایج را مورد بررسی قرار میدهیم.

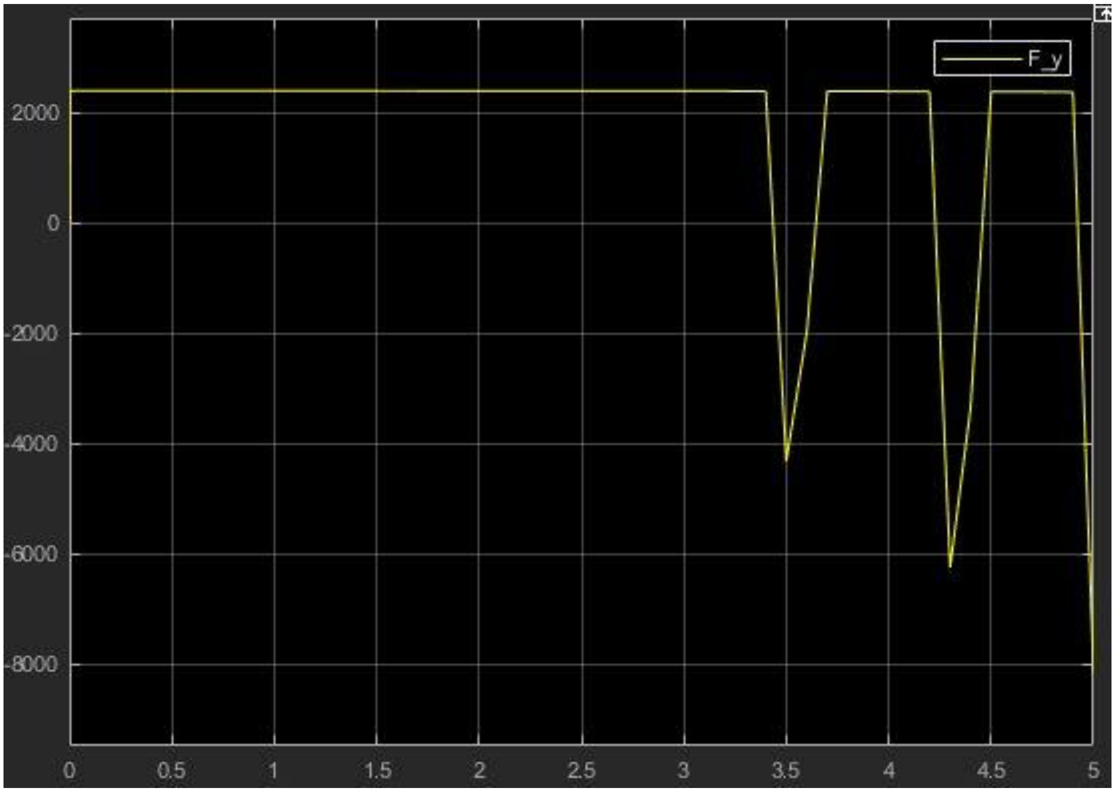
در اینجا ما زاویه فرمان را یک مقدار ثابت و برابر ۲۰ درجه در نظر میگیریم. نتایج بدست آمده به شرح زیر است:


V_y
6
5
4
3
2
1
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5


Y
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5


V_x
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5

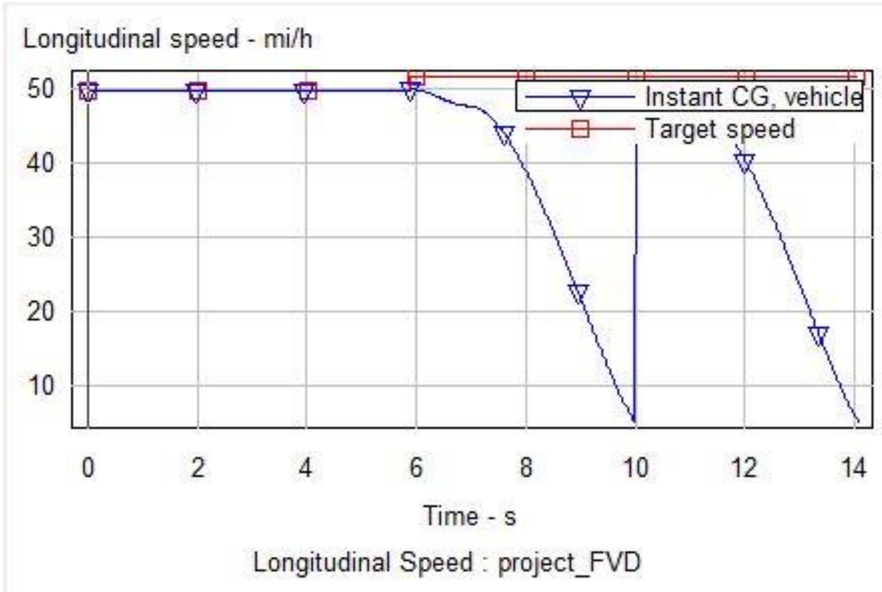

F_x
5000
0
-5000
-10000
-15000
-20000
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5



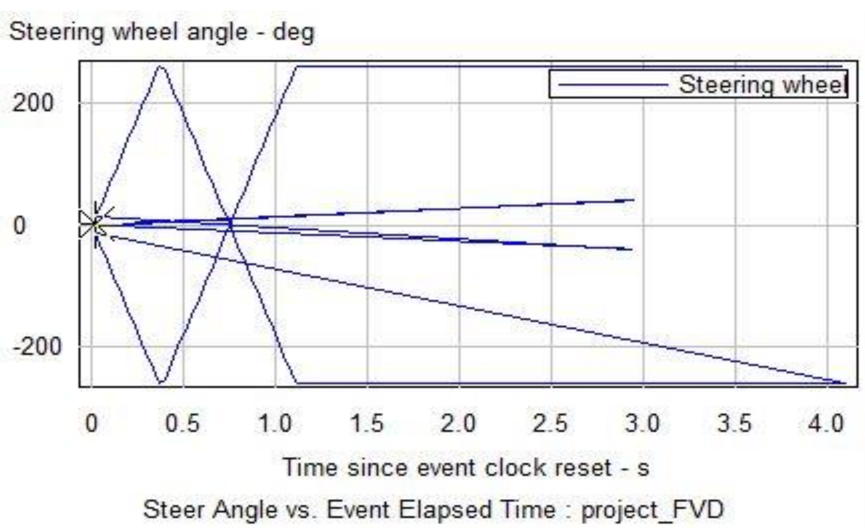
ب) شبیه سازی مانور Fishhook در کارسیم

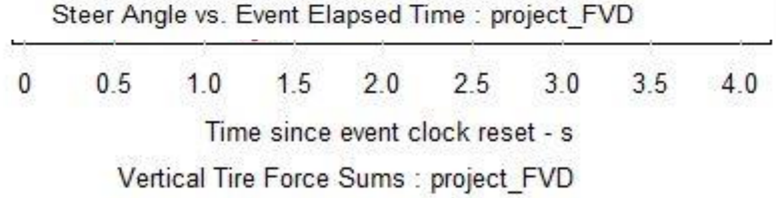
برای شبیه ساز ی با همان خودروی بخش قبل، مانور fishhook را انتخاب نموده و با فرض سرعت اولیه ۶۰ کیلومتر بر ساعت و زاویه فرمان ثابت ۲۰ درجه، با ضریب اصطکاک ۰.۹ مانور را انجام میدهیم.

