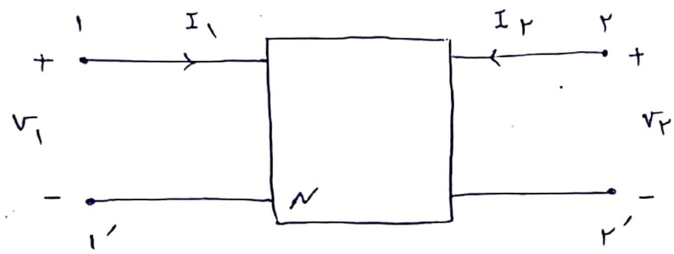
دوقطبی: یک دوقطبی یک عنصر ۴ سری است که دارای دو سر ورودی $(1, 1')$ و دو سر خروجی $(2, 2')$ می باشد

یک دوقطبی را می توان توسط ماتریس های Z و Y و H و G و T و T' توصیف کرد.



ماتریس امپدانس دوقطبی:

ماتریس امپدانس دوقطبی، ارتباط بین ولتاژهای قطب ها و جریان های قطب ها را به صورت زیر توصیف می کند.

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$
$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

اگر بخواهیم هر عنصر ماتریس امپدانس را جداگانه بدست آوریم:

$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ امپدانس ورودی

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ امپدانس انتقالی مستقیم

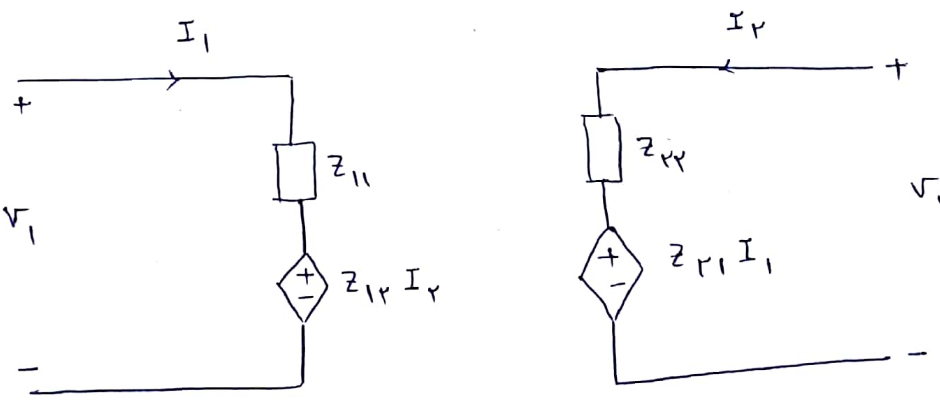
$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ امپدانس انتقالی معکوس

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ امپدانس خروجی

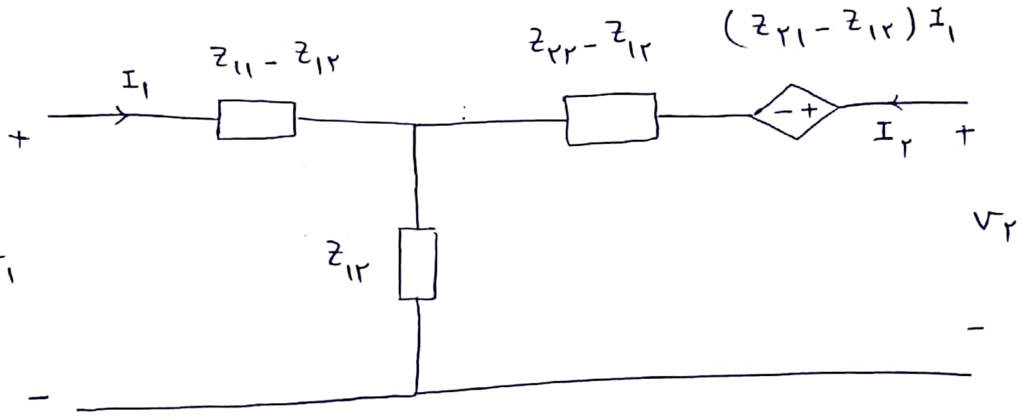
نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس امپدانس متقارن است هرگاه $Z_{11} = Z_{22}$

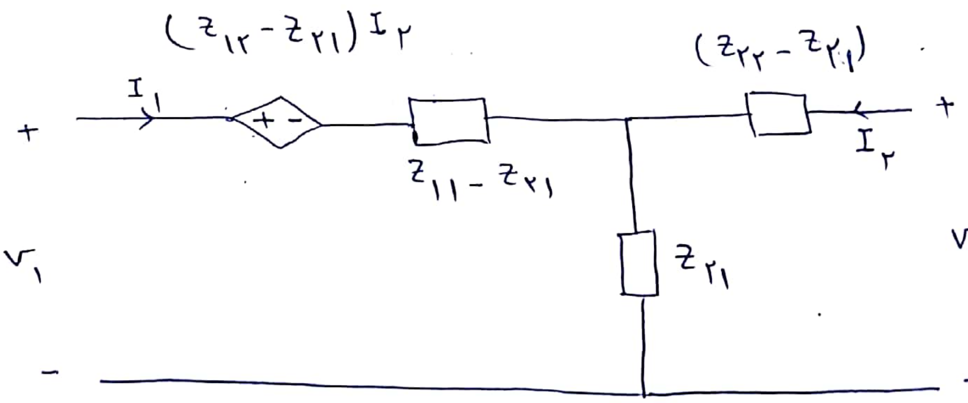
نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس امپدانس متقابل است هرگاه $Z_{21} = Z_{12}$

