تمرین: در مدارات زیر معادلا مشگره جیتوجیسبیر.

جریان = ولتاژ × ادمیتانس

$$\sum Y E_{(i)} = I_{(i)}$$

بردار منابع جریان — بردار ولتاژ گره ها — ماتریس ادمیتانس

چین در تحلیل گره منابع جابجا به صورت جریان یا ... می باشد.

پس در تحلیل گره مدار به صورت امجدانسی رسم می کنیم.

$$\boxed{V = -E_4}$$

$\dfrac{g_m \cdot v}{R_3}$

$\dfrac{e_s}{R_1}$, $\dfrac{1}{R_2}$

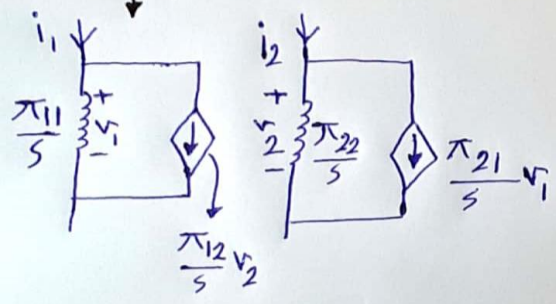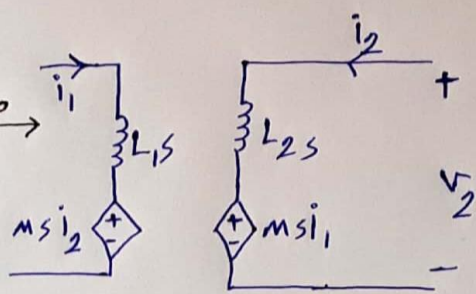|	1	2	3	4	5		
1	$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{L_3 S}+\frac{1}{R_2}$	$-\frac{1}{R_2}$	$-\frac{1}{L_3 S}$	0	0		$\frac{-e_s}{R_1}$
2	$-\frac{1}{R_2}$	$\frac{1}{R_2}+\frac{1}{L_2 S}+\frac{1}{R_3}$	0	0	$-\frac{1}{L_2 S}$	=	$\frac{g_m \cdot v}{R_3}$
3	$-\frac{1}{L_3 S}$	0	$\frac{1}{L_3 S}+C_3 S+C_1 S$	$-C_1 S$	$-C_3 S$		0
4	0	0	$-C_1 S$	$C_1 S+C_2 S+\frac{1}{L_1 S}$	$-C_2 S$		0
⑤	0	$-\frac{1}{L_2 S}$	$-C_3 S$	$-C_2 S$	$C_2 S+C_3 S+\frac{1}{L_2 S}$		0

$$\frac{g_m \cdot v}{R_3} = \frac{-g_m E_4}{R_3} \leftarrow V = -E_4$$

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{R_1}+\frac{1}{L_3 S}+\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{L_3 S} & 0 & 0 \\[4pt]
-\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{L_2 S}+\frac{1}{R_3} & 0 & 0+\frac{g_m}{R_3} & -\frac{1}{L_2 S} \\[4pt]
-\frac{1}{L_3 S} & 0 & \frac{1}{L_3 S}+C_3 S+C_1 S & -C_1 S & -C_3 S \\[4pt]
0 & 0 & -C_1 S & C_1 S+C_2 S+\frac{1}{L_1 S} & -C_2 S \\[4pt]
0 & -\frac{1}{L_2 S} & -C_3 S & -C_2 S & C_2 S+C_3 S+\frac{1}{L_2 S}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{-e_s}{R_1} \\[4pt] \frac{g_m \cdot v}{R_3} \\[4pt] 0 \\[4pt] 0 \\[4pt] 0
\end{bmatrix}
$$

i_1 i_2

$+$ $+$

V_1 L_1 L_2 V_2

$-$ $-$
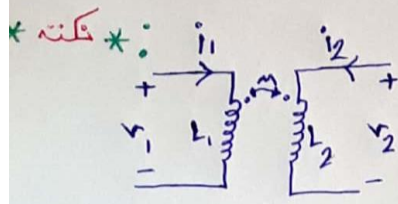
مدار معادل
امپدانسی
در حوزه لاپلاس
برای روش
حلقه و مش

