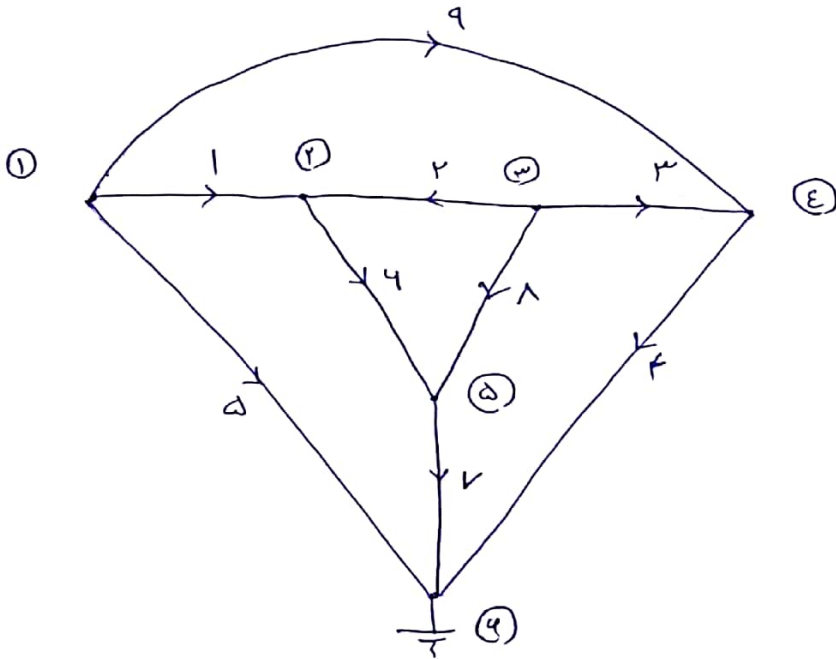


تمرین تحلیلی: مدار دارای گراف شکل زیر است، ماتریس  $A_a$  و  $A$  را بنویسید درستی روابط  $AJ=0$  و  $V=AT E$  را بررسی کنید.



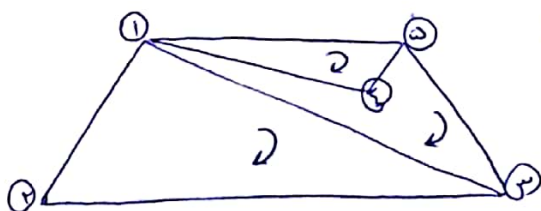
۲- تحلیل مش: هدف از تحلیل مش محاسبه جریان ها است (مستقلاً) که به کمک نوشتن معادلات زیر است:

$$Z_m I = E_s$$

مقاومت معادل  $Z_m$  در هر شاخه مش  
 ولتاژ منبع  $E_s$  در هر شاخه مش  
 جریان مش  $I$

تعریف حلقه: اگر از یک گره از یک گراف شروع کنیم و پس از طی مسیری با عبور از شاخه های گره ها به همان گره برسیم، آن گاه شاخه های طی شده در طی مسیر تشکیل حلقه می دهند.

تعریف مش: مش حلقه ای است که در آن شاخه ای از گراف اصلی نباشد.



(هر مش یک حلقه است و بی هر حلقه یک مش نیست)

۳ مش - ۴ حلقه

ماتریس اشتراک شاخه و منش: ماتریسی که عناصر آن بصورت زیر تعریف می شود:

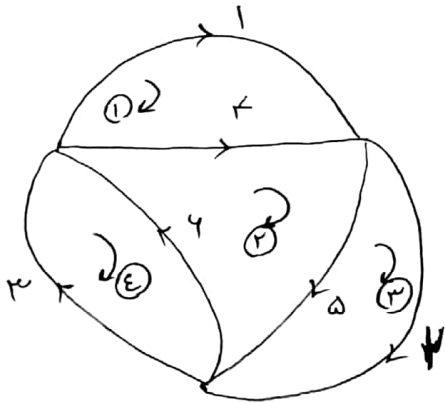
$$M_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر شاخه ی } i \text{ نام هم جهت با منش } j \text{ نام باشد} \\ -1 & \text{اگر شاخه ی } i \text{ نام خلاف جهت با منش } j \text{ نام باشد} \\ 0 & \text{زمانی که شاخه ی } i \text{ نام در منش } j \text{ نام نباشد} \end{cases}$$

