

حل: در حل مسائل انتقال حداکثر توان

۱- مقدار  $Z_L$  چقدر باشد، تا حداکثر توان از منبع به بار منتقل شود؟ نقطه لازم است  $Z_{th}$  را بدست آوریم.

۲- چه مقدار توان انتقال پیدا می کند؟  $V_{th}$  را هم باید بدست آوریم.

$$Z_{th} = \left( \frac{N_2}{N_1 + N_2} \right)^2 (20 + 40j) = \left( \frac{2}{10} \right)^2 (20 + 40j) = 0.18 + 2.14j$$

$$Z_L = \overline{Z_{th}} = 0.18 - 2.14j$$

$$\frac{V'}{x} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} \Rightarrow x = \frac{N_2}{N_1 + N_2} V' \quad KVA \leftarrow V'$$

کاربرد تبدیل لاپلاس در تحلیل مدار

اگر تابع  $F(t)$  یک تابع پیوسته و متقطع ای بوده ای در بازه ای  $[0, +\infty)$  باشد و هم چنین از مرتبه ی نای

$$F(s) = \int_0^{\infty} F(t) e^{-st} dt \quad \text{باشد، آنگاه تبدیل لاپلاس آن بصورت زیر تعریف می شود:}$$

$$1) F(t) = k u(t) \longleftrightarrow F(s) = \frac{k}{s}$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} k u(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} k e^{-st} dt = \left. \frac{-k}{s} e^{-st} \right|_0^{\infty} = \frac{k}{s}$$

$$2) F(t) = k \delta(t) \longleftrightarrow F(s) = k$$

$$3) \int_a^b F(t) \delta(t - t_0) dt = \begin{cases} F(t_0) & a < t_0 < b \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

\* نباید از  $u(t)$  به طور مجزا تبدیل را انداخت. ~~بیشتر~~  $\alpha > 0$   $\longleftrightarrow$   $F(s) = \frac{1}{s + \alpha}$  ,  $\alpha > 0$

$\Delta$   $F(t) = e^{\alpha t} u(t) \longleftrightarrow F(s) = \frac{1}{s - \alpha}$  ,  $\alpha > 0$  ,  $\alpha < 0$   $\frac{1}{s + \alpha}$   $\frac{1}{s}$  غلط

۴)  $F(t) = \sin \alpha t u(t) \longleftrightarrow F(s) = \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$

۵)  $F(t) = \cos \alpha t u(t) \longleftrightarrow F(s) = \frac{s}{s^2 + \alpha^2}$

خاص تبدیل لاپلاس

$$\begin{cases} F(t) \longleftrightarrow F(s) \\ F_1(t) \longleftrightarrow F_1(s) \\ F_2(t) \longleftrightarrow F_2(s) \end{cases}$$

۱)  $\alpha F_1(t) + \beta F_2(t) \longleftrightarrow \alpha F_1(s) + \beta F_2(s)$

۲)  $F'(t) \longleftrightarrow s F(s) - F(0)$

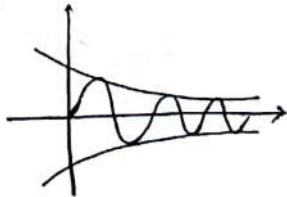
۳)  $F''(t) \longleftrightarrow s^2 F(s) - s F(0) - F'(0)$

۴)  $e^{-\alpha t} F(t) \longleftrightarrow F(s + \alpha)$

تأخیر در حوزه زمان معادل نیست در حوزه لاپلاس

سؤال  $F(t) = e^{-t} \sin t u(t)$   $L\{\sin t\} = \frac{1}{s^2 + 1}$   $L\{F(t)\} = \frac{1}{(s+1)^2 + 1}$

پیش تابع



مثال: اگر معادله دینامیک جریان شاخه‌ای از مدار بصورت زیر باشد، معادله مذکور را در حوزه لاپلاس بنویسید.

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2 \frac{di}{dt} + 5i = \sin t$$

حل:

$$s^2 I - si(0) - i'(0) + 2sI - 2i(0) + 5I = \frac{s}{s^2 + 1}$$

$$\Rightarrow (s^2 + 2s + 5)I = \frac{1}{s^2 + 1} + si(0) + i'(0) - 2i(0)$$

$$5) u(t - \alpha) f(t - \alpha) \longleftrightarrow e^{-\alpha s} F(s), \quad t > \alpha$$

سفت در حوزه زمان معادله تأخیر در حوزه لاپلاس است

تمرین تحلیلی: تبدیل لاپلاس توابع زیر را بدست آورید.

$$\sin t u(t - 1) = \sin(t - 1 + 1) u(t - 1) = \sin(t - 1) \cos 1 u(t - 1) + \sin 1 \cos(t - 1) u(t - 1)$$

$$\sin(t - 1) u(t) = \sin t \cos 1 u(t) - \sin 1 \cos t u(t)$$

$$\sin(t - 1) u(t - 1)$$

$$4) t f(t) \longleftrightarrow \frac{-dF(s)}{ds} \quad t^n f(t) \longleftrightarrow (-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n} \quad \checkmark$$

$$v) \frac{f(t)}{t} \longleftrightarrow \int_0^s F(s) ds$$

$$\frac{t^n}{n!} u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s^{n+1}}$$

$$8) \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$$

$$\frac{t^n}{n!} e^{-\alpha t} u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{(s + \alpha)^{n+1}}$$

$$9) \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s)$$