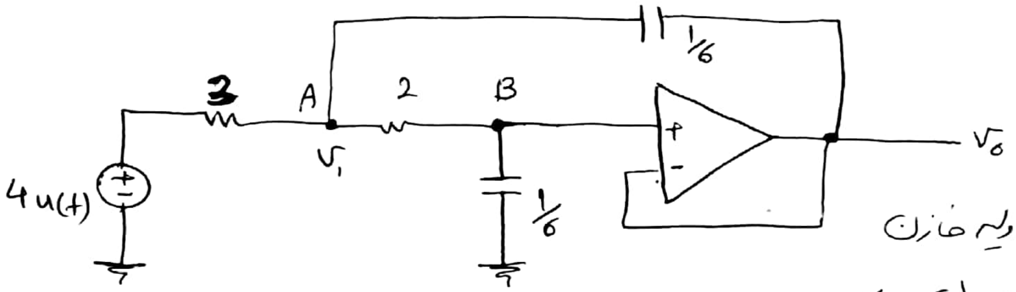
۲۰ +

در مدار شکل زیر ولتاژ v_0 را محاسبه کنید. (آپ امپ ایده‌آل)



برای $t<0$ منبع نداریم لذا ولتاژ اولیه خازن صفر است. $V_c(0^-)=V_c(0^+)=0$

$$\boxed{V_B = V_0}$$

KCL_A

$$\frac{v_1-\frac{4}{s}}{3}+\frac{v_1-v_0}{\frac{6}{s}}+\frac{v_1-v_0}{2}=0 \qquad (1)$$

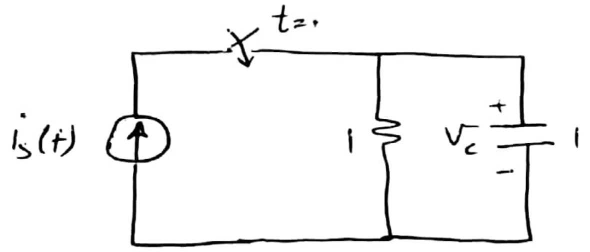
KCL_B

$$\frac{v_0}{\frac{6}{s}}+\frac{v_0-v_1}{2}=0 \Longrightarrow v_0=\frac{6}{2s+6}v_1 \qquad (2) \rightarrow \boxed{v_1=\frac{s+3}{3}v_0}$$

$$(1),(2) \rightarrow v_0=\frac{24}{s(s^2+5s+6)}=\frac{4}{s}+\frac{8}{s+3}-\frac{12}{s+2}$$

$$v_0(t)=\left(4+8e^{-3t}-12e^{-2t}\right)u(t)$$

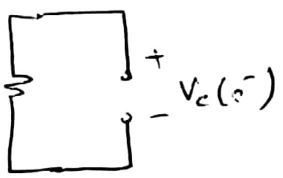
مثال: در مدار شکل زیر زاویه ی ϕ را طوری تعیین کنید تا بخش گذرای ولتاژ خازن برای $t\geq 0$ حذف گردد.



$i_s(t) = \cos(t+\phi)$

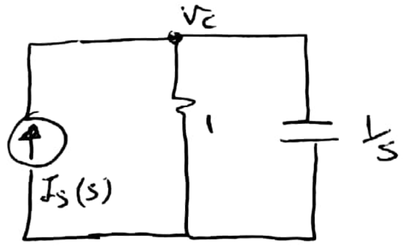
حل:

$t=0^-$



$V_c(0^-)=0 \Rightarrow V_c(0^+)=0$

$t \geq 0$



$i_s(t) = \cos t \cos\phi - \sin t \sin\phi$

$$I_s(s) = \frac{s\cos\phi}{s^2+1} - \frac{\sin\phi}{s^2+1}$$

$$\text{kcl } V_c: \quad \frac{V_c}{1} + \frac{V_c}{\frac{1}{s}} = I_s \longrightarrow V_c = \frac{I_s}{s+1} = \frac{s\cos\phi - \sin\phi}{(s+1)(s^2+1)} = \frac{A}{s+1} + \frac{Bs+C}{s^2+1}$$

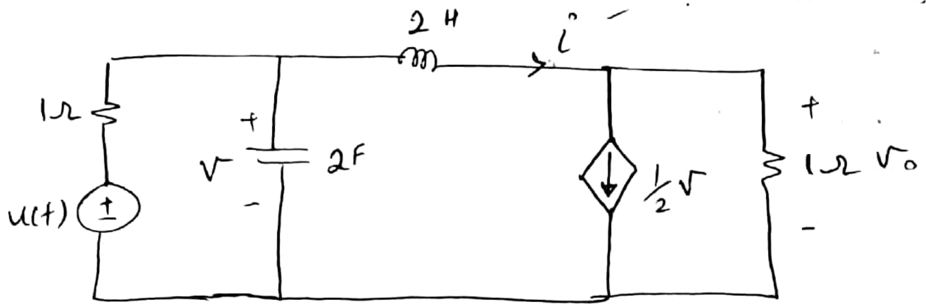
بخش گذرا را این قطب ایجاد می کند چرا که اگر این عبارت به حوزه زمان برگردد معادل Ae^{-t} خواهد بود.

$$A = (s+1)V_c\Big|_{s=-1} = \frac{-\cos\phi - \sin\phi}{2} = 0 \Rightarrow -\cos\phi - \sin\phi = 0 \rightarrow$$