مدار معادل دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس امپدانس:

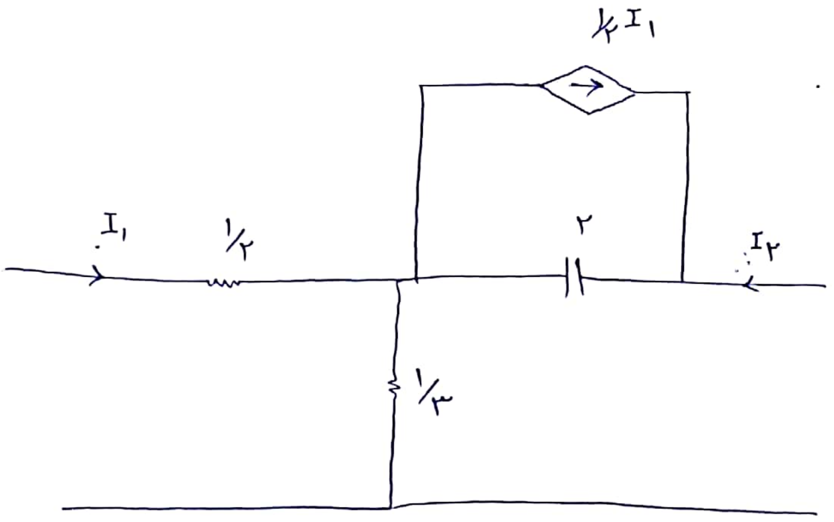


مدار معادل T

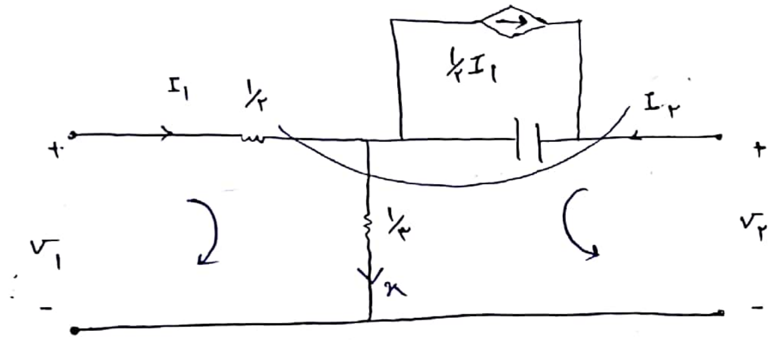




مثال: ماتریس امپدانس دو قطبی زیر را بنویسید.



حل: برای نوشتن روابط دو قطبی همواره باید I_1 و I_2 وارد شوند:



$x = I_1 + I_2$

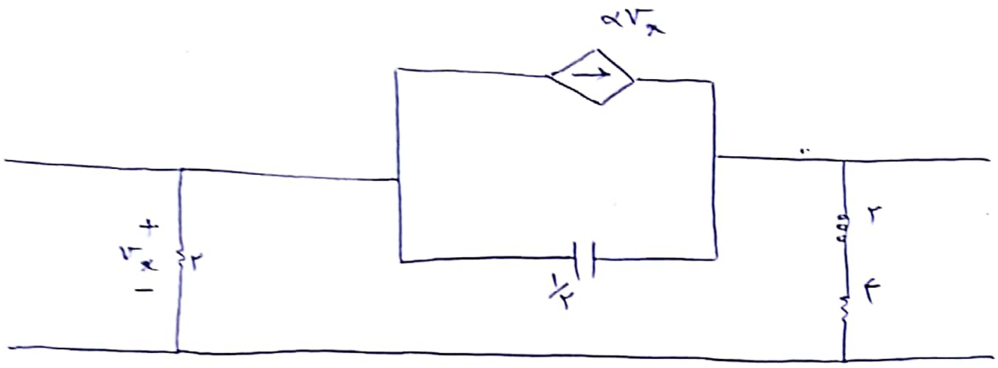
kvl: $-V_1 + \frac{1}{2}I_1 + \frac{1}{3}(I_1 + I_2) = 0 \rightarrow V_1 = \frac{5}{6}I_1 + \frac{1}{3}I_2$

kvl: $-V_2 + \frac{1}{2s}\left(\frac{I_1}{2} + I_2\right) + \frac{1}{3}(I_1 + I_2) = 0$

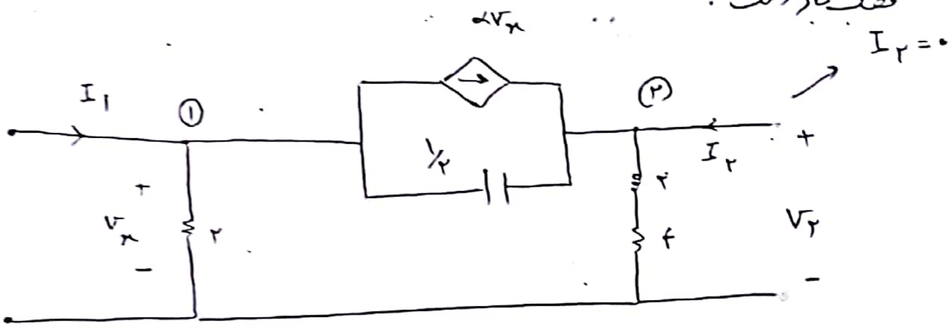
$\rightarrow V_2 = \left(\frac{1}{4s} + \frac{1}{3}\right)I_1 + \left(\frac{1}{2s} + \frac{1}{3}\right)I_2$

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4s} + \frac{1}{3} & \frac{1}{2s} + \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

مثال: در مدار شکل زیر مقدار α را طوری تعیین کنید که پارامتر z_{21} مستقل از فرکانس باشد.



