$$L_a = (1 - k^2)L_1 \qquad L_b = k^2 L_1 \tag{1-1}$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 . L_2}} \qquad a = k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

مقاومت‌های r_1 و r_2 معرف تلفات هسته‌ی ترانس است.

$$Z(j\omega_\circ) = R_L \Rightarrow \omega_\circ = \frac{۱}{\sqrt{LC}}$$

$$\alpha = \frac{۱}{۲R_L C} \Rightarrow \begin{cases} Q = ۲\pi \dfrac{\text{(ماکزیمم انرژی ذخیره شده)}}{\text{انرژی تلف شده در واحد سیکل}} = \dfrac{\omega_\circ}{۲\alpha} = R_L C\, \omega_\circ = \dfrac{R_L}{L\omega_\circ} = \dfrac{\omega_\circ}{B.W.} \\ BW = \omega_۲ - \omega_۱ = ۲\alpha = \dfrac{۱}{R_L C} \end{cases} \qquad (۳-۱)$$

$$R_{t_L} = \frac{L^۲ \omega^۲}{r_L} = r_L\, Q_L^۲ \quad (۴-۱)$$

در ایـن شـرایط بـا یـک مـدار RLC شـناخته شـده مواجـه خواهیـم بـود کـه پارامترهای آن بـه ترتیب زیـر محاسـبه می گردند:

$$\omega_\circ \cong \frac{۱}{\sqrt{LC}} \quad , \quad Q = R_{t_L}\, C\omega_\circ \quad , \quad BW = \frac{۱}{R_{t_L} . C} \quad , \quad \left|Z(j\omega_\circ)\right| = R_{t_L} \quad (۵-۱)$$

در مورد این مدار هم با فرض بزرگ بودن ضریب کیفیت خازن به سادگی می‌توان نوشت:

$$Q_C = \frac{1}{C\omega_0 r_C} \Rightarrow R_{t_C} = Q_C^2\, r_C$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , Q_t = \frac{\omega_0}{B.W.} = R_{t_C} C\omega_0 \ , \left|Z(j\omega_0)\right| = R_{t_C} \qquad (۶-۱)$$

$$\boxed{n\,Q'_T . Q_E \geq ۱۰۰} \qquad (۹-۱)$$

اما پارامترهای ذکر شده برحسب مقادیر معلوم عبارتند از:

$$n = \frac{C_۱}{C_۱ + C_۲} \quad , \quad \omega_۰ = \frac{۱}{\sqrt{LC}} \quad , \quad Q_E = \frac{\omega_۰ (C_۱ + C_۲)}{G} \quad , \quad Q'_T = \frac{\omega_۰ C}{n^۲ G} \quad , \quad C = \frac{C_۱ C_۲}{C_۱ + C_۲} \qquad (۱۰-۱)$$

همچنین برای امپدانس انتقالی $Z_{۱۲}$ داریم:

$$Z_{۱۲}(p) = \frac{v_۰(p)}{I_i(p)} = \frac{v_۰(p)}{v_i(p)} . \frac{v_i(p)}{I_i(p)} = \frac{v_۰(p)}{v_i(p)} . Z_i(p) = \frac{C_۱}{C_۱ + C_۲} . \frac{\cancel{p}}{p + \frac{G}{\cancel{C_۱} + C_۲}} Z_i(p) = H_V(p) Z_i(p) \qquad (۱۱-۱)$$

$$nQ'_T . Q_E \geq ۱۰۰ \quad , \quad Q_E \geq ۱۰ \qquad (۱۲-۱)$$

یادآوری این مطلب ضروری است که در فرکانس تشدید، امپدانس دیده شده از ورودی مدار مقسم خازنی شکل ۱-۱۷ کاملاً مقاومتی و برابر با $\frac{۱}{n^۲G}$ است. به همین دلیل چنانچه جریان ورودی I_i برابر $I\,Cos\omega_\circ t$ باشد، مدار در فرکانس تشدید تحریک شده و ولتاژ دو سر منبع به سادگی از رابطه $V_i = \frac{۱}{n^۲G} I\,Cos\omega_\circ t$ حاصل می گردد.

