تمرین ۱: برای سیستم با تابع ترانسفر زیر

$$H(f)=\begin{cases} f\,e^{-j5\pi f^2} & 0<|f|<150 \\ 2\,e^{-j10\pi f} & 150<|f|<400 \\ \frac{10}{f}\,e^{-j20\pi f} & 400<|f|<1000 \\ k\,e^{-j2\pi f} & 1000<|f|<1400 \end{cases}$$

محاسبه $|H(f)|$, $\angle H(f)$ و $t_d(f)=?$

$$|H(f)|=\begin{cases} f & 0<|f|<150 \\ 2 & 150<|f|<400 \\ \frac{10}{f} & 400<|f|<1000 \\ k & 1000<|f|<1400 \end{cases} \qquad \angle H(f)=\begin{cases} -5\pi f^2 & 0<|f|<150 \\ -10\pi f & 150<|f|<400 \\ -20\pi f & 400<|f|<1000 \\ -2\pi f & 1000<|f|<1400 \end{cases}$$

نوع اعوجاج:

$0<|f|<150 \rightarrow$ فاز و دامنه

$150<|f|<400 \rightarrow$ بدون اعوجاج

$400<|f|<1000 \rightarrow$ دامنه

$1000<|f|<1400 \rightarrow$ بدون اعوجاج

کدام سیگنال بدون اعوجاج عبور می‌کند؟

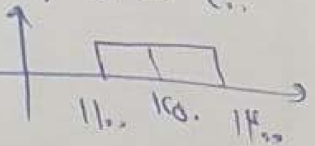
$x(t)=\begin{cases}1 & |t|<1 \\ 0 & o.w\end{cases} = \Pi(\frac{t}{1}) \rightarrow X(f)=\text{sinc} f$ $\boxed{\times}$

$x(t)=5\,\text{sinc}\,100t \rightarrow X(f)=\frac{5}{100}\Pi(\frac{f}{100})$

$\boxed{\text{فاز}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\text{دامنه}}$