نکته: روابط زیر بین جریان شاخه ها، ماتریس اشتراک شاخه و منش و دیتا شاخه ها وجود دارد:

$$MV = 0 \quad J = M^T I$$

مثال: در گراف شکل زیر ماتریس  $M$  را بنویسید و درستی روابط  $MV = 0$ ،  $J = M^T I$  را بررسی کنید.

حله مستقیم -



حل:

منش	①	②	③	④	⑤	⑥
①	1	0	0	-1	0	0
②	0	0	0	1	1	1
③	0	1	0	0	-1	0
④	0	0	1	0	0	-1

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} V_1 - V_4 = 0 \\ V_2 - V_5 = 0 \\ V_4 + V_5 + V_6 = 0 \\ V_3 - V_4 = 0 \end{cases} \quad MV = 0, \dots$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{bmatrix} \quad M^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

$$J = M^T I \Rightarrow \dots$$

$$\begin{cases} J_1 = I_1 & J_4 = I_2 - I_1 \\ J_2 = I_3 & J_5 = I_2 - I_3 \\ J_3 = I_4 & J_6 = I_2 - I_4 \end{cases}$$

تشکیل ماتریس امپدانس مش: عناصر و رتس امپدانس مش بصورت زیر ساخته می شود:

$$Z_{m \ i j} = \begin{cases} \text{* مجموع امپدانس ها موجود در رتس i ام} & i = j \\ \text{* مقی مجموع امپدانس های مشترک بین رتس i ام و رتس j ام} & i \neq j \end{cases}$$

نکته: در روش تحلیل مش کلیه منابع باید از جنس منبع ولتاژ باشد، در صورتی که منبع جریان در مدار باشد از طریق جایی منابع تبدیل منابع آنها را به منبع ولتاژ تبدیل می کنیم.

نکته: در تشکیل مدار منابع ولتاژ اگر جهت جریان تولیدی منبع ولتاژ ~~جهت~~ جهت مش باشد، آنگاه تأثیر منبع ولتاژ را با علامت مثبت در مدار منابع لحاظ خواهیم نمود و اگر جهت منبع ولتاژ با جهت مش یکسان نباشد آنگاه تأثیر این منبع در مدار منابع ولتاژ با علامت منفی لحاظ می شود.

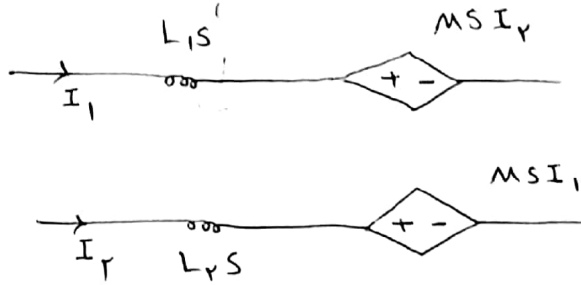
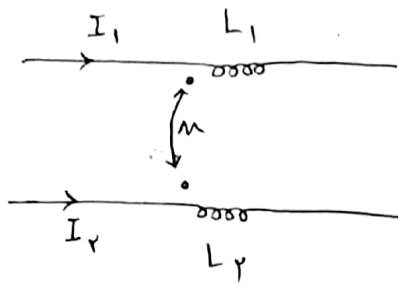


نکته: در صورتی که منابع وابسته در مدار باشد، در ابتدا آنها را بصورت منابع مستقل لحاظ نموده و معادلات مربوطه را می نویسیم و سپس عبارات هایی که در سمت راست معادله بر حسب متغیرهای مستقل (جریان مش ها) می باشند به سمت چپ معادله انتقال می یابند.