حل: قطب باز است.



$$z_{21}=\frac{V_2}{I_1}\Big|_{I_2=0}$$

$$KCL\ ①:\ \frac{V_x}{2}+(V_x-V_2)\frac{s}{2}+\alpha V_x-I_1=0$$

$$KCL\ ②:\ \frac{V_2}{2s+4}+(V_2-V_x)\frac{s}{2}-\alpha V_x=0$$

$$V_2=\underbrace{\frac{s^2+2(\alpha+1)s+4\alpha}{s^2+3s+2\alpha+1}}_{z_{21}}I_1$$

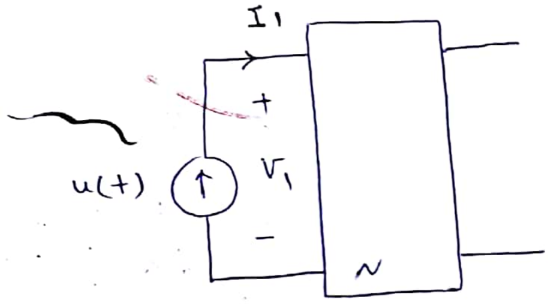
$$\left.\begin{array}{l}2(\alpha+1)=3\longrightarrow\alpha=0.5\\4\alpha=2\alpha+1\longrightarrow\alpha=0.5\end{array}\right\}\Rightarrow\alpha=0.5$$

مستقل از فرکانس ← تابعی از s نباشد ← کل کسر عدد

* اگر αها برابر نبود z_{21} هیچ وقت مستقل از فرکانس نیست

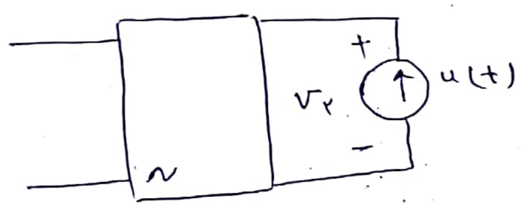
مثال: شبکه‌ی مقابل (N) زیر، تحت سه آزمایش قرار می‌گیرد، پارامترهای ماتریس Z را با توجه به شرایط زیر شکل به دست آورید.

(۱)



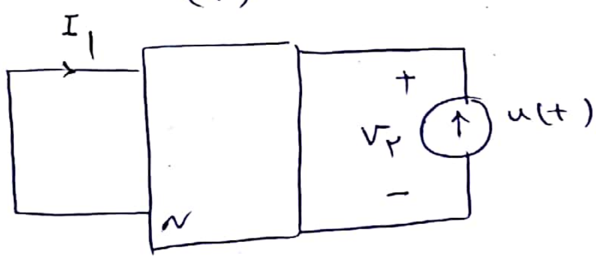
$$v_1 = 2u(t) - e^{-t}$$

(۲)



$$v_2 = \delta(t) + u(t) - e^{-t}$$

(۳)



$$v_2 = \delta(t) + \frac{1}{2}u(t) - \frac{1}{2}e^{-t}$$

حل صفحه‌ی بعد

حل:

$$(1)\qquad Z_{11}=\frac{V_1}{I_1}\Bigg|_{I_2=0}=\frac{\frac{2}{s}-\frac{1}{s+1}}{\frac{1}{s}}=\frac{s+2}{s+1}$$

$$(2)\qquad Z_{22}=\frac{V_2}{I_2}\Bigg|_{I_1=0}=\frac{1+\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}}{\frac{1}{s}}=\frac{s^2+s+1}{s+1}$$

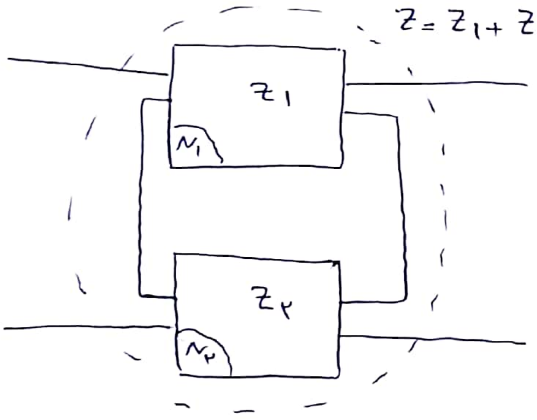
$$(3)\qquad \begin{cases} Z_{11}I_1+Z_{12}\underbrace{I_2}_{1/s}=0 \\ V_2=1+\frac{1}{2s}-\frac{1}{2}\frac{1}{s+1}=Z_{21}I_1+Z_{22}\underbrace{I_2}_{1/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{21}=Z_{12}=\frac{1}{s+1}$$

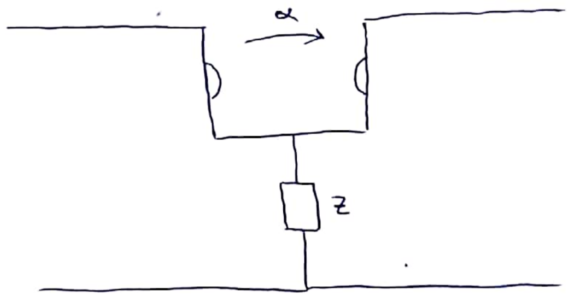
جلسه بیست و یکم

نکته: اگر دو، دو قطبی را با هم سری کنیم آنگاه ماتریس امپدانس دو قطبی حاصل برابر است با مجموع ماتریس امپدانس هر یک از دو قطبی ها.