i_1 $L_1 s$ $L_2 s$ i_2 $+$

$Ms\, i_2$ $+$ $Ms\, i_1$ V_2 $-$

برای روش / مدار معادل
گره و کات ست \ ادمیتانسی
در حوزه لاپلاس

i_1 i_2

$+$ $+$

$\frac{\pi_{11}}{s}$ V_1 $\frac{\pi_{22}}{s}$ V_2 $\frac{\pi_{21}}{s} V_1$

$-$ $-$
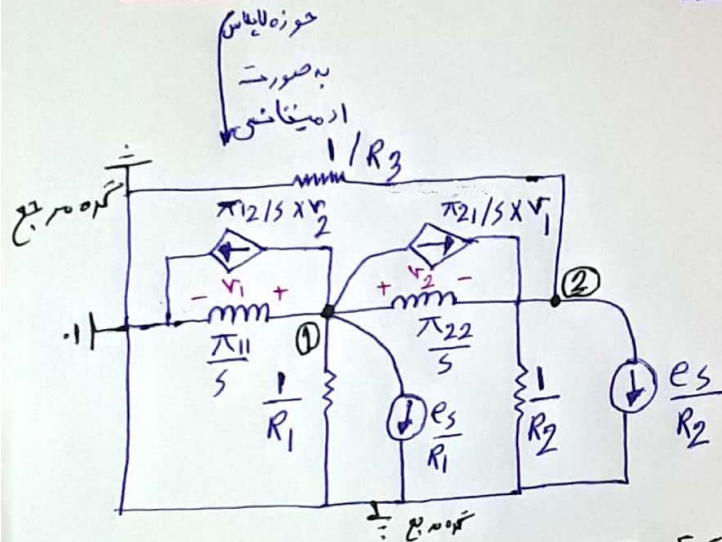
$\frac{\pi_{12}}{s} V_2$

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}$$

$$\pi = L^{-1} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{L_2}{L_1 L_2 - M^2} & \dfrac{-M}{L_1 L_2 - M^2} \\ \dfrac{-M}{L_1 L_2 - M^2} & \dfrac{L_1}{L_1 L_2 - M^2} \end{bmatrix} = L^{-1} = \dfrac{1}{L_1 L_2 - M^2}\begin{bmatrix} L_2 & -M \\ -M & L_1 \end{bmatrix} \rightarrow \pi_{11} = \dfrac{L_2}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$\pi_{22} = \dfrac{L_1}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$\pi_{12} = \pi_{21} = \dfrac{-M}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$\frac{1}{R_3}$$

$$\pi_{12}/s \times v_2 \qquad \pi_{21}/s \times v_1$$

$$\frac{\pi_{11}}{s} \quad \frac{\pi_{22}}{s} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{R_1} \quad \frac{e_s}{R_1} \quad \frac{1}{R_2} \quad \frac{e_s}{R_2}$$
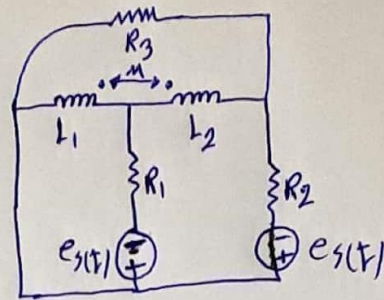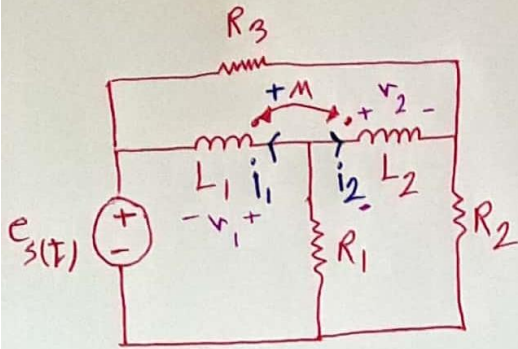
$$v_1 = E_1 \rightarrow -\frac{\pi_{21}}{s} v_1 = -\frac{\pi_{21}}{s} E_1$$