$x(t)=10\,\text{sinc}\,200t\,\cos 400\pi t$ $\quad X(f)=$ $\quad \times$

$x(t)=10\,\text{sinc}\,300t\,\cos 2500\pi t$ $\quad$ بدون اعوجاج

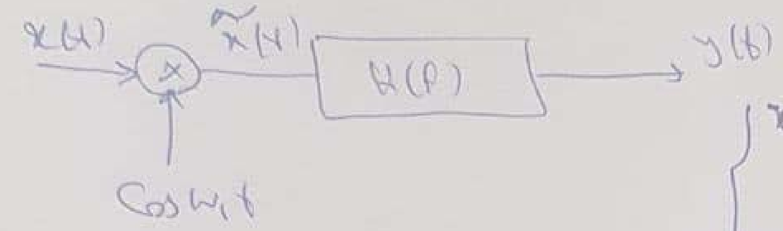


$H(f)=k\,e^{-j2\pi f t_d} \rightarrow y=kx(t-t_d)$

$y=120\,\text{sinc}\,300(t-1.5)\cos 2500\pi(t-1.5)$

5

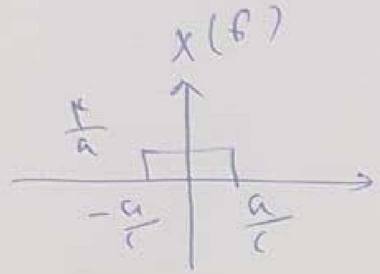
تمرین

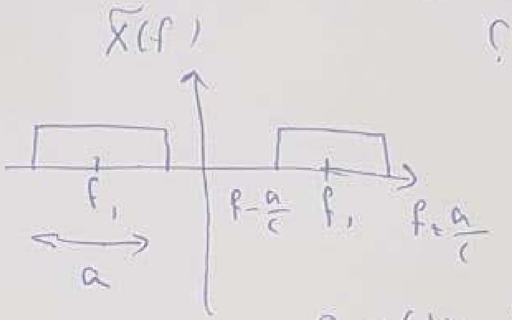


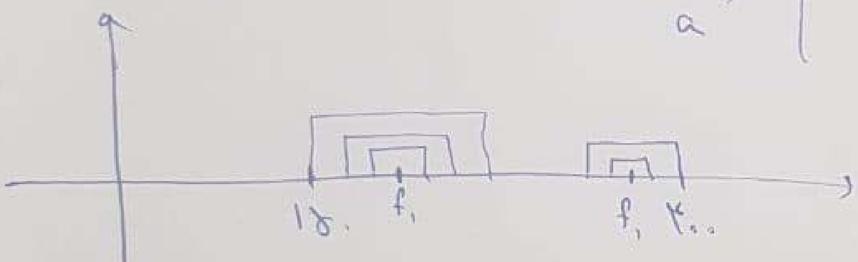
$$x(t) = 4\,\mathrm{sinc}\,at$$

$$H(f) = \begin{cases} 4e^{-j5\pi f^2} & 0<|f|\le 150 \\ 3e^{-j10\pi f} & 150<|f|<400 \\ 10e^{-j(20\pi f + \frac{\pi}{10})} & 400<|f|<1000 \\ 12e^{-j20\pi f} & 1000<|f|<1400 \end{cases}$$

به ازای چه مقادیری از a و w_1 سیگنال x(t) بدون اعوجاج عبور می‌کند؟ حداکثر مقدار a چقدر است؟



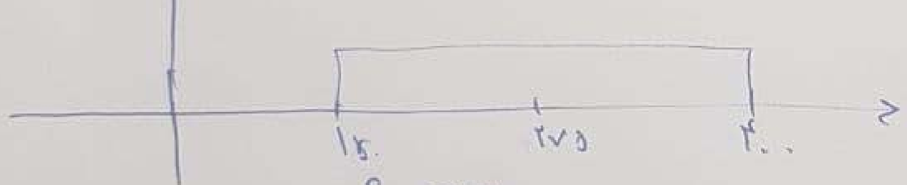




$f_1 \in (150, 400)$

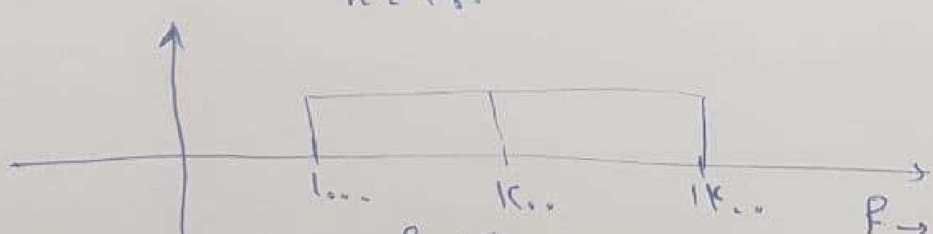
$a \in (0, 250)$

$f_1 \to a \in (0, \min(f_1-150, 400-f_1))$



$f_1 = 275$

$a = 250$



$f_1 \in (1000, 1400)$

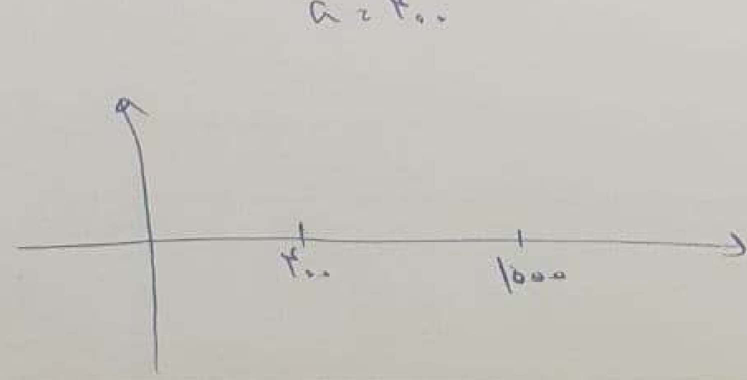
$a \in (0, 400)$

$f \to a \in (0, \min(f_1-1000, 1400-f_1))$

$f_1 = 1200$

$a = 400$

اعوجاج فاز صفر باشد؟



$f_1 \in (400, 1000)$

$a \in (0, 600)$

$f_1 = 700$

$a = 600$

تمرین ۱: یک سیستم با تابع انتقال زیر را در نظر بگیرید. یک متعادل کننده خط تاخیر دار طراحی کنید