تحلیل نمودارها:

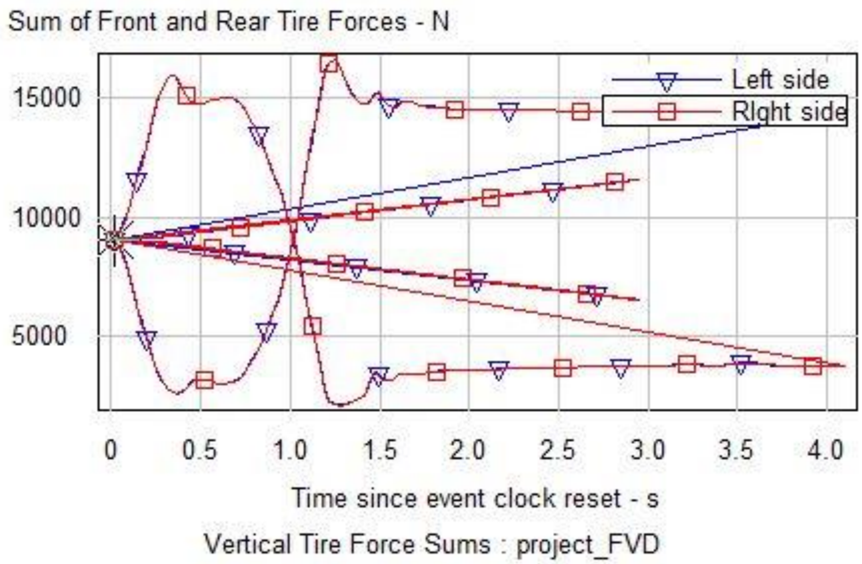


همانطور در شکل متوجه میشویم در طول حرکت خودرو هنگامی که در پیچ می پیچد سرعتش کم میشود و با سرعت هدف فاصله میگیرد.





همانطور که از شکل مشاهده میشود چرخهای عقب به دلیل اینکه خودرو فقط دو چرخ فرمان پذیر در جلو دارد تقریبا زاویه ای ندارند و ثابت هستن د، بین دو چرخ جلو هم چرخ داخل پیچ زاویه چرخش بیشتری دارد.