یک شرط عملی‌تر و کاربردی‌تر به جای شروط رابطه ۱-۱۲، در رابطه‌ی(۱-۱۳) ارائه می گردد:

$$Q'_T = \frac{۱}{n^۲G} . C . \omega_\circ >> ۱ \quad , \quad n << ۱ \qquad (۱۳-۱)$$

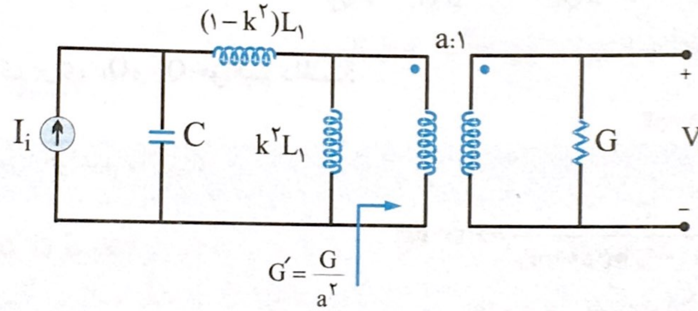
$$L = L_1 + L_2 \quad , \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{14-1}$$

$$n = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \quad , \quad Q_E = \frac{L_1 + L_2}{\omega_0 G L_1 L_2} \quad , \quad Q'_T = \frac{\omega_0 C}{n^2 G}$$

دو شرط مربوط به معادل‌سازی در این حالت عبارتند از:

$$nQ'_T . Q_E \geq 100 \quad , \quad Q_E \geq 10 \tag{15-1}$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_{۱} L_{۲}}} \quad , \quad a = k\sqrt{\frac{L_{۱}}{L_{۲}}} \tag{۱-۱۶}$$



شکل۱-۲۶ ترانس تشدید شده در اولیه با مدل واقعی ترانس

مدار فوق مشابه مدار مقسم سلفی قابل معادل‌سازی است؛ لذا با فرض $\omega_{\circ} = \frac{۱}{\sqrt{L_{۱}C}}$ و در نظر گرفتن ملاحظات زیر می‌توان مدار شکل ۱-۲۶ را به فرم مدار شکل ۱-۲۷، تبدیل نمود:

$$n' = \frac{k^{۲}L_{۱}}{k^{۲}L_{۱} + (۱-k^{۲})L_{۱}} = k^{۲}$$

$$Q'_T = \frac{\omega_{\circ} C}{n'^{۲}\left(\frac{G}{a^{۲}}\right)} = \frac{\omega_{\circ} C}{\left(\frac{M}{L_{۱}}\right)^{۲} G} \quad , \quad Q_E = \frac{۱}{\omega_{\circ} L_{۲}(۱-k^{۲})G} \tag{۱-۱۷}$$

$$n'Q'_T Q_E > ۱۰۰ \quad , \quad Q_E > ۱۰$$

مدار اخیر یک مدار RLC موازی بوده و تحلیل آن به سادگی میسّر می‌باشد:

$$\omega_{0} = \frac{1}{\sqrt{L_{1}C}} \quad , \quad Q_T = RC\omega_{0} \quad , \quad BW = \frac{\omega_{0}}{Q_T} \quad , \quad R = \frac{1}{n^{2}G} \qquad (۱-۱۸)$$

۵

مخلوط کننده ها

در عبارت یادشده به شرط $\frac{y^{۲}}{۸} \leq ۰/۰۲$ (که معادل $v_{۱} \leq ۱۰/۴mv$ است)، می توان $\frac{I_{۱}(y)}{I_{۰}(y)}$ را با $\frac{y}{۲}$ مساوی فرض کرد و در این حالت هدایت انتقالی به صورت زیر می گردد:

$$y \leq ۰/۴ \quad \Rightarrow \quad \frac{I_{۱}(y)}{I_{۰}(y)} \cong \frac{y}{۲} \quad \Rightarrow \quad g_{c} = \frac{I_{dc}}{V_{T}} \cdot \frac{I_{۱}(x)}{I_{۰}(x)} \qquad (۹-۵)$$

بنابراین هدایت انتقالی تبدیلی مخلوط‌کننده شکل ۵-۸ برابر است با:

$$g_c = \frac{\left|I_{C۲}\right|_{@\boldsymbol{\omega}_{IF}}}{\left|V_۱\right|} = \frac{I_{k۱}a_۱(x)}{۲xV_T} = f_{NL}(x) \qquad (۱۴-۵)$$