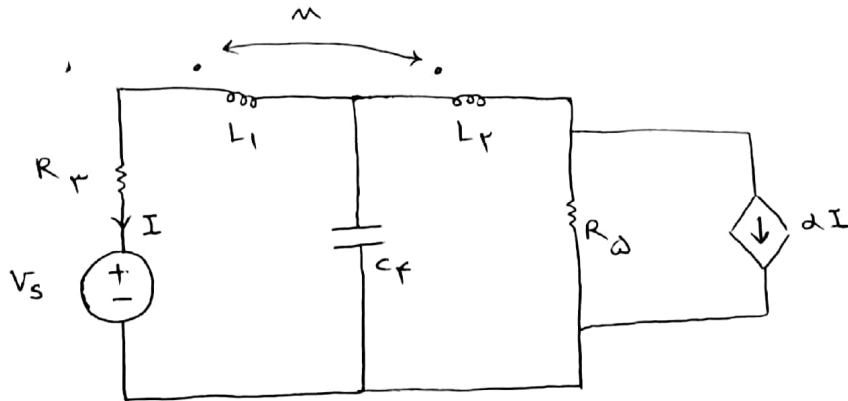
نکته: در صورت وجود سلف های دارای توزیع ابتدا سلف ها را به صورت اتصال سری سلف های بدون توزیع با منبع ولتاژ تبدیل می کنیم و سپس مانند حالت قبل عمل می کنیم.

(شکل صفحه بعد)

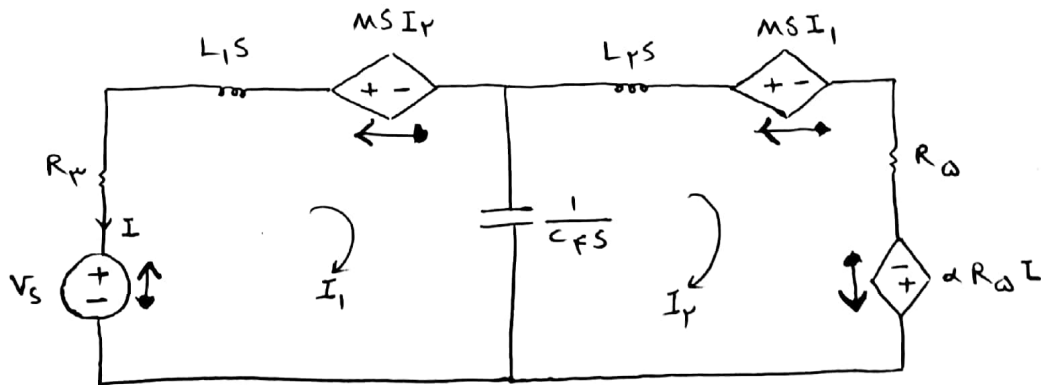
صورتی ۳۲



مثال: معادلات مشن را برای مدار شکل زیر بنویسید.



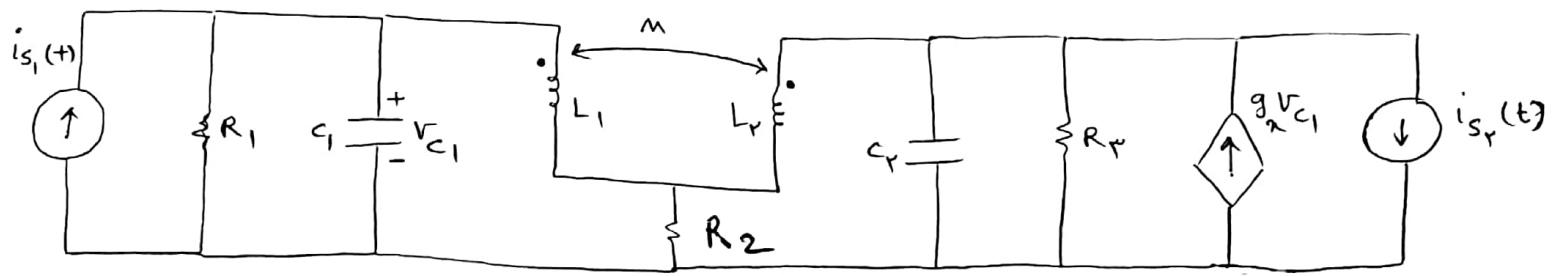
حل:



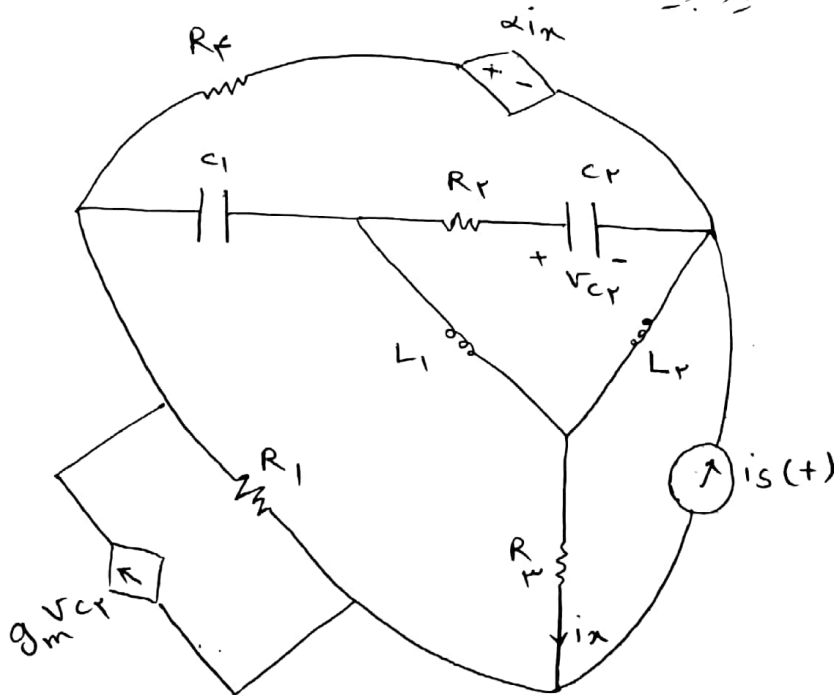
$$\begin{bmatrix} R_r + L_1 s + \frac{1}{C_f s} & \frac{-1}{C_f s} \\ \frac{-1}{C_f s} & \frac{1}{C_f s} + R_\Delta + L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s - M s I_2 \\ \alpha R_\Delta I - M s I_1 \end{bmatrix} \quad I = -I_1$$

$$\begin{bmatrix} R_r + L_1 s + \frac{1}{C_f s} & \frac{-1}{C_f s} + M s \\ \frac{-1}{C_f s} + M s - \alpha R_\Delta & \frac{1}{C_f s} + R_\Delta + L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

تمرین کنونی: معادلات مش را با فرض شرایط اولیه غیر صفر برای خازن بنویسید.



تمرین کنونی: معادلات مش را برای مدار شکل زیر بنویسید.



تجزیه و تحلیل حلقه و گات ست:

تعریف درخت: اگر  $G$  یک گراف متصل بهم باشد و  $T$  یک زیر گراف باشد، چنانچه دارای شرایط زیر باشد،  
 ۱- انتخاب یک درخت است: ۱- گراف متصل بهم باشد ۲- تمام گره های گراف اصلی را شامل شود.

۳- شکل میزبانه نهاده.

نکته: درخت یک مدار، مختصر به ضرورتی نباشد.

نکته: میان هر یک از گره های گراف  $G$  روی شاخه های درخت  $T$  یک مسیر یکتا وجود دارد.

نکته: برای هر گراف  $G$ ،  $n_L$  گره و  $n_T$  شاخه مقدار شاخه‌های درختی برابر است با:  $n_T - 1 = n_L$

تعریف لینک (ارتقال): شاخه‌هایی از گراف  $G$  که در درخت  $T$  نباشند را لینک می‌گویند.

مقدار شاخه‌های لینکی برابر است با:  $n_L = b - n$

تعریف حلقه‌ای اساس: مجموعه‌ای از شاخه‌های درختی به همراه هر لینک تشکیل حلقه را می‌دهند که به آن حلقه‌ی اساسی متناظر با آن لینک گفته می‌شود.