$$v_2 = E_1 - E_2$$

$$-\frac{\pi_{12}}{s} v_2 = -\frac{\pi_{12}}{s} E_1 + \frac{\pi_{12}}{s} E_2$$

$$
1 \begin{bmatrix} \dfrac{\pi_{11}}{s} + \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{\pi_{22}}{s} & -\dfrac{\pi_{22}}{s} \\[2em] 2 \quad -\dfrac{\pi_{22}}{s} & \dfrac{\pi_{22}}{s} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\[2em] E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{e_s}{R_1} - \dfrac{\pi_{12} \cdot v_2}{s} - \dfrac{\pi_{21} \cdot v_1}{s} \\[2em] \dfrac{\pi_{21} \cdot v_1}{s} - \dfrac{e_s}{R_2} \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \dfrac{\pi_{11}}{s} + \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{\pi_{22}}{s} + \dfrac{\pi_{12}}{s} & +\dfrac{\pi_{21}}{s} & -\dfrac{\pi_{22}}{s} - \dfrac{\pi_{12}}{s} \\[2em] -\dfrac{\pi_{22}}{s} - \dfrac{\pi_{21}}{s} & \dfrac{\pi_{22}}{s} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\[2em] E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{e_s}{R_1} \\[2em] -\dfrac{e_s}{R_1} \end{bmatrix}
$$

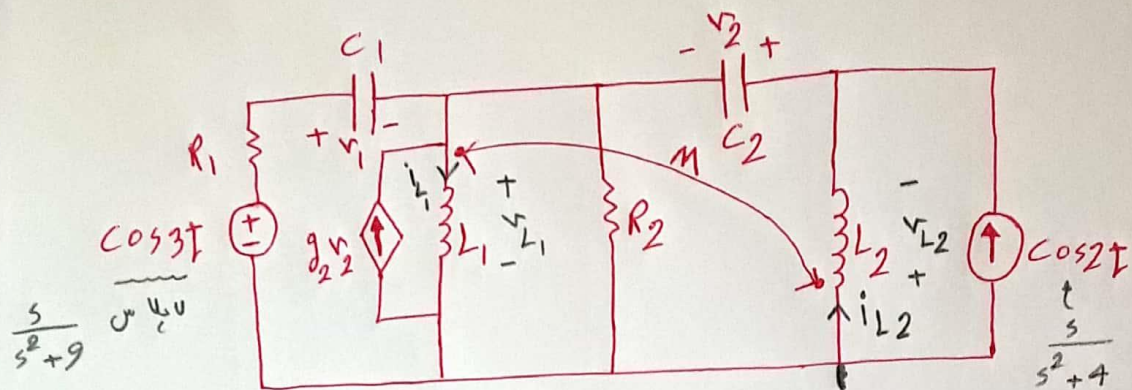$$L = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \rightarrow \pi = L^{-1} = \frac{1}{L_1 L_2 - M^2} \begin{bmatrix} L_2 & -M \\ -M & L_1 \end{bmatrix} \rightarrow \pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{21}, \pi_{22} = ?$$

$$YE = I \rightarrow \text{منابع جریان}$$

مدار به صورت ادمیتانس
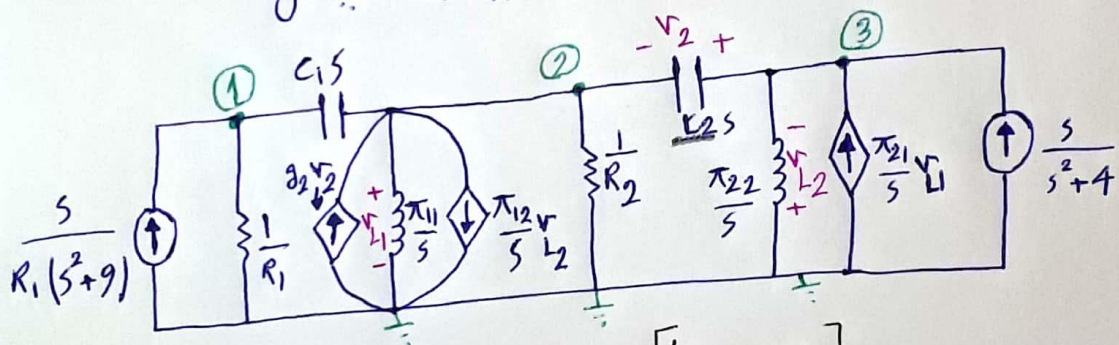
$$L = \begin{bmatrix} L_1 & +M \\ +M & L_2 \end{bmatrix} \longrightarrow \pi = \frac{1}{L_1 L_2 - M^2} \begin{bmatrix} L_2 & -M \\ -M & L_1 \end{bmatrix} \rightarrow \pi_{11}, \pi_{12}, \pi_{11}, \pi_{22} = ?$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + C_1 S & -C_1 S & 0 \\ -C_1 S & C_1 S + \frac{\pi_{11}}{S} + \frac{1}{R_2} + C_2 S + g_2 & -C_2 S - g_2 - \frac{\pi_{12}}{S} \\ 0 & -C_2 S - \frac{\pi_{21}}{S} & C_2 S + \frac{\pi_{22}}{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S}{R_1(S^2+9)} \\ g_2 V_2 - \frac{\pi_{12}}{S} V_{L2} \\ g_2(E_3-E_2) + \frac{\pi_{12}}{S}E_3 \\ \frac{S}{S^2+4} + \frac{\pi_{21}}{S} V_{L1} \\ \frac{\pi_{21}}{S}E_2 \end{bmatrix}$$