۶

مدولاتورهای دامنه

۶-۲-۱ مدولاسیون دامنه نرمال

اگر در سیگنال مدوله شده، g(t) دارای مقدار متوسط صفر نبوده و به فرم زیر باشد، مدولاسیون از نوع مدولاسیون دامنه نرمال **(AM-Normal)** نامیده می شود:

$$g(t) = A\left[1 + mf(t)\right] \qquad (۱-۶)$$

۶-۲-۲ مدولاسیون DSB

چنانچه $g(t)$ درسیگنال مدوله شده AM به صورت ضریبی از سیگنال اطلاعات باشد، مدولاسیون انجام شده از نوع DSB (Double Side Band) به صورت زیر خواهد بود.

$$v(t) = g(t)\,\mathrm{Cos}\,\omega_\circ t = kf(t)\,\mathrm{Cos}\,\omega_\circ t \tag{۲-۶}$$

$$V_i(t) = g(t).s(t) + \frac{r_{ds_0}}{r_{ds_0} + R_1}[1 - s(t)].g(t)$$

$$= g(t)\left[1 - \frac{r_{ds_0}}{r_{ds_0} + R_1}\right]s(t) + \frac{r_{ds_0}}{r_{ds_0} + R_1}g(t)$$

$$= \frac{R_1}{r_{ds_0} + R_1}g(t)s(t) + \frac{r_{ds_0}}{r_{ds_0} + R_1}g(t)$$

$$= \frac{R_1}{r_{ds_0} + R_1}g(t)\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\mathrm{Cos}\,\omega_0 t - \frac{2}{3\pi}\mathrm{Cos}\,3\omega_0 t + \ldots\right) + \frac{r_{ds_0}}{r_{ds_0} + R_1}g(t) \quad (۲۸-۶)$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$i_E = \frac{V_i - V_\gamma + V_{EE}}{R_E} \Rightarrow v_0 = V_{CC} - R.i_C\Big|_{\omega = \omega_0} \quad (۲۹-۶)$$

به این ترتیب طیف جریان خروجی سرشار از هارمونیک بوده و چنانچه فیلتر RLC به کار رفته دارای پهنای باند کافی بوده و در فرکانس ω_0 تنظیم شده باشد، می توان ولتاژ خروجی را متناسب با $g(t)\mathrm{Cos}\,\omega_0 t$ در نظر گرفت.

۷

آشکارسازهای دامنه

$$V_\circ(t) = \boldsymbol{\alpha}.\overline{i_D}.R_\circ = \frac{\boldsymbol{\alpha} R_\circ}{\boldsymbol{\pi} R} V \qquad (۱۳-۷)$$

پس خروجی مدار با استفاده از دیود ایده‌آل و فیلتر با پهنای باند کافی، به صورت مضربی از دامنه ولتاژ ورودی، که پوش سیگنال ورودی محسوب می‌شود، محاسبه می گردد. حال با فرض اینکه سیگنال ورودی $V_i(t) = g(t)\mathrm{Cos}\,\boldsymbol{\omega}_\circ t$ بوده و در آن $g(t)$ دارای تغییرات زمانی کند باشد، از همان تحلیل انجام شده استفاده نموده و خروجی به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$V_i(t) = g(t)\mathrm{Cos}\,\boldsymbol{\omega}_\circ t \;\Rightarrow\; V_\circ(t) = \boldsymbol{\alpha}.\overline{i_D}.R_\circ = \frac{\boldsymbol{\alpha} R_\circ}{\boldsymbol{\pi} R} g(t) \qquad (۱۴-۷)$$