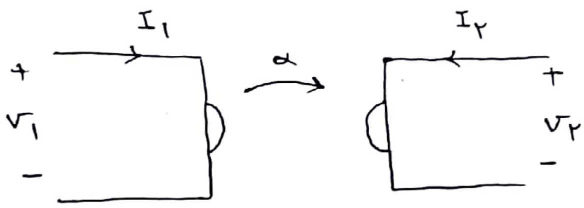
$Z = Z_1 + Z_2$



مثال: ماتریس امپدانس دو قطبی زیر را بنویسید.

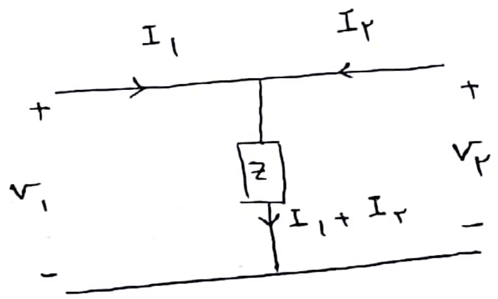


حل:



$$v_1 = \alpha I_2$$
$$v_2 = -\alpha I_1$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0 & +\alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

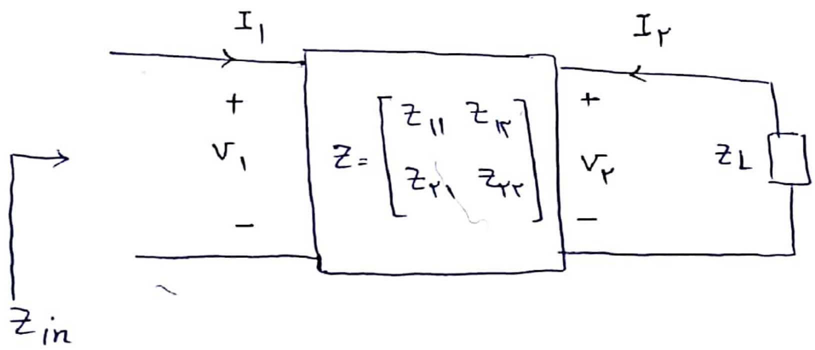


$$v_1 = Z I_1 + Z I_2$$
$$v_2 = Z I_1 + Z I_2$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{bmatrix}$$

$$\Longrightarrow \quad Z = Z_1 + Z_2 \qquad Z = \begin{bmatrix} Z & Z+\alpha \\ Z-\alpha & Z \end{bmatrix}$$

مثال: در مدار شکل زیر امپدانس ورودی را حساب کنید.



$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1}$$

حل:

(۱) $V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$

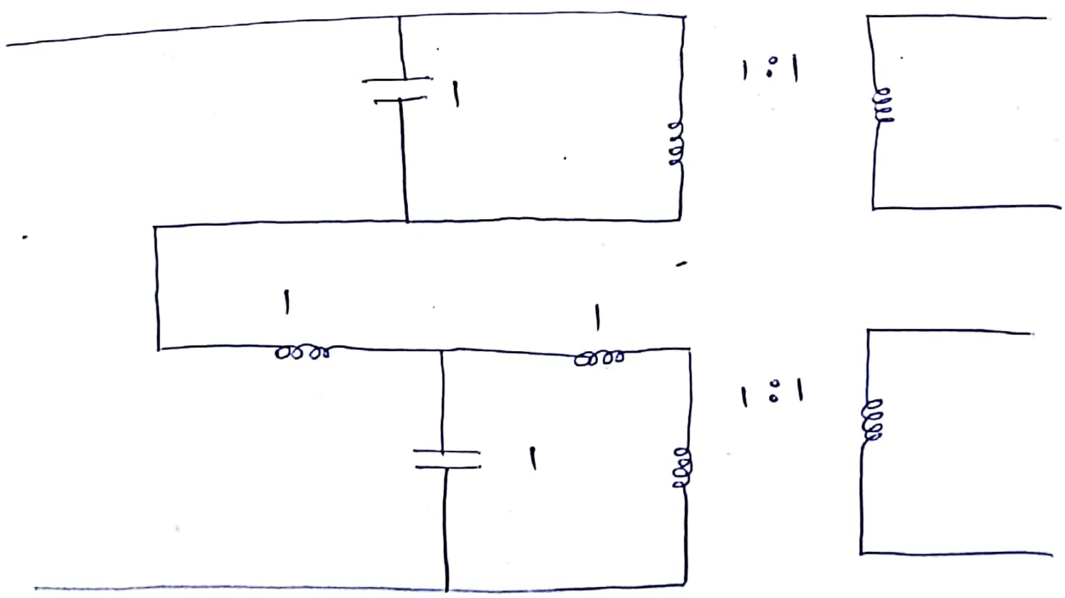
(۲) $V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \quad \xRightarrow{2,3} \quad -Z_L I_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$