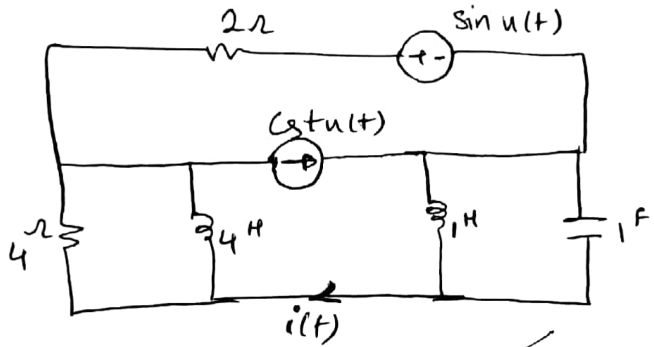
$$\rightarrow \tan\phi = -1 \rightarrow \boxed{\phi = 135^\circ}$$

(۲۱) +

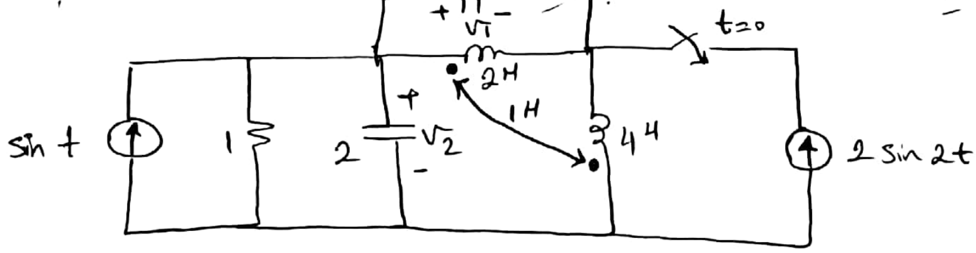
تمرین ۱ : در مدار شکل زیر ولتاژ اولیه خازن -2^V و جریان اولیه سلف 1^A است. ولتاژ خروجی $V_o(t)$ را با استفاده از تبدیل لاپلاس برای $t>0$ محاسبه کنید.



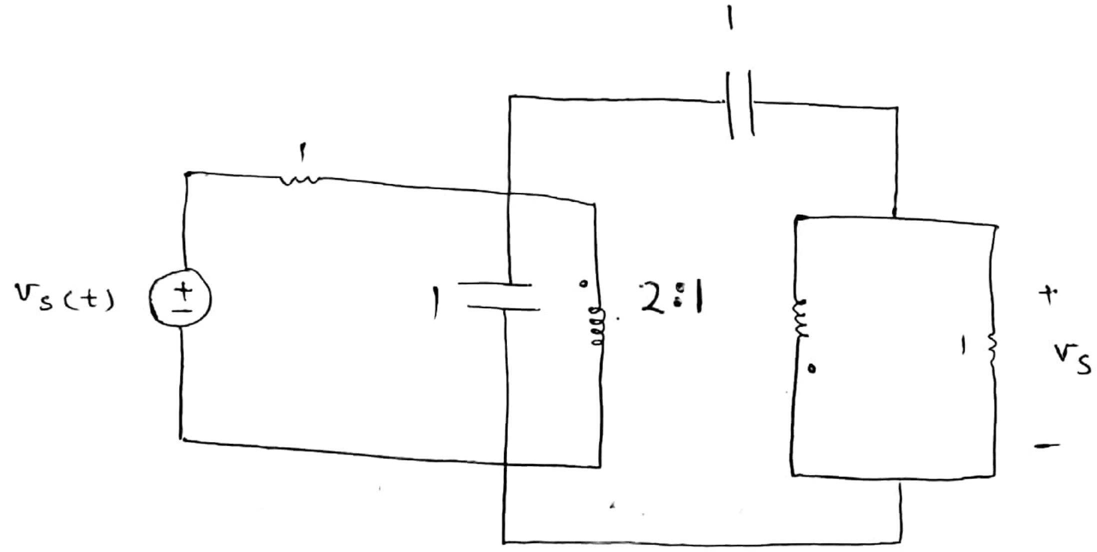
تمرین ۲ : در مدار شکل زیر با فرض آنکه شرایط اولیه صفر است، جریان $i(t)$ را برای $t>0$ محاسبه کنید.
(شبیه سازی)



تمرین ۳ : در مدار شکل زیر ولتاژ خازن ها را محاسبه کنید.



تمرین تحویلی: پاسخ ضربه مدار شکل زیر را با فرض آنکه شرایط اولیه خازن ها صفر می باشد بدست آورید



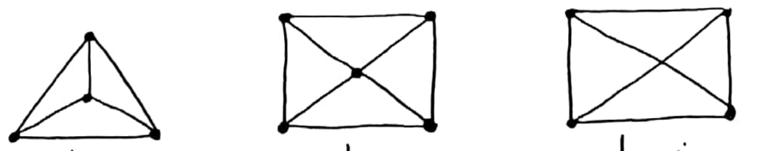
روش های تحلیل چهارگانه ی مدار: گره - مش - کات ست - حلقه

(مفاهیم مربوط به گراف)

- زیرمجموعه ای از شاخه ها و گره ها که به هم متصل شده اند را گراف می نامیم.

- به محدودیت هایی که ناشی از عناصر مدار باشد محدودیت های فیزیکی گفته می شود و به محدودیت هایی که ناشی از شکل مدار باشد، محدودیت های شکلی یا توپولوژیکی گفته می شود.