بار دیگر با فرض دامنه‌ی ثابت ورودی و بسط جریان دیود خواهیم داشت:

$$i_D(t)=\frac{V_i(t)-V_0}{R}.s(t)=\frac{V\,\mathrm{Cos}\,\omega_0 t-V_0}{R}\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\mathrm{Cos}\,\omega_0 t-\frac{2}{3\pi}\mathrm{Cos}\,3\omega_0 t+\cdots\right)$$

$$\left(\frac{V}{2R}\mathrm{Cos}\,\omega_0 t-\frac{V_0}{2R}\right)+\left(\frac{2V}{\pi R}\mathrm{Cos}^2\,\omega_0 t-\frac{2V_0}{\pi R}\mathrm{Cos}\,\omega_0 t\right)+\left(-\frac{2V}{3\pi R}\mathrm{Cos}\,\omega_0 t.\mathrm{Cos}\,3\omega_0 t+\frac{2V_0}{3\pi R}\mathrm{Cos}\,3\omega_0 t\right)+\cdots$$

$$\Rightarrow \overline{i_D(t)}=-\frac{V_0}{2R}+\frac{V}{\pi R} \qquad (۱۶-۷)$$

$$\Rightarrow V_0(t)=\alpha\,\overline{i_D}R_0=\frac{\alpha V R_0}{\pi R}-\frac{\alpha V_0 R_0}{2R}$$

با جایگزین کردن دامنه سیگنال ورودی با سیگنال کند $g(t)$، خروجی آشکارساز در این حالت عبارت است از:

$$V_i(t)=g(t)\mathrm{Cos}\,\omega_0 t \quad\Rightarrow\quad V_0(t)=\alpha.\overline{i_D}.R_0=\frac{\alpha R_0}{\pi R}g(t)-\frac{\alpha V_0 R_0}{2R} \qquad (۱۷-۷)$$

در این مدار با نوشتن یک رابطه KCL در سمت ورودی خواهیم داشت:

$$g(t)\mathrm{Cos}\,\omega_{\circ}t = \left[b(t)\mathrm{Cos}\,\omega_{\circ}t - ۲I_{D_{\circ}}(t)\mathrm{Cos}\,\omega_{\circ}t\right] * Z(t)$$

$$= \left[\left(\frac{b(t)}{۲} - I_{D_{\circ}}(t)\right) * ۲Z'_{L}(t)\right]\mathrm{Cos}\,\omega_{\circ}t \qquad (۲۵\text{-}۷)$$

$$V_{\circ}(t) = g(t) = \frac{b(t)}{۲} . ۲R_T \quad , \quad R_T = R \Big\| \frac{R_{\circ}}{۲} \qquad (۲۶-۷)$$

به منظور عملکرد صحیح مدار، شرایط زیر در طراحی آشکارساز می‌بایستی مدنظر قرارگیرد:

۱- ضریب کیفیت فیلتر RLC ورودی به همراه بار آن حتی‌الامکان بزرگ باشد.

۲- مقدار ریپل در مدار باید کم باشد:

$$\frac{\Delta V_{DC}}{V_{DC}} = \frac{T}{R_{\circ} C_{\circ}} \ll ۱ \quad , \quad T = \frac{۲\pi}{\omega_{\circ}} \qquad (۲۷-۷)$$

۳- برای انتقال بدون اعوجاج سیگنال اطلاعات(پوش سیگنال ورودی) پهنای باند کافی لازم است. چنانچه بالاترین مؤلفه فرکانسی b(t) در شکل (۷-۳۱) ω_m فرض شود، این شرط را می توان در قالب نامساوی زیر بیان نمود:

$$\frac{۱}{(C + C_{\circ})(۲R_T)} \geq \omega_m \qquad (۲۸-۷)$$

۴- برای جلوگیری از خطای FTF باید شرط زیر برقرار باشد.

$R_{\circ} C_{\circ} < ۲RC$

۸

مدولاتورهای FM

$$\theta(t) = \omega_\circ t + \Delta\omega \int_\circ^t f(\theta)d\theta \Rightarrow \omega_i(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_\circ + \Delta\omega f(t) \qquad (۱-۸)$$

دیده می‌شود که فرکانس لحظه‌ای با سیگنال اطلاعات متناسب است.

اصولاً چون سیگنال اطلاعات مطابق رابطه‌ی (۸-۲) در آرگومان سیگنال حامل منظور شده است، سیگنال FM نسبت به AM در مقابل نویز مقاوم‌تر بوده و به همین دلیل کیفیت سیگنال FM معمولاً از AM بهتر است. این درحالی است که سیگنال FM به پهنای باند بیشتری نیاز دارد.

$$V_i(t) = A\mathrm{Cos}\left(\omega_\circ t + \Delta\omega \int_\circ^t f(\theta)d\theta\right) \qquad (۲-۸)$$

$$f(t) = \cos\omega_m t \quad \Rightarrow \quad V_i(t) = A\cos\left(\omega_\circ t + \frac{\Delta\omega}{\omega_m}\sin\omega_m t\right) \tag{۳-۸}$$