$$H_c(f) = e^{-j\{\omega T - \alpha \sin \omega T\}}$$

$$= e^{-j\omega T}\, e^{j\alpha \sin \omega T}$$

حذف

$$= e^{-j\omega T}\left\{1 + j\alpha \sin \omega T - \cancel{\frac{\alpha^2}{2}\sin^2 \omega T + \cdots}\right\}$$

$$= e^{-j\omega T}\left\{1 + j\alpha\left(\frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{2j}\right)\right\}$$

$$= \frac{\alpha}{2} + e^{-j\omega T} - \frac{\alpha}{2} e^{-j2\omega T}$$

$$h_c(t) = \frac{\alpha}{2}\delta(t) + \delta(t-T) - \frac{\alpha}{2}\delta(t-2T)$$

$$y(t) = \frac{\alpha}{2}x(t) + x(t-T) - \frac{\alpha}{2}\delta(t-2T)$$

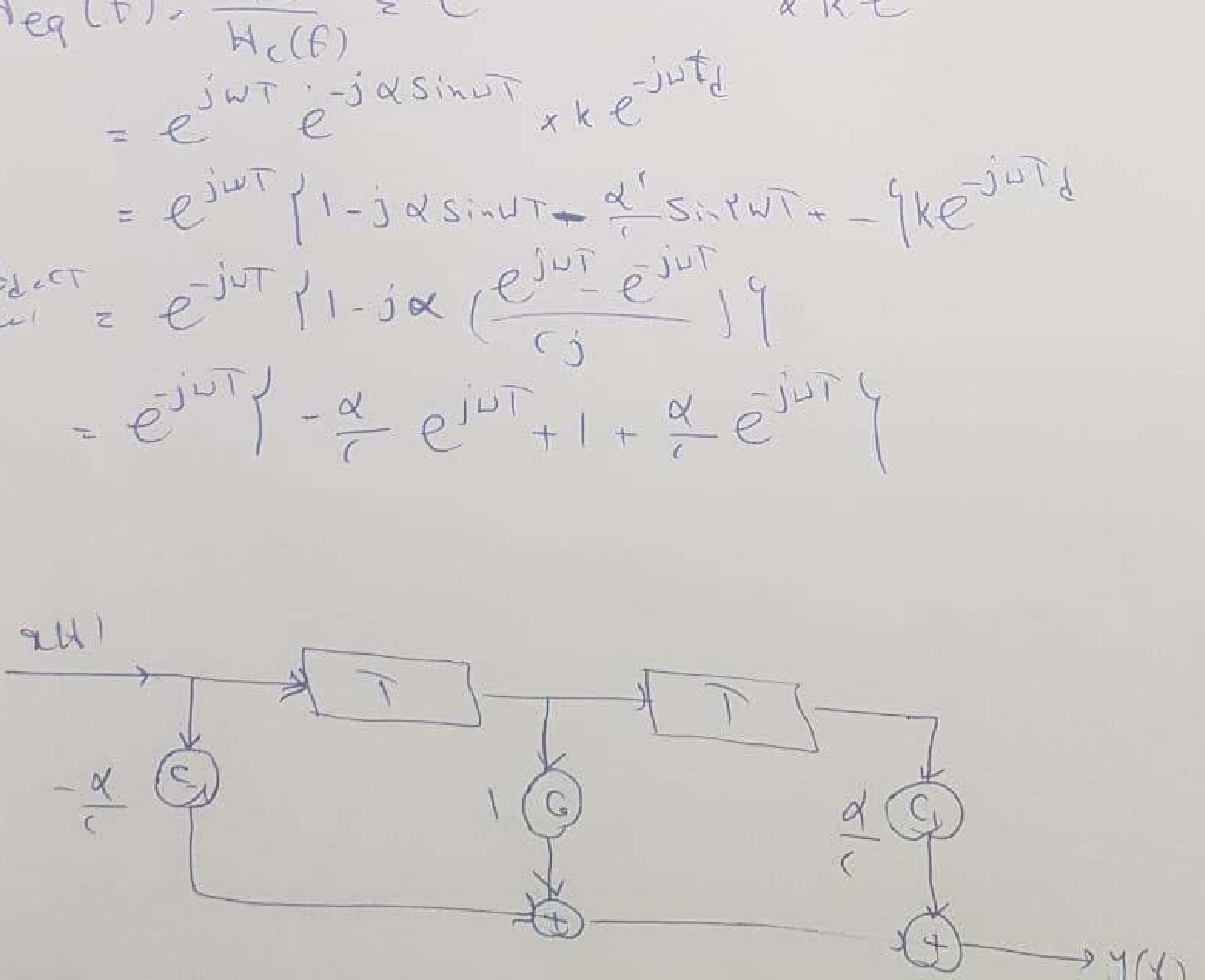
$$H_{eq}(f) = \frac{k e^{-j\omega t_d}}{H_c(f)} = e^{j\{\omega T - \alpha \sin \omega T\}} \times k e^{-j\omega t_d}$$