گراف مسطح: اگر شاخه های گراف روی یک سطح تنها در محل گره ها یکدیگر را قطع کنند به آن گراف، گراف مسطح می نامیم.



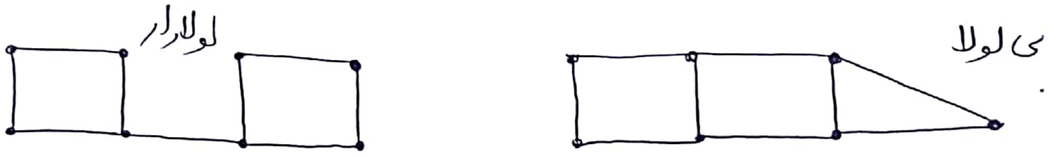
نامسطح   مسطح   مسطح

گراف ساده: گرافی که تنها از یک گره تشکیل شده باشد را گراف ساده می نامیم.

گراف لولادار: اگر بتوان یک گراف را به دو زیرگراف ناسوده تجزیه نمود، به این گراف، گراف لولادار گوییم. به عبارت دیگر اگر دو زیرگراف از یک گراف تنها در یک نقطه اشتراک داشته باشند، به آن لولادار گوییم.

زیرگراف: گرافی که هر شاخه‌ی آن یک شاخه از گراف اصلی و هر گره آن یک گره از گراف اصلی باشد را زیرگراف گوییم.

گراف جهت‌دار: گرافی که شاخه‌های آن دارای جهت باشند، گراف جهت‌دار نامیده می‌شود.



- جلسه ششم -

۱- گره: در تجزیه و تحلیل گره هدف مشخص کردن ولتاژ گره‌ها (متغیرهای مستقل) با حل دستگاه معادلات زیر می‌باشد:

$$Y_n(s)\,E(s) = I(s)$$

$Y_n(s)$: ماتریس ادمیتانس گره‌ها — $E(s)$: بردار ولتاژ گره‌ها — $I(s)$: بردار منابع جریان مستقل

- می‌دانیم روشی برای تحلیل مدار مناسب‌تر است که تعداد متغیرهای مستقل کمتری را داشته باشد.

ماتریس تلاقی گره و شاخه: ماتریسی است که عناصر آن به صورت زیر تعریف می‌شود و معمولاً با علامت Aa نشان داده می‌شود.

$$A_{a\,ij} = \begin{cases} 1 & \text{} \\ -1 & \text{} \\ 0 & \text{} \end{cases}$$

- ۱: ★ اگر شاخه‌ی j ام از گره i ام خارج شود.
- ۱-: ★ اگر شاخه‌ی j ام به گره i ام وارد شود.
- ۰: ★ اگر شاخه‌ی j ام به گره i ام متصل نباشد.

$A_a(n_t \times n_b)$ — n_t: تعداد گره‌ها (سطر) — n_b: تعداد شاخه‌ها (ستون)

ماتریس تلاقی مختصر شده‌ی گره و شاخه (A): در صورتی که در ماتریس تلاقی گره و شاخه سطر مربوط به گره مرجع (زمین) را از ماتریس حذف کنیم، ماتریس حاصل ماتریس تلاقی گره و شاخه‌ی مختصر شده می‌باشد. $A(n_t-1 \times n_b)$

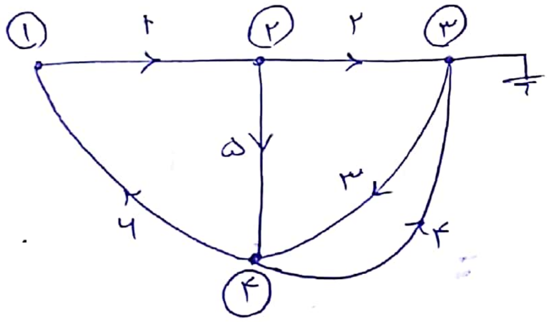
بردار جریان شاخه‌ها

$$A\dot{J}=0 \qquad V=A^T E$$

بردار ولتاژ شاخه‌ها   بردار ولتاژ گره‌ها

روابط روبرو در روش تحلیل گره داریم:

مثال: برای گراف شکل زیر ماتریس تلاقی مختصر شده را بنویسید و صحت روابط $A\dot{J}=0$ و $V=A^TE$ را بررسی کنید.



حل:

$$A_a = \begin{array}{c} \\ ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

- جمع جبری عناصر ستون ماتریس A_a صفر است.
- فقط دو عنصر مخالف صفر داریم (۱+ و ۱-)
- تعیین گره زمین دلخواه است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{J} = \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \end{bmatrix}$$

$kcl\ 1: \quad J_1 - J_6 = 0$

$kcl\ 2: \quad -J_1 + J_2 + J_5 = 0$

$kcl\ 4: \quad -J_3 + J_4 - J_5 + J_6 = 0$

بردار جریان شاخه‌ها از دیدگاه مداری ⇑

$$A \times \dot{J} = 0 \Rightarrow \dots$$

ادامه ی حل :

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_4 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = E_1 - E_2 \qquad v_3 = -E_4 \qquad v_5 = E_2 - E_4$$

$$v_2 = E_2 \qquad v_4 = E_4 \qquad v_6 = E_4 - E_1$$

$$V = A^T E \Rightarrow \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_4 \end{bmatrix}$$

در ادامه چگونگی تشکیل ماتریس ادمیتانس گره و بردار منابع جریان مورد بحث قرار می گیرند:

تشکیل ماتریس $Y_n(s)$: عناصر ماتریس $Y_n(s)$ بصورت زیر نوشته می شود:

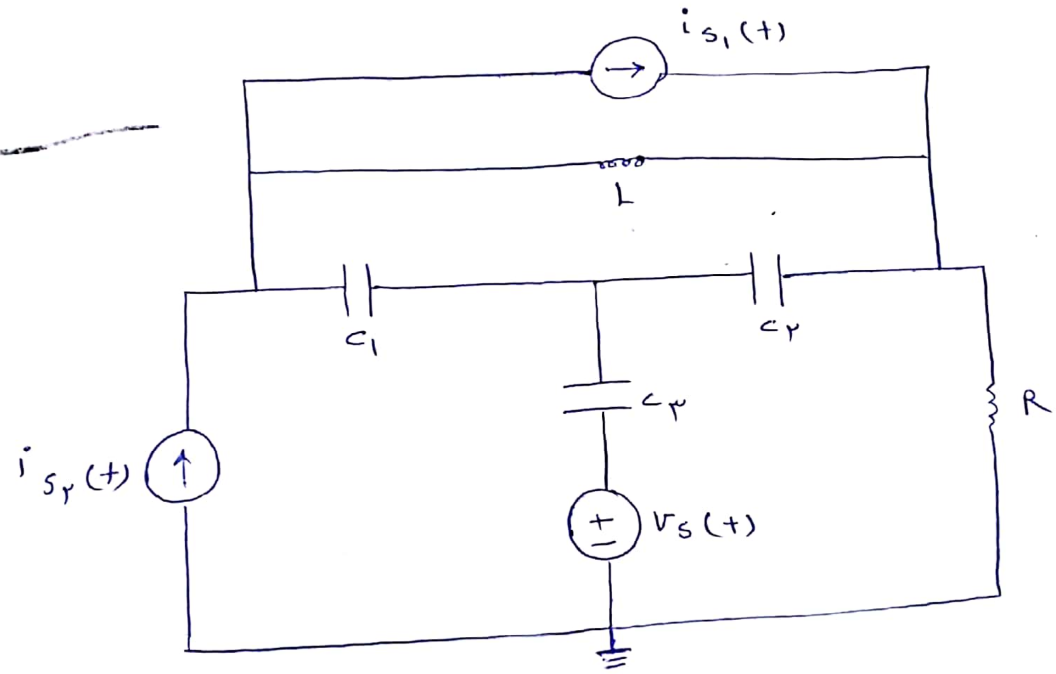
$$Y_{n\,ij} = \begin{cases} i = j & \text{- مجموع ادمیتانس های متصل به گره i ام} \\ i \neq j & \text{- منفی مجموع ادمیتانس های بین گره i ام و گره j ام} \end{cases}$$

تشکیل بردار $I(s)$: درصورتی که کلیه منابع جریان مستقل باشند، برای تشکیل بردار I منابع جریانی که به گره وارد می شوند با علامت مثبت و منابع جریانی که از گره خارج می شوند با علامت منفی در بردار منابع لحاظ می گردد.

نکته: درصورتی که منابع ولتاژ مستقل در مدار باشند ابتدا آن ها را به منابع مستقل جریان تبدیل می کنیم پس مانند حالت قبل عمل می کنیم.

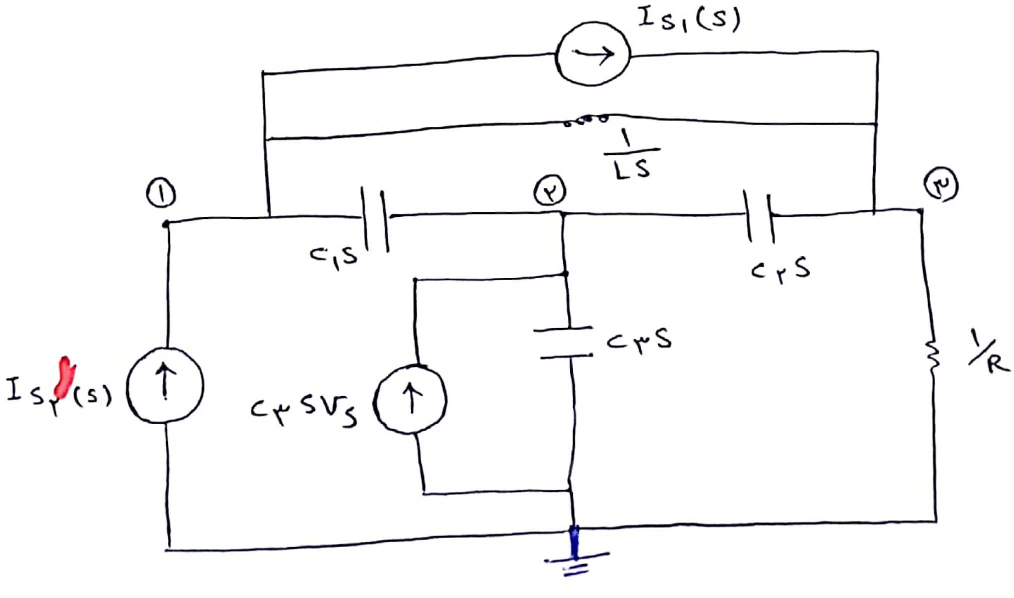
نکته: اگر منابع وابسته در مدار باشد آن ها را در ابتدا به عنوان منابع مستقل در نظر گرفته و معادلات را می‌نویسیم و سپس عبارت هایی که در سمت راست معادله برحسب متغیرهای مستقل می باشند به سمت چپ معادله انتقال می دهیم.