(۳) $V_2 = -Z_L I_2$

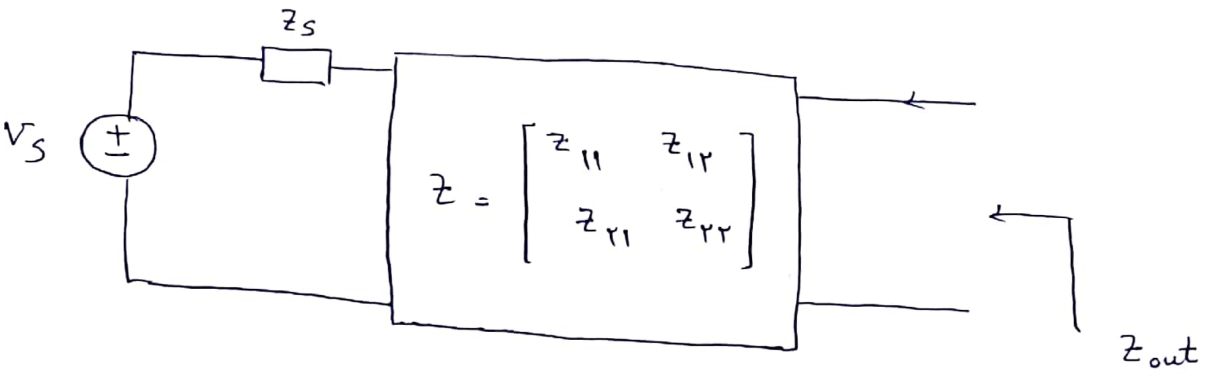
$$I_2 = \frac{-Z_{21}}{Z_L + Z_{22}} I_1 \quad (۴)$$

$$\xRightarrow{1,4} V_1 = Z_{11} I_1 - \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_L + Z_{22}} I_1 = \underbrace{\left(Z_{11} - \frac{Z_{12} Z_{21}}{Z_L + Z_{22}} \right)}_{Z_{in}} I_1$$

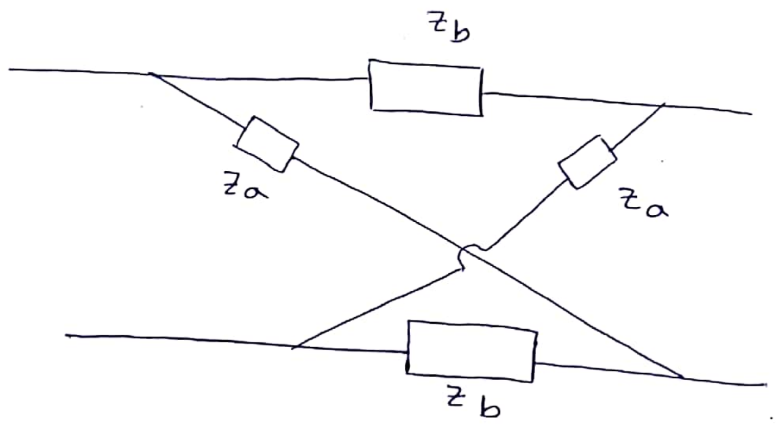
تمرین تحویلی: ماتریس امپدانس شبکه مقابل را محاسبه کنید و مدار معادل های آنها را رسم کنید.

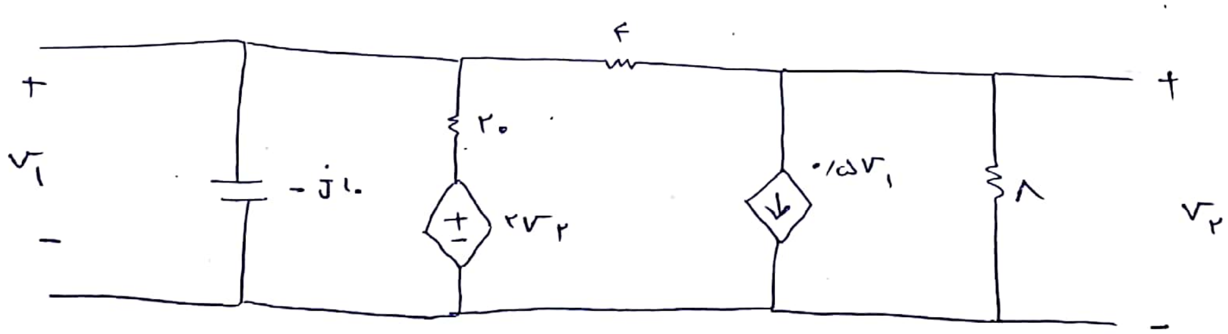


تمرین تحویلی: در مدار شکل زیر امپدانس خروجی را برحسب پارامترهای z و z_s بدست آورید.



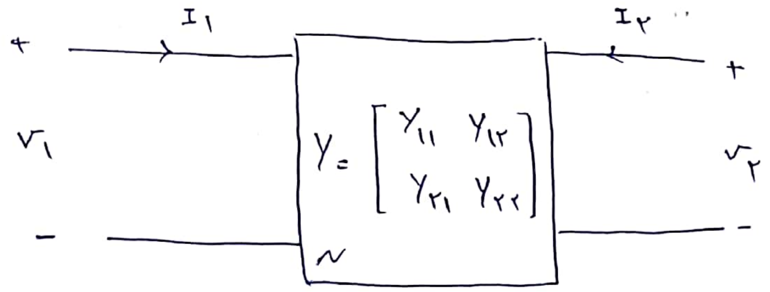
تمرین تحویلی: پارامترهای ماتریس امپدانس دوقطبی‌های زیر را بدست آورید.





ماتریس ادمیتانس دوقطبی:

یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس ادمیتانس دوقطبی به صورت زیر توصیف می‌شود:



- ماتریس ادمیتانس دوقطبی چگونگی ارتباط بین جریان هر قطب با ولتاژ قطب‌ها را بیان می‌کند.