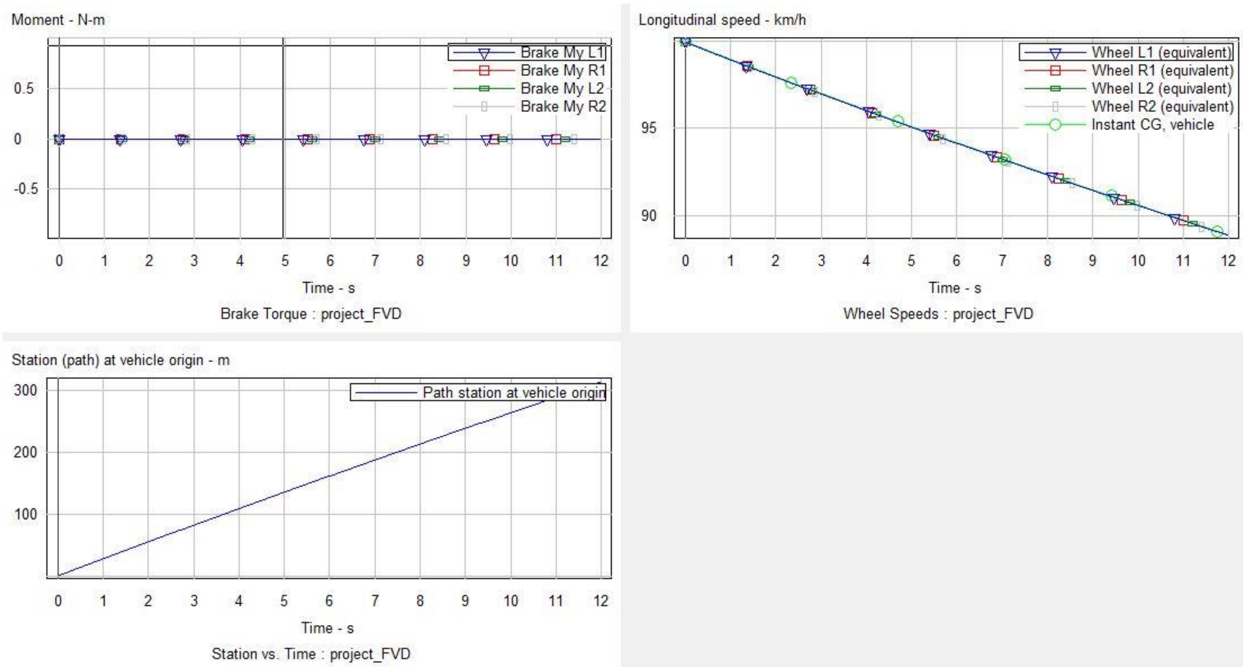


همانطور که از شکل دریافت میشود، هنگام فرمان دهی خودرو نیروی های عمودی در سمت خارج افزایش می یابد و نیرو های عمودی بر روی چرخ های داخلی کم میشود. که این خورو را مستعد چپ کردن میکند.

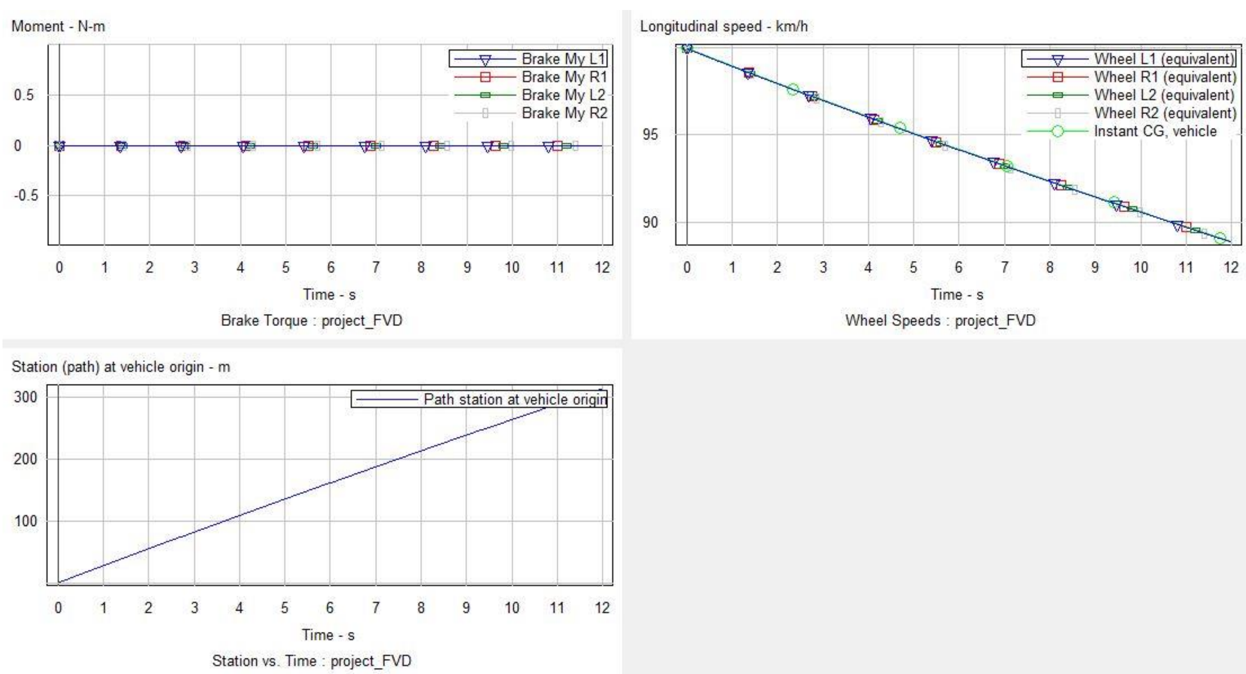
ج) شبیه سازی ترمزگیری

با اعمال شرایط گفته شده در شبیه سازی خواهیم داشت: تمامی موارد خواسته‌شده در نمودار ها بیان شده است

حالت اصطکاک کم:



حالت اصطکاک بالا:



منابع و مراجع

[۱] اسلاید های درس مبانی دینامیک خودرو – دکتر نراقی