مثال: در مدار شکل زیر معادلات لازم برای تحلیل گره بنویسید. (نظری)



حل:

اگر منابع وابسته، تزویج یا ترانس در مدار نباشد ← ماتریس $Y_n(s)$ متقارن است.



مدار به حوزه‌ی لاپلاس
(برحسب ادمیتانس)

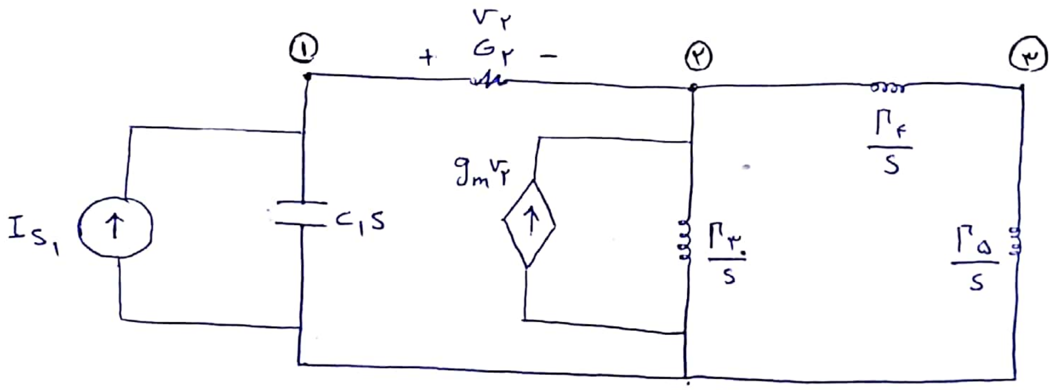
ادامه‌ی حل:

متقارن

$$\begin{bmatrix} C_1 s + \frac{1}{Ls} & -C_1 s & -\frac{1}{Ls} \\ -C_1 s & C_2 s + C_1 s + C_3 s & -C_2 s \\ -\frac{1}{Ls} & -C_2 s & \frac{1}{R} + C_2 s + \frac{1}{Ls} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{s_2} - I_{s_1} \\ C_3 s V_s \\ I_{s_1} \end{bmatrix}$$

مثال: معادلات گره را به روش نقطه‌ای برای مدار زیر بنویسید.

$$\Gamma = L^{-1}$$



حل:

$$\begin{bmatrix} C_1 s + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 & G_2 + \frac{\Gamma_3}{s} + \frac{\Gamma_4}{s} & -\frac{\Gamma_4}{s} \\ 0 & -\frac{\Gamma_4}{s} & \frac{\Gamma_4}{s} + \frac{\Gamma_5}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{s_1} \\ g_m V_2 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow V_2 = E_1 - E_2$$

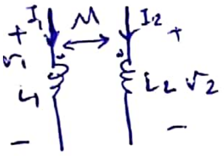
$$\begin{bmatrix} C_1 s + G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_2 - g_m & G_2 + \frac{\Gamma_3}{s} + \frac{\Gamma_4}{s} + g_m & -\frac{\Gamma_4}{s} \\ 0 & -\frac{\Gamma_4}{s} & \frac{\Gamma_5}{s} + \frac{\Gamma_4}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{s_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- جلسه هفتم -

مثال: معادلات گره را برای مثال قبلی در صورت وجود تزویج بین سلف‌ها بنویسید. (در صورتی که ماتریس Γ به شکل زیر باشد)

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{3} & \Gamma_{34} & \Gamma_{35} \\ \Gamma_{43} & \Gamma_{4} & \Gamma_{45} \\ \Gamma_{53} & \Gamma_{54} & \Gamma_{5} \end{bmatrix} \qquad \Gamma_{ij} = \Gamma_{ji} \qquad \Gamma = L^{-1}$$

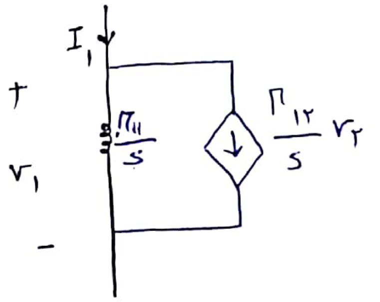
حل:

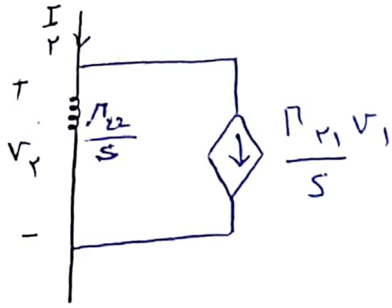


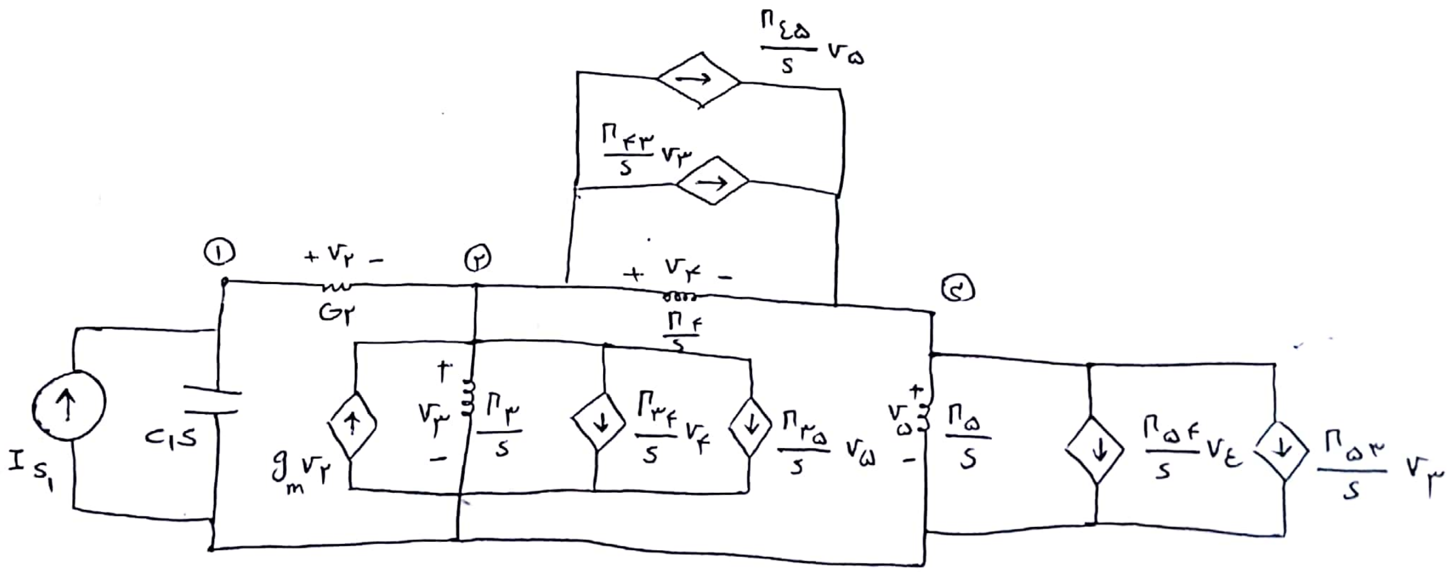
$$L = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}$$

سلف های دارای تزویج $\xrightarrow{\text{تبدیل}}$ به سلف های بدون تزویج موازی منبع جریان

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix}$$







ادامه ی حل صفحه ی بعد:

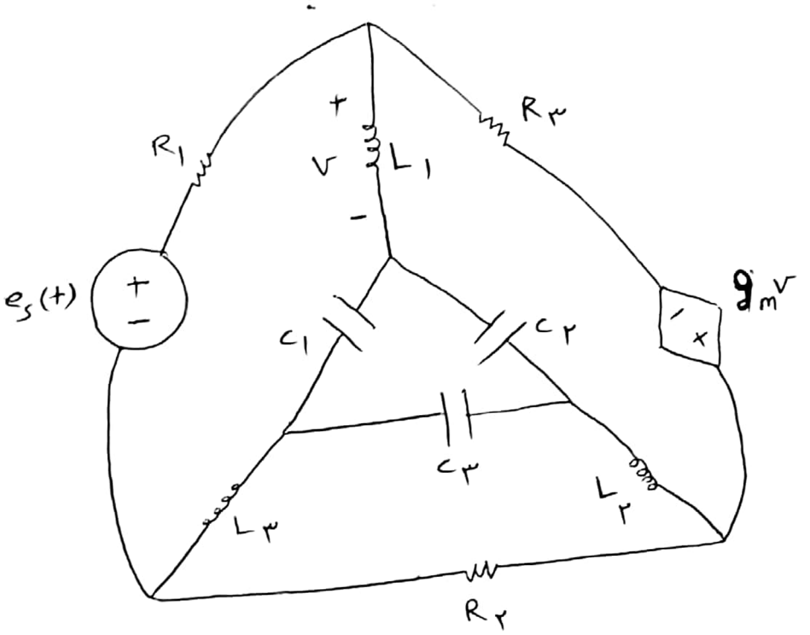
$$
\begin{bmatrix}
C_1 s + G_2 & -G_2 & 0 \\
-G_2 & G_2 + \frac{\Gamma_3}{s} + \frac{\Gamma_4}{s} & -\frac{\Gamma_4}{s} \\
0 & -\frac{\Gamma_4}{s} & \frac{\Gamma_4}{s} + \frac{\Gamma_5}{s}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} =
$$

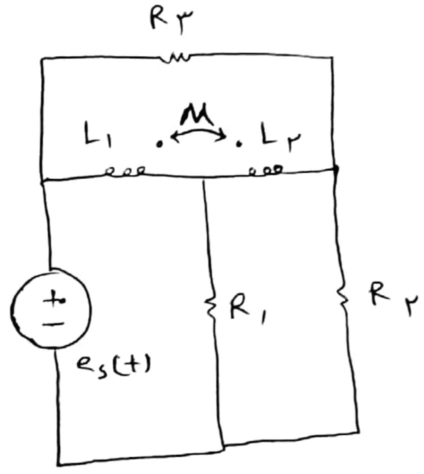
$$
\begin{bmatrix}
I_{s_1} \\
g_m V_2 - \frac{\Gamma_{34}}{s} V_4 - \frac{\Gamma_{35}}{s} V_5 - \frac{\Gamma_{43}}{s} V_3 - \frac{\Gamma_{45}}{s} V_5 \\
-\frac{\Gamma_{54}}{s} V_4 - \frac{\Gamma_{53}}{s} V_3 + \frac{\Gamma_{43}}{s} V_3 + \frac{\Gamma_{45}}{s} V_5
\end{bmatrix}
\qquad
\begin{aligned}
V_2 &= E_1 - E_2 \\
V_3 &= E_2 \\
V_4 &= E_2 - E_3 \\
V_5 &= E_3
\end{aligned}
$$