کات ست اساس: هر شاخه‌ی درختی به همراه مجموعه‌ای از شاخه‌های لینکی تشکیل یک کات ست را می‌دهد که به آن کات ست اساسی متناظر با آن شاخه‌ی درختی گفته می‌شود.

★ (هر گره یک کات است اما هر کاتی یک گره نیست)

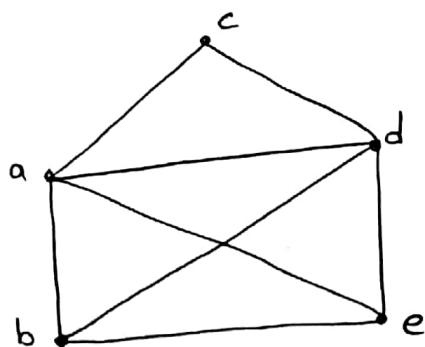
کات ست: به مجموعه‌ای از شاخه‌های یک گراف کات ست گفته می‌شود، هرگاه شرایط زیر برقرار باشد:

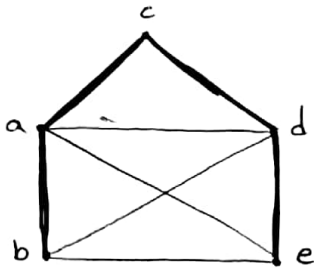
شرط اول: حذف کلیه شاخه‌ها سبب شود گراف به دو زیرگراف مجزا از هم تبدیل شوند.

شرط دوم: با حذف تمام شاخه‌ها جز یک شاخه گراف همچنان یک گراف پیوسته باشد.

به حلقه دوم به

مثال: حلقه‌های اساسی و کات ست‌های اساسی گراف زیر را بدست آورید.





مقدار گره  $n_t = 5$

$$n = n_t - 1 = 5 - 1 = 4$$

مقدار شاخه های درختی

$$8 - 4 = 4$$

مقدار شاخه های لیکنی

حلقه های اساسی:

کتابت ست های اساسی

(ab, be, bd)

(ac, ad, ae, bd, be)

(cd, ad, bd, ae, be)

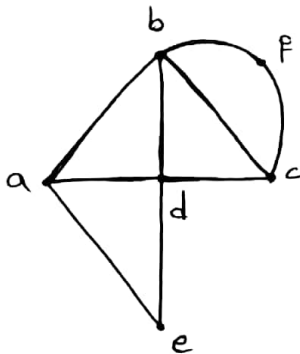
(de, ae, be)

(ad, ac, cd)

(ae, ac, cd, de)

(be, ab, ac, cd, de)

(bd, ab, ac, cd)



(bd, ab, ad)

(de, ad, ae)

(cf, bf, bc)

(cd, ad, ab, bc)

حلقه های اساسی

حلقه

مقدار گره ۶

$$4 - 1 = 5$$

مقدار شاخه های درختی

$$9 - 5 = 4$$

مقدار شاخه های لیکنی

(ab, bd, dc)

(ad, bd, dc, de)

(bc, cf, cd)

(bf, cf)

(ae, de)

کتابت ست های اساسی

### ۳- تجزیه و تحلیل حلقه:

با نوشتن روابط  $KVL$  برای  $n_L (L)$  حلقه‌ی اساسی مدار، یک دسته معادلات مستقل به شکل زیر بدست می‌آید که به آن معادلات حلقه می‌گویند؛ برای نوشتن این معادلات ابتدا یک درخت را انتخاب کرده سپس شاخه‌های لیگی را از  $1 \leq L \leq n_L$  شماره‌گذاری نموده و شاخه‌های درختی را از  $L+1 \leq b$  شماره‌گذاری می‌کنیم.

$$Z_L I = E_s$$

$\downarrow$   
 بردار منابع ولتاژ مستقل  $\rightarrow$   $\downarrow$   $\rightarrow$  بردار منابع امپدانس حلقه  
 جریان حلقه

ماتریس استراک شاخه حلقه: عناصر این ماتریس بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$B \cdot i_j = \begin{cases} 1 & \text{اگر جهت شاخه‌ی } j \text{ با جهت حلقه‌ی } i \text{ نام باشد} \\ -1 & \text{اگر جهت شاخه‌ی } j \text{ خلاف جهت حلقه‌ی } i \text{ نام باشد} \\ 0 & \text{اگر شاخه‌ی } j \text{ در حلقه‌ی } i \text{ نام نباشد} \end{cases}$$