$$V_{L1} = E_2 \ast V_{L2} = -E_3 \ast V_2 = E_3 - E_2$$
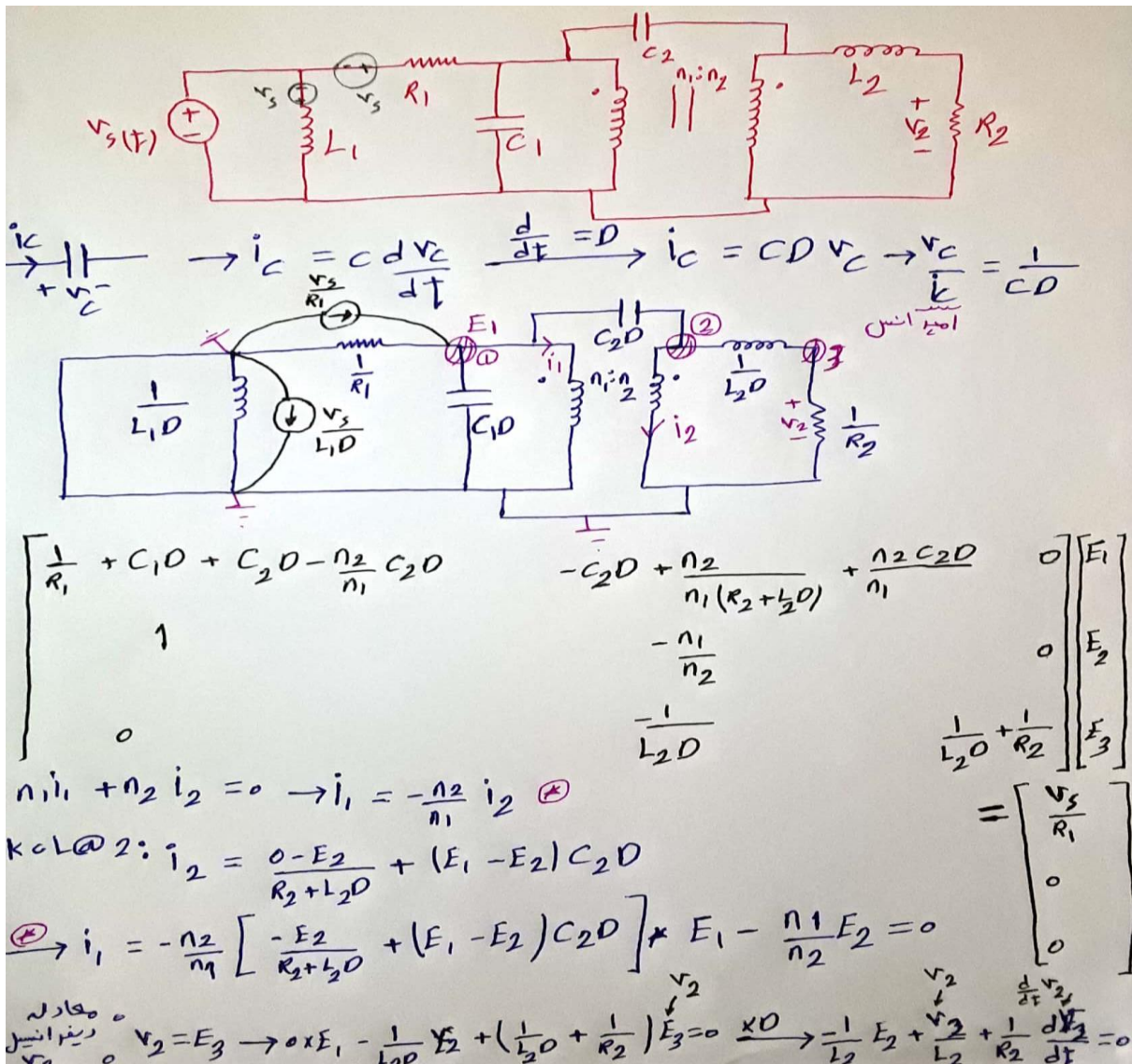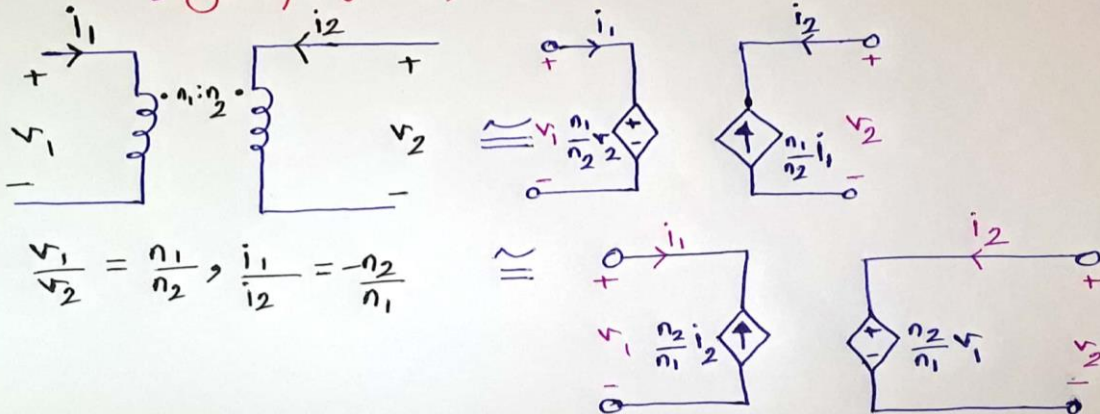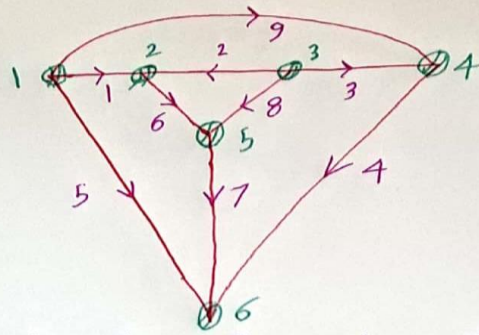
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \frac{i_1}{i_2} = -\frac{n_2}{n_1}$$