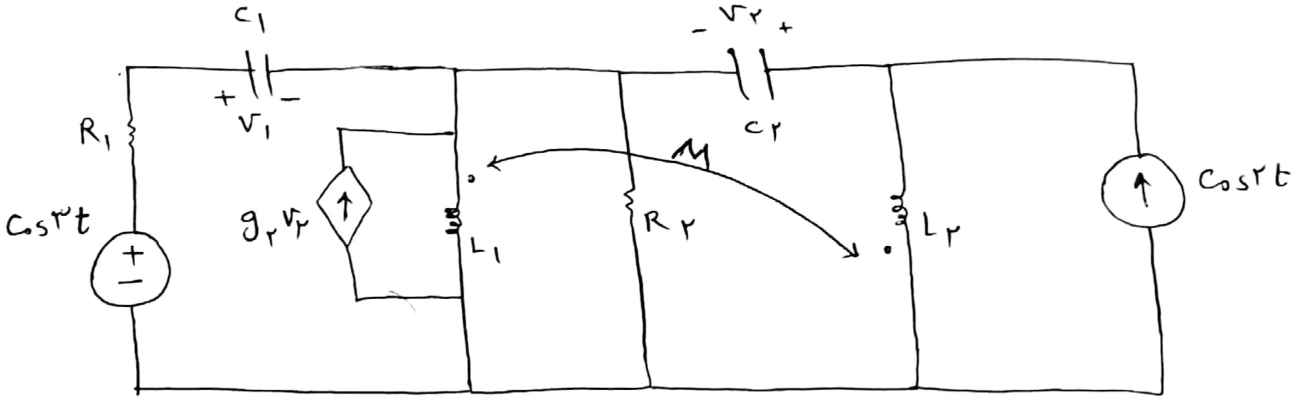
$$
\begin{bmatrix}
C_1 s + G_2 & -G_2 & 0 \\
-G_2 - g_m & G_2 + \frac{\Gamma_3}{s} + \frac{\Gamma_4}{s} + g_m + \frac{\Gamma_{34}}{s} + \frac{\Gamma_{43}}{s} & -\frac{\Gamma_4}{s} - \frac{\Gamma_{34}}{s} + \frac{\Gamma_{45}}{s} + \frac{\Gamma_{35}}{s} \\
0 & -\frac{\Gamma_4}{s} + \frac{\Gamma_{54}}{s} + \frac{\Gamma_{54}}{s} - \frac{\Gamma_{43}}{s} & \frac{\Gamma_4}{s} + \frac{\Gamma_5}{s} - \frac{\Gamma_{54}}{s} - \frac{\Gamma_{45}}{s}
\end{bmatrix}
$$

$$
\times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{s_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

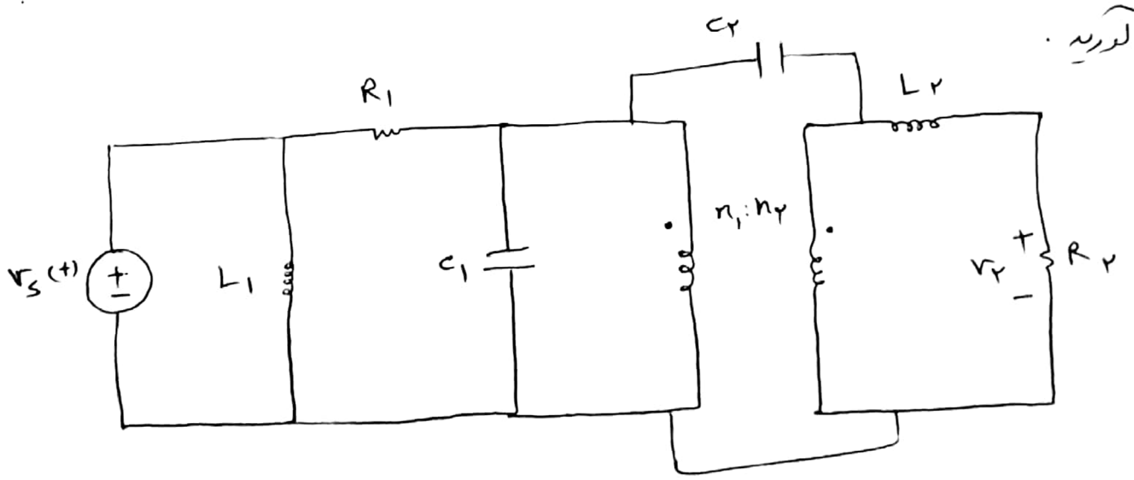
تمرین تحویلی: در مدارات شکل زیر معادلات گره را بنویسید.