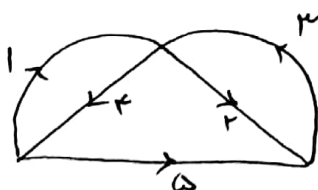
$B = [I_L | E]$

- رابطه‌ی بین دتار شاخه‌ها و ماتریس  $B$ :  $BV = 0$

- رابطه‌ی بین جریان شاخه‌ها ( $j$ ) و جریان حلقه‌ها ( $i$ ) و ماتریس  $B$ :  $j = B^T I$

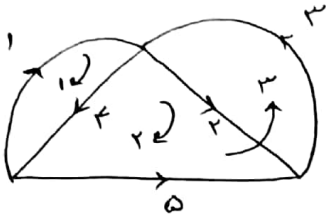
نکته: جهت حلقه‌ی اساسی، همان جهت لیگ آن می‌باشد.

مثال: برای گراف شکل زیر ماتریس  $B$  را نوشته و روابط  $BV = 0$  و  $j = B^T I$  را بررسی کنید.





حل:

تعداد شاخه‌های درختی  $3 - 1 = 2$  شماره‌ها ۵، ۴تعداد شاخه‌های لینکی  $5 - 2 = 3$  شماره‌ها ۱، ۲، ۳

$$B = \begin{matrix} \text{حلقه} \backslash \text{شاخه} \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} ① \\ ② \\ ③ \end{matrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_5 \end{bmatrix}$$

$$BV = 0, \dots$$

$$\begin{cases} V_1 + V_4 = 0 \\ V_2 - V_4 - V_5 = 0 \\ V_3 + V_4 + V_5 = 0 \end{cases}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_5 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$J = B^T I$$

$$\begin{cases} J_1 = I_1 & J_2 = I_2 \\ J_3 = I_3 & J_4 = I_1 - I_2 + I_3 \\ J_5 = I_3 - I_2 \end{cases}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

حلقه دوم

عناصر ماتریس امپدانس حلقه بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_L \quad i, j = \begin{cases} i = j & \text{جمع امپدانس‌ها موجود در حلقه‌ی نام} \\ i \neq j & \text{مست یا متقاطع مجموع امپدانس‌های مشترک بین حلقه نام و حلقه‌ی نام}$$

نکته: اگر دو شاخه‌ی مشترک حیت حلقه‌ها یکسان نباشد، علامت مثبت را در نظر می‌گیریم و در صورتی که در شاخه‌ی مشترک حیت حلقه‌ها یکسان نباشد علامت منفی را در نظر می‌گیریم.

نکته: در روش تحلیل حلقه کلیه منابع از جنس ولتاژ می باشند و در صورت وجود منابع جریان آنرا به منبع ولتاژ تبدیل می کنیم.

نکته: در صورتی که منبع ولتاژ جریانی در حیت حلقه ایجاد کند، تأثیر آن با علامت ~~منفی~~ <sup>مثبت</sup> در برابر منابع لحاظ می شود و در صورتی که منبع ولتاژ جریانی در خلاف حیت حلقه ایجاد کند تأثیر آن با علامت ~~مثبت~~ <sup>منفی</sup> در برابر منابع لحاظ می گردد.

نکته: در صورت وجود منابع وابسته در مدار ابتدا آنها را بصورت منابع مستقل در نظر می گیریم پس از نوشتن معادلات عباراتی که در سمت راست معادله بر حسب متغیرهای مستقل (جریان حلقه ها) می باشند را به سمت چپ معادله انتقال می دهیم.

نکته: در صورت وجود سلف های دارای توزیع آهسته آهسته سلف های بدون توزیع سری با منبع ولتاژ تبدیل می نمایم و مانند بند قبل محل محل می نیم.

مثال: معادلات حلقه را به ازای سازه های در نقش ۳ و ۴ در حالت دائمی سینوسی برای مدار زیر بنویسید.

