علیرضا دهقان پور فراشاه
۹۸۱۰۱۵۵۵

سوال یک

$$x[n] = \delta[n+1] + \delta[n-1]$$

$$x[2-3n] = \delta[3-3n] + \delta[1-3n]$$

$$z[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\left(\delta[3-3k] + \delta[1-3k]\right) u(k)}_{h(k)} \times x[n-k]$$

توجه کنید $\delta[1-3k]$ همواره صفر است و $\delta[3-3k]$ فقط در $k=1$ مقدار دارد:

$$z[n] = \delta_1 u(1)\, x[n-1] \xRightarrow{n=0} \boxed{z[0] = 1}$$

سوال دو

$$x(t) = -1 + -je^{j\omega t} + e^{2j\omega t} + je^{3j\omega t}$$

$$y(t) = x(-t+1) \Rightarrow -1 - je^{j\omega}e^{-j\omega t} + e^{2j\omega}e^{-2j\omega t} + je^{3j\omega}e^{-3j\omega t}$$

برای سیگنال y $\Longrightarrow$ $\underline{a_0} = -1$, $a_{-1} = \underline{a_3} = -je^{j\omega}$

چون دوره تناوب y نیز ۴ است.

$a_{-2} = \underline{a_2} = e^{2j\omega}$, $a_{-3} = a_1 = je^{3j\omega}$

سؤال سه

$$y(n) - \frac{1}{۴} y(n-1) = x(n)$$

$$y(K) - \frac{1}{۴} e^{-jK\omega} y(K) = x(K)$$

$$\Rightarrow y(K) = \frac{1}{1 - \frac{1}{۴} e^{-jK\omega}} x(K)$$

آ) $T = ۸$ بنابراین $\omega = \frac{۲\pi}{۸}$

$$\sin(\frac{۳\pi}{۴} n) \overset{\text{اویلر}}{=} \frac{e^{\frac{۳\pi}{۴} j} - e^{-\frac{۳\pi}{۴} j}}{۲j} \Rightarrow a_۳ = \frac{1}{۲j} , \quad a_{-۳} = \frac{-1}{۲j}$$

ضرایب y : $b_۳ = \frac{1}{۲j} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{۴} e^{j\frac{۳\pi}{۴}}}$ $\quad b_{-۳} = \frac{-1}{۲j} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{۴} e^{j\frac{۳\pi}{۴}}}$

ب) $T = ۸$ $\omega = \frac{۲\pi}{۸}$

$$\underbrace{\cos(\frac{\pi}{۴} n)}_{} + ۲ \underbrace{\cos(\frac{\pi}{۲} n)}_{}$$

$$\frac{e^{i\frac{\pi}{۴} n} + e^{-i\frac{\pi}{۴} n}}{۲} + ۲ \times \frac{e^{\frac{i\pi n}{۲}} + e^{-i\frac{\pi}{۲} n}}{۲} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{۲} = a_{-1}$$

$$a_۲ = 1 = a_{-۲}$$

ضرایب y :

$$b_1 = \frac{1}{۲} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{۴} e^{-j\frac{\pi}{۴}}}$$

$$b_{-1} = \frac{1}{۲} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{۴} e^{j\frac{\pi}{۴}}}$$

$$b_۲ = 1 \times \frac{1}{1 - \frac{1}{۴} e^{-۲j\frac{\pi}{۴}}}$$

$$b_{-۲} = 1 \times \frac{1}{1 - \frac{1}{۴} e^{+۲j\frac{\pi}{۴}}}$$