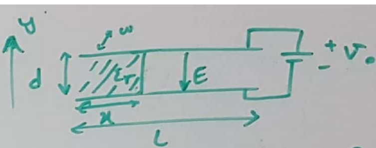


3-44

الف محاسبه V و D و E و ρ_s در هر ناحیه؟

در شرایط مرزی $\leftarrow E_{1t} = E_{2t}$

و چون E از قطب (+) به سمت (-) است، بنابراین مولفه‌ی عمودی در فصل مشترک وجود ندارد $\Leftarrow E_1 = E_2$

$$V_0 = -\int E \cdot dL = -\int -E_0\, dy = E_0 d \qquad \begin{cases} E = -E_0\, a_y \\ dL = dy \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{V_0}{d} \Rightarrow E_1 = E_2 = \boxed{-\frac{V_0}{d} a_y}$$

$$D_1 = \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_r \varepsilon_0 E_1 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 V_0}{d}$$

$$D_2 = \varepsilon_2 E_2 = \varepsilon_0 E_2 = \frac{\varepsilon_0 V_0}{d}$$

$$\oint D \cdot ds = Q \Rightarrow D_0 (S) = Q = \rho_s (S)$$

$$\Rightarrow \rho_s = D_0 \Rightarrow \begin{cases} \rho_{s1} = D_1 = \dfrac{\varepsilon_r \varepsilon_0 V_0}{d} \\ \rho_{s2} = D_2 = \dfrac{\varepsilon_0 V_0}{d} \end{cases}$$

ب محاسبه x به طوری که انرژی الکتریکی ساکن ذخیره شده در هر دو یکسان باشد؟

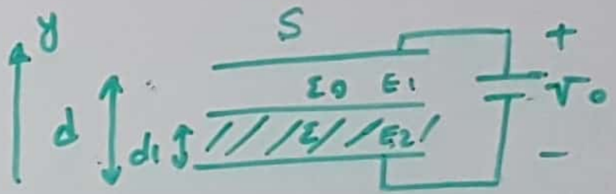
$$W = \frac{1}{2} \int \varepsilon |E|^2 dv = \frac{1}{2} \int \frac{|D|^2}{\varepsilon} dv$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \int \left(\frac{V_0}{d}\right)^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r\, dv = \frac{1}{2} \left(\frac{V_0}{d}\right)^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r\, (w x d)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \int \left(\frac{V_0}{d}\right)^2 \varepsilon_0\, dv = \frac{1}{2} \left(\frac{V_0}{d}\right)^2 \varepsilon_0\, (w (L - x) d)$$

$$\hookrightarrow W_1 = W_2 \Rightarrow \varepsilon_r (\cancel{w} x \cancel{d}) = \cancel{w} (L - x) \cancel{d}$$

$$\Rightarrow x (\varepsilon_r + 1) = L \rightarrow \boxed{x = \frac{L}{1 + \varepsilon_r}}$$



3-46

محاسبه‌ی نیروی وارد بر صفحه‌ی بالایی ؟

دو خازن که به صورت سری با هم متصل شده اند ، بنابراین :

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

و از طرفی با داشتن ظرفیت خازن می توان انرژی آن و در نتیجه نیروی وارد بر صفحات را محاسبه نمود :

$$F = \nabla w \quad \leftarrow \quad w = \frac{1}{2} C V_0^2$$

محاسبه ظرفیت خازن صفحه‌ای ⇐

$$\oint D \cdot ds = Q \Rightarrow D_0 (S) = Q \Rightarrow$$

$$D_0 = Q/S \Rightarrow E = \frac{\rho_s}{\varepsilon}$$

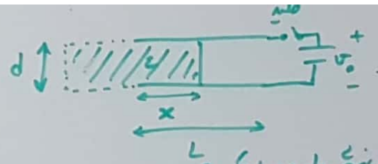
$$V_0 = -\int E \cdot dl = -\int -\frac{\rho_s}{\varepsilon} dy = \frac{\rho_s}{\varepsilon} L = \frac{QL}{S\varepsilon}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{QL}{S\varepsilon}} = \frac{S\varepsilon}{L} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{S\varepsilon_0}{d-d_1} \\ C_2 = \frac{S\varepsilon}{d_1} \end{cases} \Rightarrow C_T = \frac{S^2 \varepsilon \varepsilon_0 / d_1 (d-d_1)}{\frac{S\varepsilon_0}{d-d_1} + \frac{S\varepsilon}{d_1}}$$