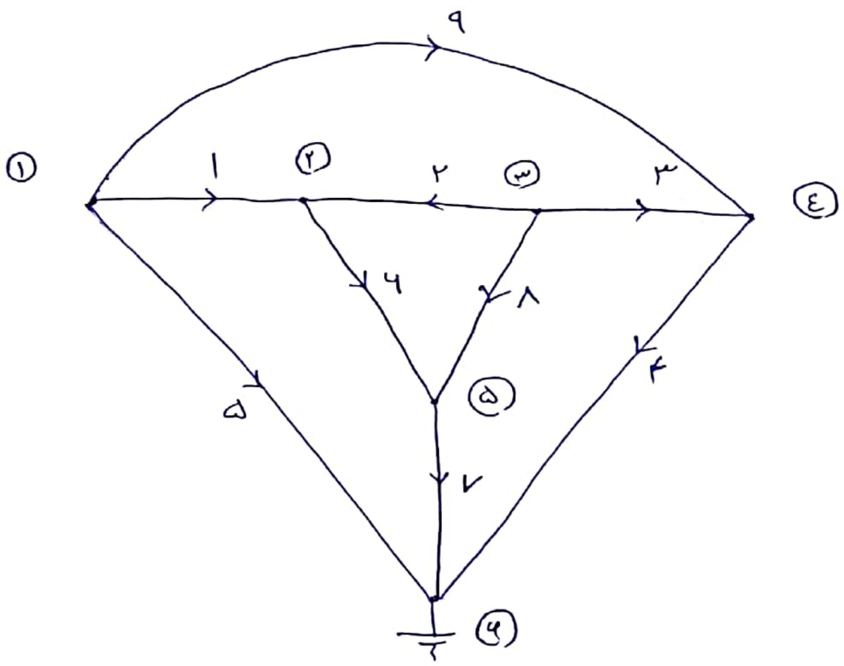




تمرین تحویلی: معادلات گره را برای مدار شکل زیر بنویسید، سپس معادله‌ی دیفرانسیلی برحسب v_2 با توجه به معادلات گره بدست آورید.



تمرین تحلیلی: مداری دارای گراف شکل زیر است، ماتریس A_a و A را بنویسید و درستی روابط $AJ=0$ و $V=A^TE$ را بررسی کنید.



۲- تحلیل مش: هدف از تحلیل مش محاسبه‌ی جریان‌های مش‌ها (متغیرهای مستقل) که به کمک نوشتن معادلات زیر است:

$$Z_m I = E_s$$

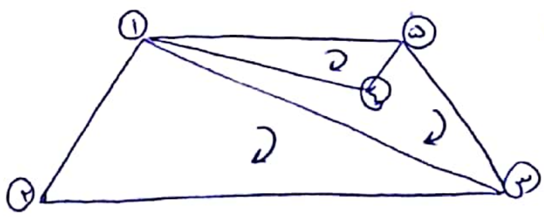
← ماتریس امپدانس مش‌ها

↓ بردار جریان مش‌ها

→ بردار منابع مستقل ولتاژ

تعریف حلقه: اگر از یک گره از یک گراف شروع می‌کنیم و پس از طی مسیری با عبور از شاخه‌ی گره‌ها به همان گره برسیم، آنگاه شاخه‌های طی شده در طی مسیر تشکیل حلقه می‌دهند.

تعریف مش: مش حلقه‌ای است که در آن شاخه‌ای از گراف لعلی نباشد.



(هر مش یک حلقه است ولی هر حلقه یک مش نیست) ۱

۳ مش - ۶ حلقه

ماتریس اشتراک شاخه و مش: ماتریسی که عناصر آن به صورت زیر تعریف می‌شود.

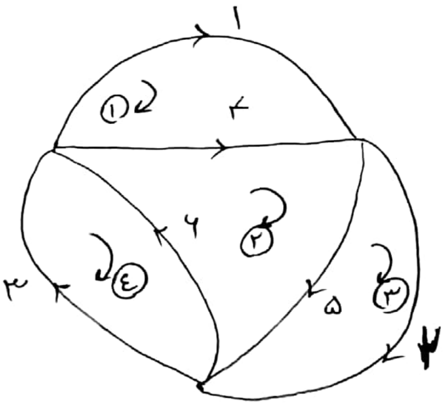
$$M_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر شاخه‌ی } j \text{ ام هم جهت با مش } i \text{ ام باشد} \\ -1 & \text{اگر شاخه‌ی } j \text{ ام خلاف جهت با جهت مش } i \text{ ام باشد} \\ 0 & \text{زمانی که شاخه‌ی } j \text{ ام در مش } i \text{ ام نباشد} \end{cases}$$

نکته: روابط زیر بین جریان شاخه‌ها، جریان مش‌ها، ماتریس اشتراک شاخه و مش و ولتاژ شاخه‌ها وجود دارد:

$$MV = 0 \qquad J = M^T I$$

مثال: در گراف شکل زیر ماتریس M را بنویسید و درستی روابط $MV=0$ و $J = M^T I$ را بررسی کنید.

- جلسه هشتم -



حل:

$$M = \begin{array}{c|cccccc} \text{مش} \backslash \text{شاخه} & ① & ② & ③ & ④ & ⑤ & ⑥ \\ \hline ① & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ ② & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ ③ & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ ④ & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array}$$

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_6 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} v_1 - v_4 = 0 & v_2 - v_5 = 0 \\ v_4 + v_5 + v_6 = 0 & v_3 - v_6 = 0 \end{cases} \qquad MV = 0, \dots$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_6 \end{bmatrix} \qquad M^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} J_1 = I_1 & J_4 = I_2 - I_1 \\ J_2 = I_3 & J_5 = I_2 - I_3 \\ J_3 = I_4 & J_6 = I_2 - I_4 \end{cases}$$

$$J = M^T I \Rightarrow \dots$$

Scanned by CamScanner