$$= e^{j\omega T} \cdot e^{-j\alpha \sin \omega T} \times k e^{-j\omega t_d}$$

$$= e^{j\omega T}\left\{1 - j\alpha \sin \omega T - \frac{\alpha^2}{2}\sin^2 \omega T + \cdots\right\} k e^{-j\omega t_d}$$

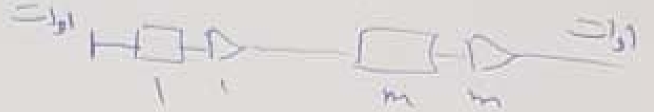
$$\underset{k=1}{t_d = 2T} \quad = e^{-j\omega T}\left\{1 - j\alpha\left(\frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{2j}\right)\right\}$$

$$= e^{-j\omega T}\left\{-\frac{\alpha}{2} e^{j\omega T} + 1 + \frac{\alpha}{2} e^{-j\omega T}\right\}$$



یک سیستم انتقال به طول ۵۰۰ کیلومتر از m قطعه کابل مشابه با طول برابر و ضریب تضعیف $\alpha = 0.5 \frac{dB}{km}$ تشکیل شده است. فرض کنید m تقویت کننده مشابه با بهره بیشینه $g_{max} = 28\,dB$ در اختیار است. تعداد و بهره تقویت کننده ها را به گونه ای تعیین کنید که به ازای $P_i = 1$ وات داشته باشیم $P_o = 1$ وات

$$\frac{P_o}{P_i} = 1 = 0\,dB$$



$$m L_i = 500 \times 0.5 = 250\,dB$$

$$\sum g_i - \sum L_i \geq 0\,dB \to m g_i \geq 250\,dB \to m \geq 10$$

$$m = 10 \to m \times g = L = 250$$

$$\underline{\underline{25\,dB}} \to Ok \quad g_{max}$$

در یک سیستم فرستنده با دو گیرنده به صورت همزمان و روی دو کانال مجزا ارتباط برقرار کنند حداکثر توان فرستنده ۲۰ وات که بین سیگنال ارسالی به گیرنده ها تقسیم می شود توان دریافتی گیرنده ها باید از ۱ میکرووات بیشتر باشد تلفات کانال d^2 $L = \frac{P_t}{P_r} = d^2$

☒ اگر یک گیرنده باشد حداکثر فاصله؟

$$\frac{P_t}{P_r} = \frac{20}{10^{-6}} = 2\times 10^{7} \Rightarrow d^2 ? \longrightarrow P_t = P_r \times d^2 \Rightarrow P_r = \frac{P_t}{d^2}$$

$$P_r > 10^{-6} \longrightarrow \frac{P_t}{d^2} > 10^{-6} \to 2\times 10^{7} \geq d^2 \to d \leq 4472$$