$$i_c = c\frac{dv_c}{dt} \quad \xrightarrow{\frac{d}{dt}=D} \quad i_c = CD\,v_c \rightarrow v_c = \frac{i_c}{CD}$$

أمير أنس

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+C_1 D + C_2 D - \frac{n_2}{n_1}C_2 D & -C_2 D + \frac{n_2}{n_1(R_2+L_2 D)} + \frac{n_2 C_2 D}{n_1} & 0 \\ 1 & -\frac{n_1}{n_2} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{L_2 D} & \frac{1}{L_2 D}+\frac{1}{R_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_s}{R_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0 \rightarrow i_1 = -\frac{n_2}{n_1}i_2 \quad ⊛$$

$$KCL@2: \quad i_2 = \frac{0-E_2}{R_2+L_2 D} + (E_1 - E_2)C_2 D$$

$$⊛ \rightarrow i_1 = -\frac{n_2}{n_1}\left[\frac{-E_2}{R_2+L_2 D} + (E_1 - E_2)C_2 D\right] \star \quad E_1 - \frac{n_1}{n_2}E_2 = 0$$

معادلة

رابط انتشار

$$v_2 = E_3 \rightarrow 0 \times E_1 - \frac{1}{L_2 D}E_2 + \left(\frac{1}{L_2 D}+\frac{1}{R_2}\right)E_3 = 0 \quad \xrightarrow{\times D} \quad \frac{-1}{L_2}E_2 + \frac{v_2}{L_2} + \frac{1}{R_2}\frac{dv_2}{dt} = 0$$

$$
\begin{array}{c}
\quad\quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad\quad 5 \quad\quad 6 \quad\quad 7 \quad\quad 8 \quad\quad 9 \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}
\left[
\begin{array}{ccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
-1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0
\end{array}
\right] = A_a
\end{array}
$$

اگر گره ۶ را مرجع انتخاب کنیم ← A (ماتریس گره) مختصر شده (با حذف سطر ۶)

با توجه به گراف — مدار روابط به درستی نوشته شده اند.