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2$$

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$$ ادمیتانس ورودی

$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$$ ادمیتانس انتقالی معکوس

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$ ادمیتانس انتقالی مستقیم

$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$$ ادمیتانس خروجی

نکته: شرط متقارن بودن یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس ادمیتانس برابر: $Y_{11} = Y_{22}$

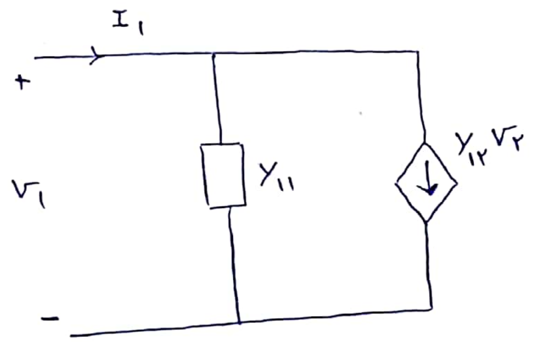
نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس ادمیتانس متقابل است هرگاه: $Y_{12} = Y_{21}$

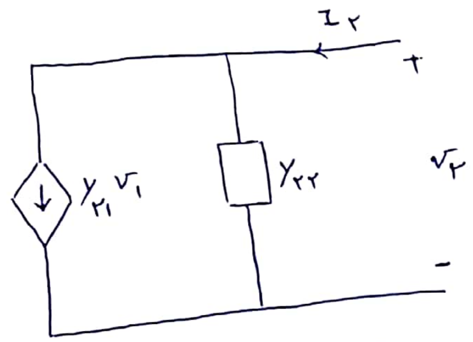
نکته: روابط زیر بین ماتریس‌های امپدانس و ادمیتانس دوقطبی برقرار است: $z = y^{-1}$ $\quad y = z^{-1}$