☒ اگر دو گیرنده به یک فاصله باشند حداکثر فاصله؟

$$P_{t_1} = P_r \times d^2 = 10^{-6} \times d^2$$

$$P_{t_2} = P_r \times d^2 = 10^{-6} \times d^2 \Rightarrow P_{t_1} + P_{t_2} = 20 = 2\times 10^{-6} \times d^2$$

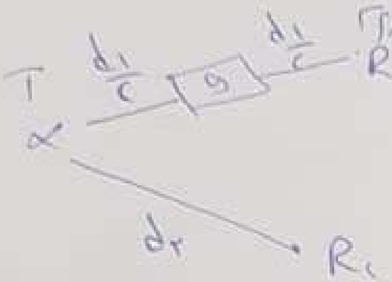
$$d \leq \sqrt{10^{7}} = 3162$$

☒ اگر گیرنده اول در فاصله ۳۰۰۰ متری باشد حداکثر فاصله گیرنده دوم؟

$$d_1 = 3000 \longrightarrow P_{t_1} = P_r \times d_1^2 = 10^{-6} \times 9\times 10^{6} = 9$$

$$P_{t_2} = 11 = 10^{-6} \times d_2^2 \Rightarrow d_2 = \sqrt{11\times 10^{6}} = 3316$$

☒ در حالت ج اگر تقویت کننده با بهره $g = 60dB$ در اختیار باشد و آن را وسط کانال بین فرستنده و گیرنده اول استفاده کنیم حداکثر فاصله فرستنده گیرنده دوم؟



$$d_1 = 3000$$

$$P_r(R_1) = P_{t_1} \times \frac{g}{(\frac{d_1}{2})^2(\frac{d_1}{2})^2} = P_{t_1} \times \frac{10^{6}\cdot 16}{d^4} > 10^{-6}$$

$$\Rightarrow P_{t_1} > \frac{10^{-6}}{16\times 10^{6}} \times (3000)^4 = \frac{81\times 10^{12}\times 10^{-6}}{16\times 10^{6}} = \frac{81}{16} = 5$$

$$P_{t_2} = 15 \ ?$$

$$P_r(g) = P_{t_1} \times \left(\frac{d_1}{2}\right)^{-2} > 10^{-6} \Rightarrow P_{t_1} > \frac{9\times 10^{+6}\times 10^{-6}}{4\times 10^{6}} = \frac{9}{4} = 2.25$$

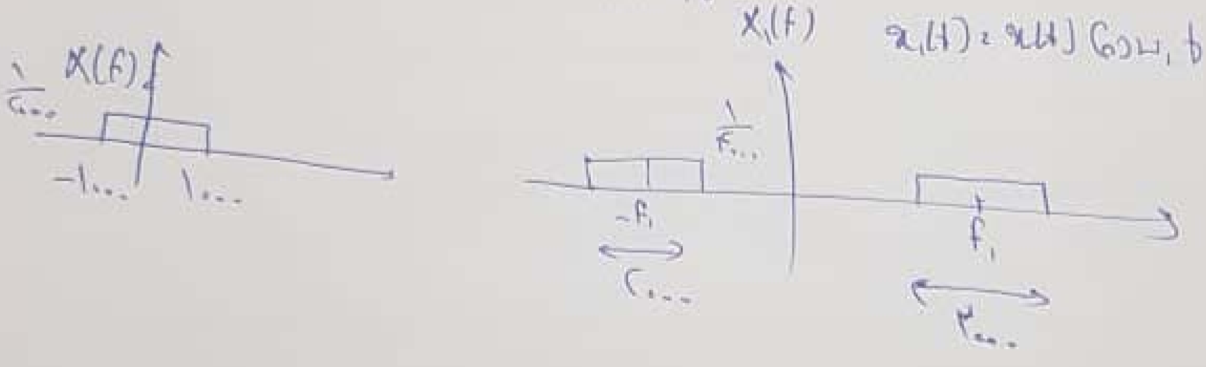
$\xrightarrow{ok}$ $$P_r(R_2) = \frac{P_{t_2}}{d_2^2} > 10^{-6} \Rightarrow d_2 < \sqrt{15\times 10^{6}} = 3873$$