$$\Rightarrow C_T = \frac{S\varepsilon_0 \varepsilon}{d_1 \varepsilon_0 + (d-d_1)\varepsilon} \Rightarrow w = \frac{S V_0^2 \varepsilon_0 \varepsilon}{2(d_1 \varepsilon_0 + (d-d_1)\varepsilon)}$$

$$F = \frac{\partial w}{\partial d_1} = \frac{S V_0^2 \varepsilon_0 \varepsilon}{2} \times \frac{-(\varepsilon_0 - \varepsilon)}{(d_1 \varepsilon_0 + (d-d_1)\varepsilon)^2} = \frac{S V_0^2 \varepsilon_0 \varepsilon (\varepsilon - \varepsilon_0)}{2(d_1 \varepsilon_0 + (d-d_1)\varepsilon)^2}$$

3-48



محاسبه‌ی نیروی وارد بر دی‌الکتریک ؟

الف) کلید بسته ؟

ظرفیت خازن صفحه‌ای ←

$$C = \frac{S\varepsilon}{d}$$

قبل از حرکت دی‌الکتریک ←

$$w_1 = \frac{1}{2} C V_0^2$$

$$w_1 = \frac{1}{2} \frac{Lw\varepsilon}{d} V_0^2$$

بعد از حرکت دی‌الکتریک ←

در این حالت دو خازن داریم که به صورت موازی به هم متصل شده‌اند :

$$C_T = C_1 + C_2 \quad \begin{cases} C_1 = \dfrac{(L-x)w\varepsilon_0}{d} \\ C_2 = \dfrac{xw\varepsilon}{d} \end{cases}$$

$$C_T = \frac{(L-x)w\varepsilon_0}{d} + \frac{xw\varepsilon}{d} \Rightarrow$$

$$w_2 = \frac{1}{2} C_T V_0^2 = \frac{(L-x)w\varepsilon_0 + xw\varepsilon}{2d} V_0^2$$

$$w_2 - w_1 = \frac{(L-x)w\varepsilon_0 + \underbrace{xw\varepsilon - Lw\varepsilon}_{-(L-x)w\varepsilon}}{2d} V_0^2$$

$$= \frac{V_0^2 (L-x) w}{2d} (\varepsilon_0 - \varepsilon)$$

$$F = \nabla w = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{V_0^2 w}{2d} (\varepsilon - \varepsilon_0)$$

ب) با فرض باز شدن کلید قبل از حرکت دادن دی‌الکتریک ؟

$$w = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \rightarrow Q = CV_0 = \frac{Lw\varepsilon}{d} V_0$$

زیرا با باز شدن کلید بار روی صفحات ثابت می‌ماند و Q را برای حالت اولیه که هنوز کلید بسته است و دی‌الکتریک حرکت نکرده است حساب می‌کنیم :

قبل از حرکت دی‌الکتریک ←

$$w_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Lw\varepsilon V_0^2}{2d}$$

بعد از حرکت دی‌الکتریک ←

$$w_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{L^2 w^2 \varepsilon^2}{d^2} V_0^2 \times \frac{d}{(L-x)w\varepsilon_0 + xw\varepsilon}$$

$$= \frac{V_0^2 L^2 w \varepsilon^2}{2d((L-x)\varepsilon_0 + x\varepsilon)}$$

$$F = \nabla w = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{V_0^2 L^2 w \varepsilon^2}{2d} \times \frac{-(-\varepsilon_0 + \varepsilon)}{((L-x)\varepsilon_0 + x\varepsilon)^2}$$

$$= \frac{V_0^2 L^2 w \varepsilon^2 (\varepsilon - \varepsilon_0)}{2d((L-x)\varepsilon_0 + x\varepsilon)^2}$$

Scanned by CamScanner