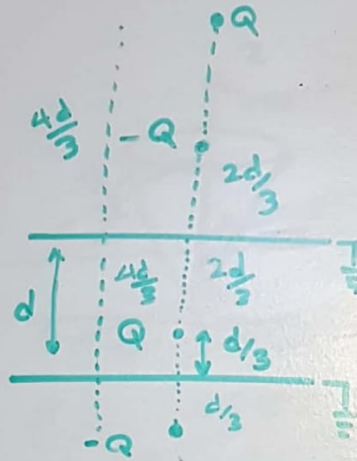


4 - 9

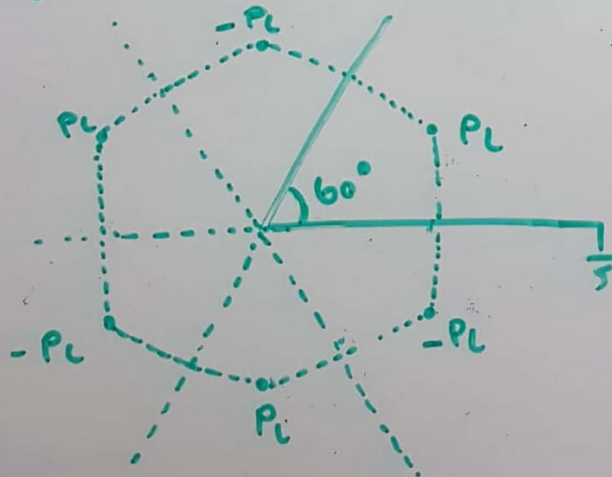
الف -



به این ترتیب تعداد بارها را

محاسبه می‌کنیم زیرا با صد کردن پتانسیل
یک صحنه پتانسیل صحنه دیگر غیر صفر می‌شود.

ب -



$$V_0 = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 a}$$

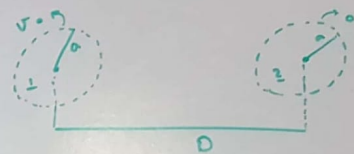
$$C = \frac{Q}{V_0}$$

$$Q = Q_0 + Q_2 + Q_4 + \dots = Q_1 + Q_3 + Q_5 + \dots$$

$$Q = Q_0 \left(1 + \frac{a^2}{D^2 - a^2} + \dots \right)$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 a \left(1 + \frac{a^2}{D^2 - a^2} + \dots \right)$$

ب- ظرفیت سیم مذکور ؟



16-4

بار $Q_0 = 2\pi\epsilon_0 a V_0$ را در مرکز کره (1) در نظر بگیرید. پتانسیل V_0 را در کره (1) می‌داند. حال برای محاسبه پتانسیل پتانسیل روی کره دوم باید بار Q_1 را در کره (1) هم به حساب در نظر بگیریم. داریم:

$$Q_1 = -\frac{a}{D} Q_0 \Rightarrow Q_1 = -\frac{a}{D} Q_0$$

$$d_1 = \frac{a^2}{D} \Rightarrow d_1 = \frac{a^2}{D}$$

اما بار Q_2 هم پتانسیل روی کره (1) را از بین می‌برد. بنابراین بار Q_2 را در کره (1) در نظر بگیریم.

$$Q_2 = -\frac{a}{D} Q_1 = \frac{a^2}{D^2 - a^2} Q_0$$

$$d_2 = \frac{a^2}{D}$$

$$= \frac{a^2 D}{D^2 - a^2}$$

$$d = D - \frac{a^2}{D} = \frac{D^2 - a^2}{D}$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{a^2}{(D^2 - a^2)} Q_0, \quad d^2 = \frac{a^2 D}{D^2 - a^2}$$

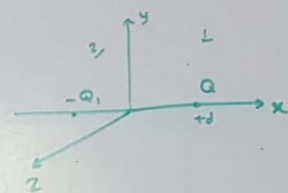
حال با قرار دادن Q_1 پتانسیل روی کره (2) نیز محاسبه شود که به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 \rightarrow \frac{Q - Q_1}{\epsilon_1} = \frac{Q + Q_2}{\epsilon_2}$$

$$Q = Q_1 \rightarrow \frac{Q - Q_1}{\epsilon_1} = \frac{Q + Q_1}{\epsilon_2}$$

$$\rightarrow Q_1 \left(\frac{1}{\epsilon_2} + \frac{1}{\epsilon_1} \right) = Q \left(\frac{1}{\epsilon_1} - \frac{1}{\epsilon_2} \right)$$

$$Q_2 = Q_1 = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} Q$$



$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_1} \left[\frac{Q}{\sqrt{y^2 + z^2 + (x-d)^2}} - \frac{Q_1}{\sqrt{y^2 + z^2 + (x+d)^2}} \right]$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_2} \left[\frac{Q + Q_2}{\sqrt{y^2 + z^2 + (x-d)^2}} \right]$$

$$E = -\nabla V$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_1} \left[\left(\frac{Q}{(\sqrt{y^2 + z^2 + (x-d)^2})^3} - \frac{Q_1}{(\sqrt{y^2 + z^2 + (x+d)^2})^3} \right) (yay + zaz) \right. \\ \left. + \left(\frac{Q(x-d)}{(\sqrt{y^2 + z^2 + (x-d)^2})^3} - \frac{Q_1(x+d)}{(\sqrt{y^2 + z^2 + (x+d)^2})^3} \right) ax \right]$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_2} \frac{Q + Q_2}{(\sqrt{y^2 + z^2 + (x-d)^2})^3} (yay + zaz + (x-d)ax)$$

$$\begin{cases} \epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2} \\ E_{1t} = E_{2t} \end{cases} \quad \text{با استفاده از شرایط مرزی:}$$

$$\epsilon_1 \left(\frac{-Q - Q_1}{\epsilon_1} \right) = \epsilon_2 \left(\frac{-Q - Q_2}{\epsilon_2} \right) \rightarrow \text{مولفه ی افقی}$$

$$Q_1 = Q_2 \quad \text{در شرایط مرزی}$$