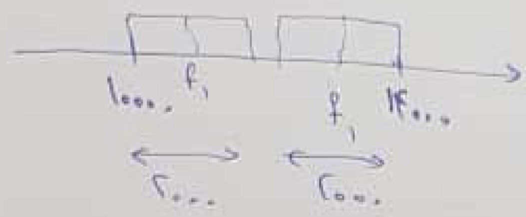
فرض کنید بخواهیم سیگنال $x(t) = \text{sinc}\, 2000t$ را به صورت بدون اعوجاج از سیستم زیر عبور دهیم

$$H(f) = \begin{cases} 4e^{-j8\pi f^2} & 0<|f|<1000 \\ 2e^{-j10\pi f} & 1000<|f|<2000 \quad \checkmark \quad \times \\ 10\, e^{-j(40\pi f + \frac{\pi}{10})} & 2000<|f|<10000 \\ 12\, e^{-j30\pi f} & 10000<|f|<14000 \quad \checkmark \quad \checkmark \end{cases}$$

از سیستم زیر استفاده می‌کنیم.

$x_1(t) = x(t) \cos \omega_1 t$





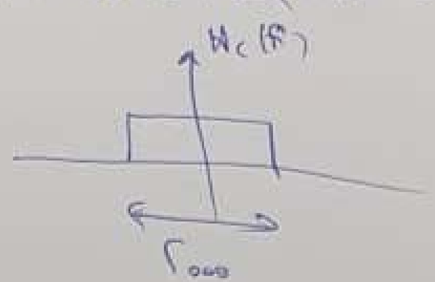
$y_1(t) = 12\, x(t-15) \cos \omega_1 (t-15)$

$f_1 \in (11000, 13000)$

$y_2(t) = y_1(t) \cos \omega_1 t = 12\, x(t-15) \cos \omega_1 (t-15) \cos \omega_1 t$

$= 6\, x(t-15) \underbrace{\cos 15\omega_1}_{\text{عدد}} + 6\, x(t-15) \cos(2\omega_1 t - 15\omega_1)$

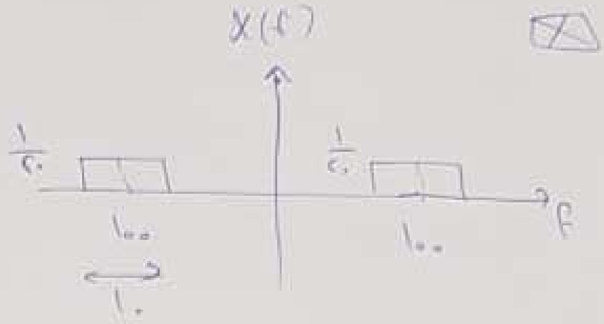
$y(t) = 6 \cos 15\omega_1 \times x(t-15)$



10

تبدیل هیلبرت

$x(t) = \mathrm{sinc}(10t)\cos 200\pi t$

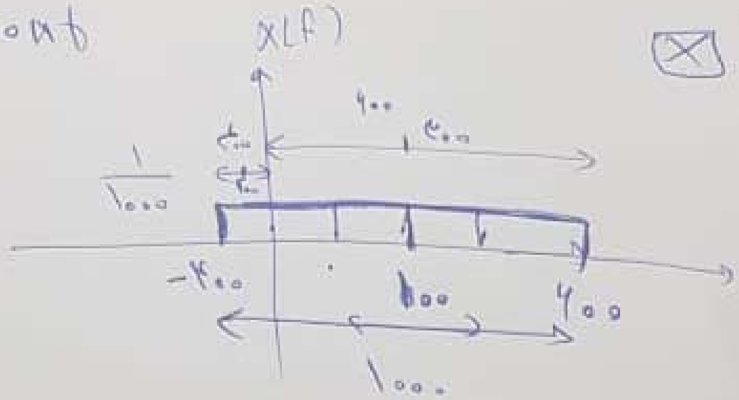


$$X(f) = \underbrace{\frac{1}{20}\Pi\left(\frac{f-100}{10}\right)}_{+\times -j} + \underbrace{\frac{1}{20}\Pi\left(\frac{f+100}{10}\right)}_{-\times j}$$