بدست آید؛

$$
A \times \dot{J} = A \times
\begin{bmatrix}
\dot{J_1} \\ \dot{J_2} \\ \vdots \\ \dot{J_9}
\end{bmatrix} = 0 \rightarrow
\begin{array}{l}
\dot{J_1} + \dot{J_5} + \dot{J_9} = 0 \\
-\dot{J_1} - \dot{J_2} + \dot{J_6} = 0 \\
\dot{J_2} + \dot{J_3} + \dot{J_8} = 0 \\
-\dot{J_3} + \dot{J_4} - \dot{J_9} = 0 \\
-\dot{J_6} + \dot{J_7} - \dot{J_8} = 0
\end{array}
$$

و ماتریس A ترانهاده

$$
A^T =
\begin{bmatrix}
1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
1 & 0 & 0 & -1 & 0
\end{bmatrix}
$$

$$
A^T E = v \rightarrow
$$

$$
A_x^T
\begin{bmatrix}
E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_9
\end{bmatrix}
$$

$E_1 - E_2 = v_1$, $-E_2 + E_3 = v_2$

$E_3 - E_4 = v_3$, $E_4 = v_4$

$E_1 = v_5$, $E_2 - E_3 = v_6$

$E_5 = v_7$, $E_3 - E_5 = v_8$, $E_1 - E_4 = v_9$

تمرین مش:

I_2 I_3

i_{S_1} R_1 C_1 $-v_{C_1}$ L_1 ترتیب عمی L_2 R_2 v_{C_2} C_2 R_3 $g_m v_{C_1}$ i_{S_2}

روش مش → $Z \cdot I = V$

منابع از جنس ولتاژ ← مدار به صورت امپدانسی

متغیرها → مستقل جریان مش ها

شرط جبط اولیه غیر صفر جبرا خازن ها

$v_{C_1} = -R_1 I_1 + R_1 i_{S_1}$

I_1 I_2 I_3 I_4

R_1 $\frac{1}{C_1 s}$ $+v_{C_1}$ $L_1 s$ $L_2 s$ R_3

$R_1 i_{S_1}$ $\frac{v_{C_1(0)}}{s}$ MsI_3 $Ms i_2$ $\frac{1}{C_2 s}$ $R_3 i_{S_2}$

R_2 $\frac{v_{C_2(0)}}{s}$ $g_m v_{C_1} R_3$

معلوم

$$
\begin{bmatrix}
R_1 + \frac{1}{C_1 s} & -\frac{1}{C_1 s} & 0 & 0 \\
-\frac{1}{C_1 s} & \frac{1}{C_1 s} + L_1 s + R_2 & -R_2 - Ms & 0 \\
0 & -R_2 - Ms & R_2 + L_2 s + \frac{1}{C_2 s} & -\frac{1}{C_2 s} \\
0 - g_m R_1 R_3 & 0 & \frac{-1}{C_2 s} & \frac{1}{C_2 s} + R_3
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
I_1 \\
I_2 \\
I_3 \\
I_4
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
R_1 i_{S_1} - \frac{v_{C_1(0)}}{s} \\
\frac{v_{C_1(0)}}{s} + Ms I_3 \\
Ms I_2 - \frac{v_{C_2(0)}}{s} \\
\frac{v_{C_2(0)}}{s} + R_3 i_{S_2} - g_m v_{C_1} R_3
\end{bmatrix}
$$