در رابطه اخیر $\frac{\Delta\omega}{\omega_m}$ را اندیس مدولاسیون نامیده و با β نمایش می دهند. همچنین می توان کمیت دیگری به نام نسبت انحراف فرکانسی را تعریف نمود که به نوعی حدود تغییرات فرکانس لحظه‌ای نسبت به فرکانس حامل را توصیف می کند. بنابراین می توان آن را به صورت زیر نمایش داد.

$$D = \frac{\Delta\omega}{\omega_\circ} \tag{۴-۸}$$

حال با توجه به فرضیات فوق طیف سیگنال مدوله شده را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} V_i(t) &= A\cos(\omega_\circ t + \beta\sin\omega_m t) \\ &= A\cos\omega_\circ t.\cos(\beta\sin\omega_m t) - A\sin\omega_\circ t.\sin(\beta\sin\omega_m t) \\ &= A g_1(t)\cos\omega_\circ t. - A g_2(t)\sin\omega_\circ t \end{aligned} \tag{۵-۸}$$

$$B.W. = ۲(\beta + ۱)\,\omega_m \qquad (۸-۸)$$

$$\beta >> ۱ \quad \Rightarrow \quad B.W_{(WBFM)} = ۲\Delta\omega$$

$$\beta << ۱ \quad \Rightarrow \quad B.W_{(NBFM)} = ۲\omega_m$$

$$V(t) = A\,Cos\left(\omega_\circ t + \Delta\omega \int_\circ^t f\,(\theta)\,d\theta\right) = A\,Cos\big(\theta_i(t)\big)\,,\ \omega_i(t) = \frac{d\theta_i(t)}{dt} \tag{۸-۹}$$

$$\Rightarrow \dot{V}(t) = \frac{dV(t)}{V(t)} = -A\,\omega_i(t) Sin\,(\int_\circ^t \omega_i(\theta) d\theta)$$

می‌توان $\dot{V}(t)$ را برحسب $V(t)$ به صورت زیر توصیف کرد:

$$\int_\circ^t \omega_i(\theta)V(\theta)d\theta = \int_\circ^t \omega_i(\theta).A\,Cos\left(\int_\circ^t \omega_i(\theta)\,d\theta\right)d\theta = A\,Sin\left(\int_\circ^t \omega_i(\theta)\,d\theta\right) = -\frac{\dot{V}(t)}{\omega_i(t)}$$

$$\Rightarrow \dot{V}(t) = -\omega_i(t)\int_\circ^t \omega_i(\theta)V(\theta)\,d\theta \tag{۸-۱۰}$$

$$\Rightarrow \dot{V}(t) + \omega_i(t)\int_\circ^t \omega_i(\theta)V(\theta)\,d\theta = \circ$$

$$v(t) - \frac{\dot{v}\,\dot{\omega}_i}{\omega_i^3} + \frac{\ddot{v}}{\omega_i^2} = 0 \qquad (۱۱-۸)$$

چنانچه $\Delta\omega \ll \omega_0$ æ $\omega_m \ll \omega_0$ باشند، با توجه به مقدار کم $\frac{\dot{v}\,\dot{\omega}_i}{\omega_i^3}$ می‌توان این ترم را به معادله بالا اضافه یا کم کرد و البته این کار سبب تغییرات ناچیزی در جواب مسأله شده که قابل اغماض است.
معادلات دیفرانسیل جدید سیگنال FM دراینحالت عبارتند از:

$$v(t) - 2\frac{\dot{v}\,\dot{\omega}_i}{\omega_i^3} + \frac{\ddot{v}}{\omega_i^2} = 0 \qquad (۱۲-۸)$$

$$v(t) + \frac{\ddot{v}}{\omega_i^2} = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\left(C + C_0\right)\left(1 + B\right)}}$$ **(۲۲-۸)**

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{-B\left(\frac{I_{K_1}}{I_{K_0}}\right)}{2\left(1 + B\right)}$$

که در آن داریم:

$$B = \frac{CrI_{K_0}}{4V_T\left(C + C_0\right)}$$ **(۲۳-۸)**