$$\hat{X}(f) = -\frac{j}{20}\Pi\left(\frac{f-100}{10}\right) + \frac{j}{20}\Pi\left(\frac{f+100}{10}\right)$$

$$\hat{x}(t) = -\frac{j}{2}\,\mathrm{sinc}\,10t\; e^{j2\pi 100 t} + \frac{j}{2}\,\mathrm{sinc}\,10t\; e^{-j2\pi 100 t}$$

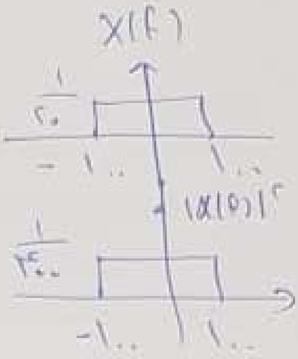
$x(t) = \mathrm{sinc}\,1000t\; e^{j200\pi t}$



$$X(f) = \frac{1}{1000}\Pi\left(\frac{f+200}{400}\right) + \frac{1}{1000}\Pi\left(\frac{f-300}{600}\right)$$

چگالی طیفی

$x(t) = 10\,\mathrm{Sinc}\,200t \rightarrow X(f) = \frac{1}{20}\,\Pi\left(\frac{f}{200}\right)$

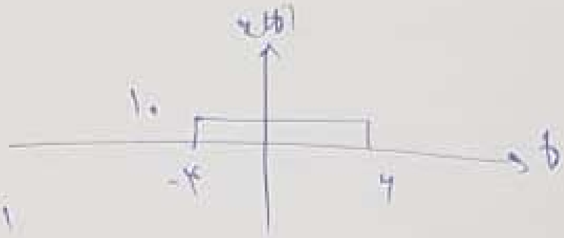


$G_x(f) = |X(f)|^2 = \frac{1}{400}\,\Pi\left(\frac{f}{200}\right)$

$R_x(\tau) = \frac{1}{4}\,\mathrm{Sin}\,200\tau$

$E_x = R_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) = \frac{1}{2}$

$x(t) = 10\,\Pi\left(\frac{t-1}{10}\right)$

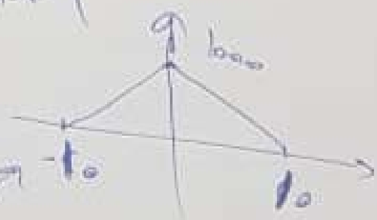


$X(f) = 100\,\mathrm{Sinc}\,10f \times e^{-j2\pi f \times 1} \rightarrow G_x(f) = |X(f)|^2 = 10^4\,\mathrm{Sinc}^2\,10f$

$R_x(\tau) = 10^4\,\mathcal{F}^{-1}\{\mathrm{Sinc}\,10f\} * \mathcal{F}^{-1}\{\mathrm{Sinc}\,10f\}$

$= 100 \times \Pi\left(\frac{\tau}{10}\right) * \Pi\left(\frac{\tau}{10}\right)$

$= 1000\,\Lambda\left(\frac{\tau}{10}\right)$



$x(t) = e^{-t}u(t-1) = \frac{1}{e}\,e^{-(t-1)}u(t-1)$

$\tilde{x} = e^{-t}u(t) \longrightarrow \tilde{X}(f) = \frac{1}{1+j2\pi f} \longrightarrow \frac{e^{-1}\,e^{-j2\pi f \times 1}}{1+j2\pi f}$

$G_x(f) = |X(f)|^2 = \frac{e^{-2}}{1+(2\pi f)^2}$

$R_x(\tau) = \frac{e^{-2}}{2}\,e^{-|\tau|}$

15 $E = R_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{e^{-2}}{2}$