یا

$$
\begin{bmatrix}
 & & & \\
 & // & & \\
 & & & \\
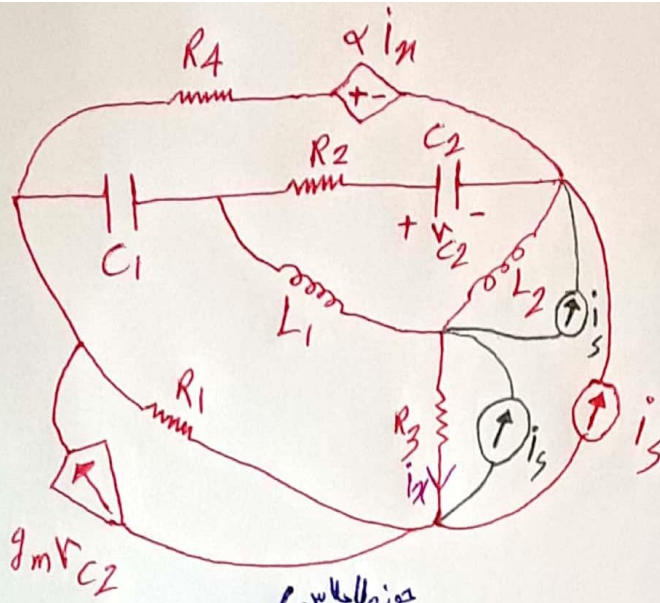 & & &
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
I_1 \\
I_2 \\
I_3 \\
I_4
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
R_1 i_S - \frac{v_{C_1(0)}}{s} \\
\frac{v_{C_1(0)}}{s} \\
-\frac{v_{C_2(0)}}{s} \\
\frac{v_{C_2(0)}}{s} + R_3 i_{S_2} - g_m R_1 R_3 i_{S_1} + g_m R_1 R_3 I_1
\end{bmatrix}
$$

$-g_m v_{C_1} R_3 = -g_m R_3 (-R_1 I_1 + R_1 i_{S_1}) = -g_m R_1 R_3 i_{S_1} + g_m R_1 R_3 I_1$
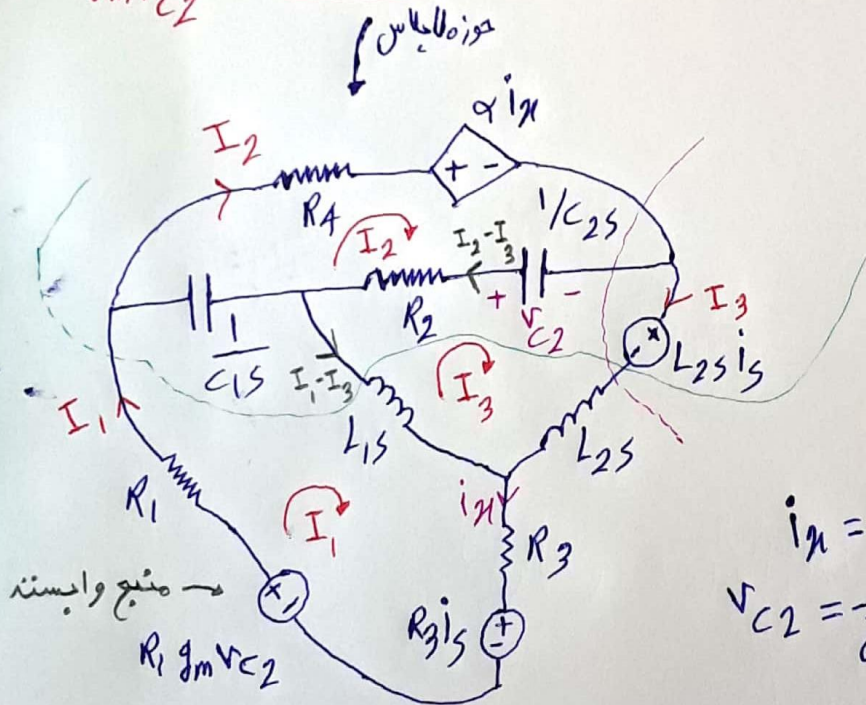
$$i_n = I_1$$

$$V_{C2} = -\frac{1}{C_2 S}\left(I_2 - I_3\right)$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{C_1 S} + L_1 S + R_3 & -\frac{1}{C_1 S} + \frac{R_1 g_m}{C_2 S} & -L_1 S - \frac{R_1 g_m}{C_2 S} \\ -\frac{1}{C_1 S} + \alpha & R_4 + \frac{1}{C_2 S} + R_2 + \frac{1}{C_1 S} & -R_2 - \frac{1}{C_2 S} \\ -L_1 S & -R_2 - \frac{1}{C_2 S} & R_2 + \frac{1}{C_2 S} + L_2 S + L_1 S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 g_m V_{C2} - R_3 i_s \\ -\alpha i_n \\ -L_2 S i_s \end{bmatrix}$$