۱۶. هر یک از معادلات دیفرانسیل های جزئی زیر را توسط تبدیل لاپلاس حل نمائید :

الف)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 3\frac{\partial u}{\partial x} \quad , \quad u(x,0) = 4e^{-2x}$$

$$u(0,t) = 4e^{-6t}$$

ب)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad , \quad u(0,t) = 0 \quad , \quad u(4,t) = 0$$

$$u(x,0) = 6\sin \pi \, {}^{x}\!/_{2} + 3\sin \pi x$$

ج)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad , \quad u_x(0,t) = 0 \quad , \quad u_x(2,t) = 0$$

$$u(x,0) = 4\cos \pi x - 2\cos\frac{\pi x}{2}$$

۱۷. جواب عمومی معادله زیر را حساب کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} = x$$

۱۸. معادله ای با مشتقات جزئی بنویسیدکه $z=x\,f(xy)$ جواب آن باشد .

۱۹. معادله ای با مشتقات جزئی بنویسیدکه جواب آن در رابطه $xyz=f(x+y+z)$ صدق کند .

۲۰. جواب معادله $x\,u_x = y\,u_y$ را بدست آورید.

۲۱.الف) بررسی کنید معادله با مشتقات جزئی $u_{xx}=u_{yy}$ با استفاده از تغییر متغیرهای $v=y+2x$ و $u=y-2y$ به چه معادله ای تبدیل می شود.

ب) معادله حاصل را حل کنید.

۲۲. جواب مسئله زیر را بدست آورید.

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 \ ; & 0 < x < \pi \ , t > 0 \\ u(x,0) = 0 \quad u_t(x,0) = 2\sin x & 0 < x < \pi \\ u(0,t) = 0 \quad u(\pi,t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

۲۳. جواب پایدار مسئله زیر کدام است

$$\begin{cases} u_{tt} - 2u_{xx} = 0 \ ; \\ u(x,0) = 25 \ ; \\ u(0,t) = 1 \ , \quad u(3,t) = 40 \ ; \end{cases}$$

۲۴. درمسئله مقدار اولیه- کرانه ای زیر $u(x,t)$ در نقطه $x=0.5,\ t=7$ را حساب کنید .(راهنمایی:از روش دالامبر کمک بگیرید.)

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 \ ; & 0 < x < 1 \ , t > 0 \\ u(x,0) = \begin{cases} 2x \ , & 0 \le x < \frac{1}{3} \\ 1 - x & \frac{1}{3} \le x \le 1 \end{cases} & u_x(x,0) = 0 \\ u_x(0,t) = 0 = u(1,t) = 0 \quad t > 0 \end{cases}$$

۲۵. جواب مسئله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 \ ; \\ u(x,0) = 0 \quad u_t(x,0) = k\sin 3x - \frac{k}{2}\sin 6x \\ u(0,t) = 0 = u(\pi,t) = 0 \quad t > 0 \end{cases}$$

۲۶. برای حل معادابه حرارت با شرایط زیر با فرض $u(x,t) = \sum A_n(t) \sin\frac{n\pi x}{l}$ که در آن $A_n(t)$ از معادله دیفرانسیل

$A'_n(t) + \left(\frac{cn\pi}{l}\right)^2 A_n(t) = B_n(t)$ بدست می آید مقدار $B_n(t)$ را حساب کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + q(x,t) \ , \quad u(0,t) = u(l.t) = 0 \ ;$$