نکته: یک دوقطبی دارای ماتریس امپدانس نیست هرگاه: $\det(Y) = 0$

نکته: ماتریس ادمیتانس یک دوقطبی وجود ندارد هرگاه: $\det(Z) = 0$

مدار معادل های یک دوقطبی برحسب ماتریس ادمیتانس

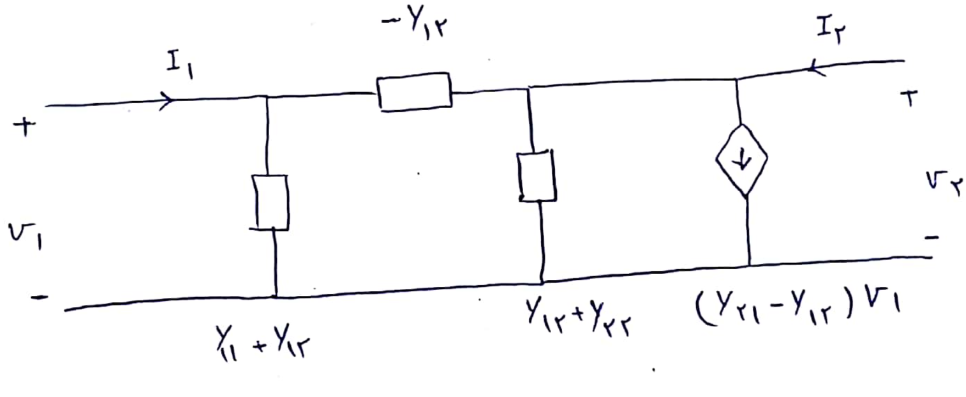


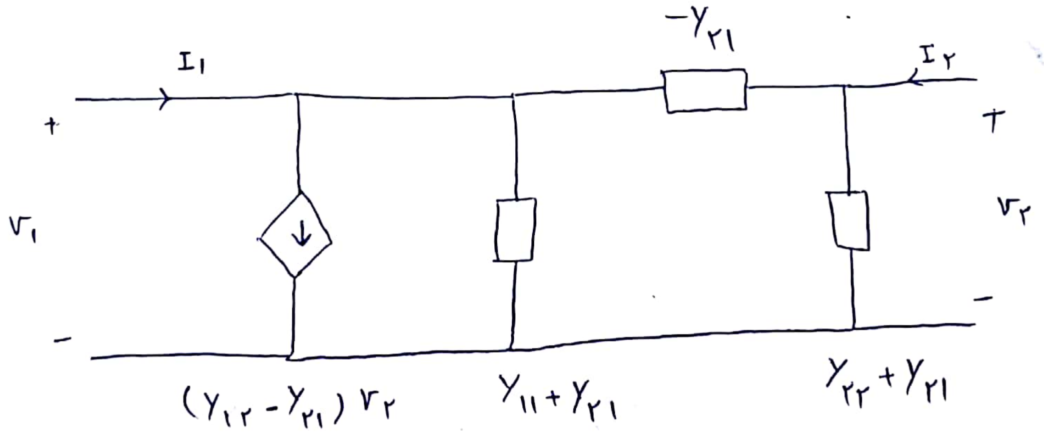


$I_2 = y_{21} v_1 + y_{22} v_2$

$I_1 = y_{11} v_1 + y_{12} v_2$

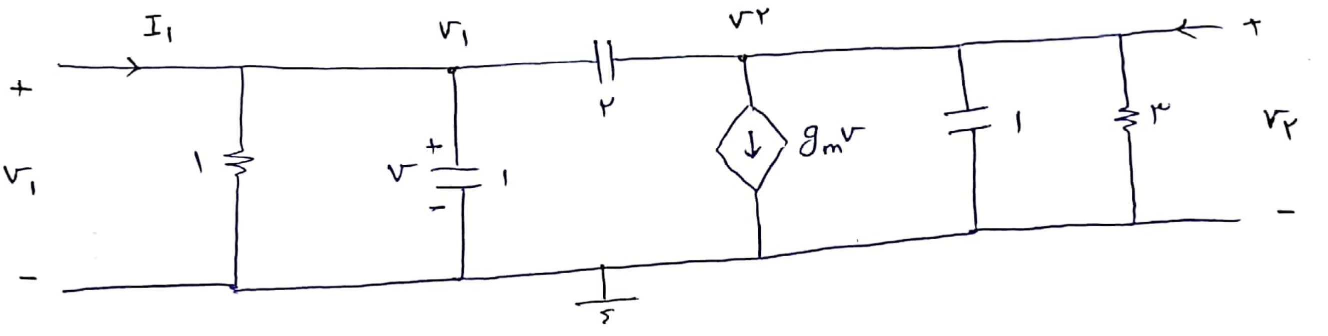
مدار معادل π در دوقطبی





Scanned by CamScanner

مثال: ماتریس ادمیتانس دوقطبی زیر را بدست آورید.



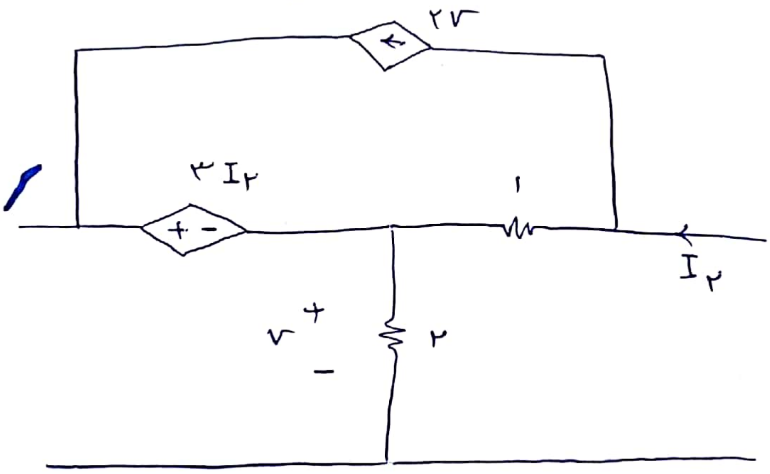
حل:

kcl ①: $v_1 + sv_1 + 2s(v_1 - v_2) = (3s+1)v_1 - 2sv_2 = I_1$

kcl ②: $\frac{v_2}{3} + sv_2 + 2s(v_2 - v_1) + g_m v_1 = (g_m - 2s)v_1 + (3s + \frac{1}{3})v_2 = I_2$

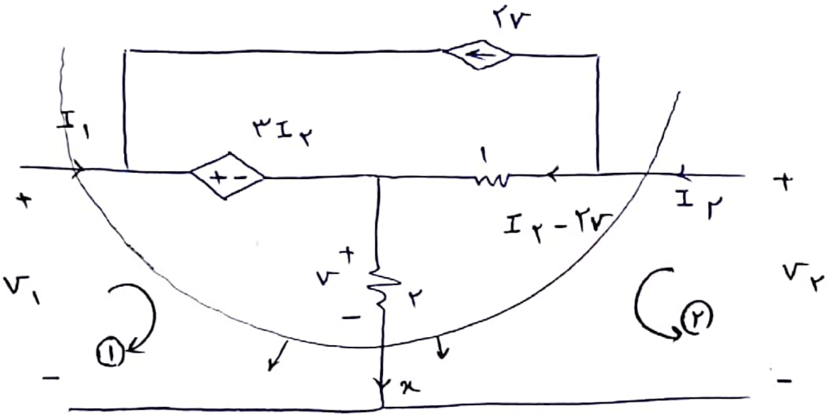
$$Y = \begin{bmatrix} 1+3s & -2s \\ -2s + g_m & 3s + \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

مثال: ماتریس امپدانس دوقطبی زیر را بنویسید و از روی آن ماتریس ادمیتانس دوقطبی را بدست آورید.



صفحه‌ی ۱۰۲ .

حل:



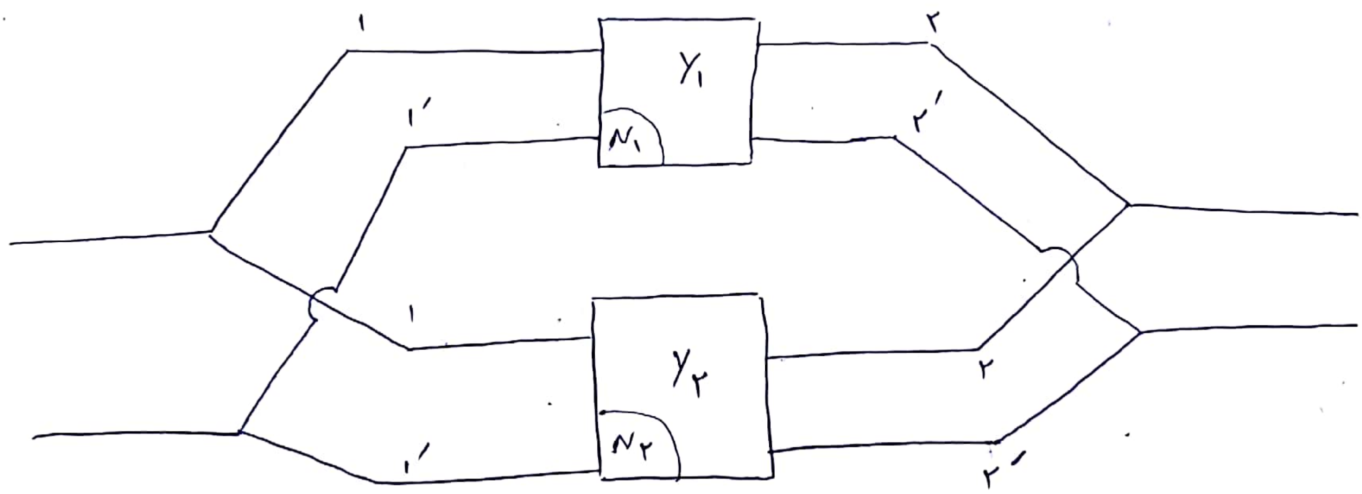
کات ست: $-I_1 + x - I_2 = 0 \longrightarrow x = I_1 + I_2$

KVL ①: $-V_1 + 3I_2 + 2I_1 + 2I_2 = 0 \longrightarrow V_1 = 2I_1 + 5I_2$

KVL ②: $-V_2 + I_2 - 4I_1 - 4I_2 + 2I_1 + 2I_2 = 0 \longrightarrow V_2 = -2I_1 - I_2$

$$Z = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \qquad Y = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 2 & +2 \end{bmatrix}$$

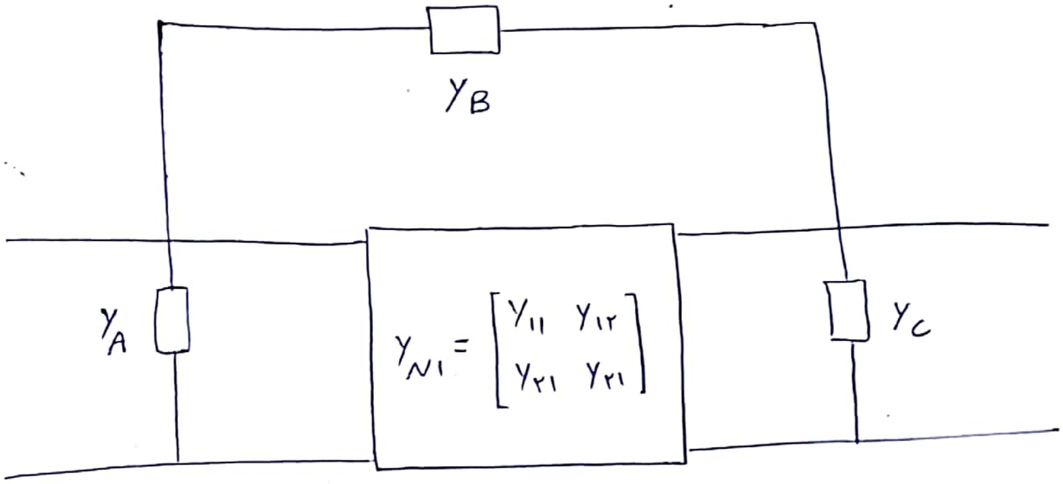
نکته: هرگاه دو، دوقطبی را با هم موازی کنیم آنگاه ماتریس ادمیتانس دوقطبی حاصل برابر است با مجموع ماتریس ادمیتانس دوقطبی‌ها.



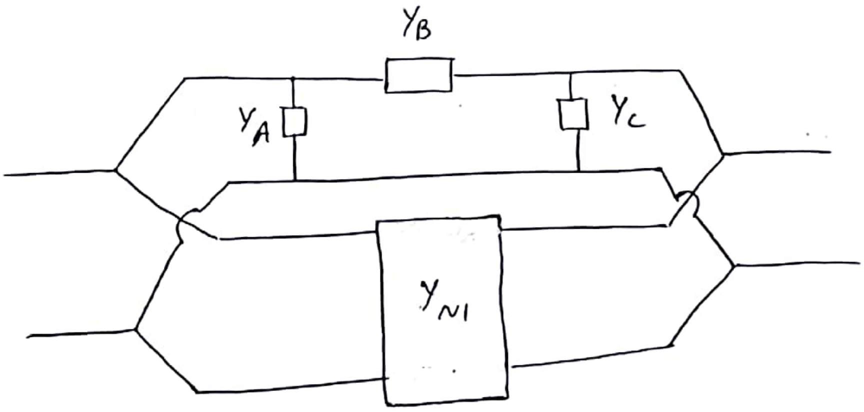
$$Y = Y_1 + Y_2$$

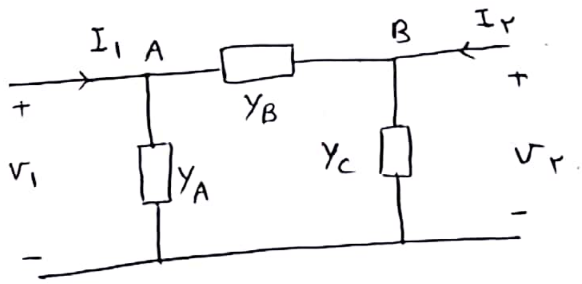
- جلسه بیست و دوم -

مثال: پارامترهای ماتریس ادمیتانس دوقطبی زیر را بنویسید.



حل:





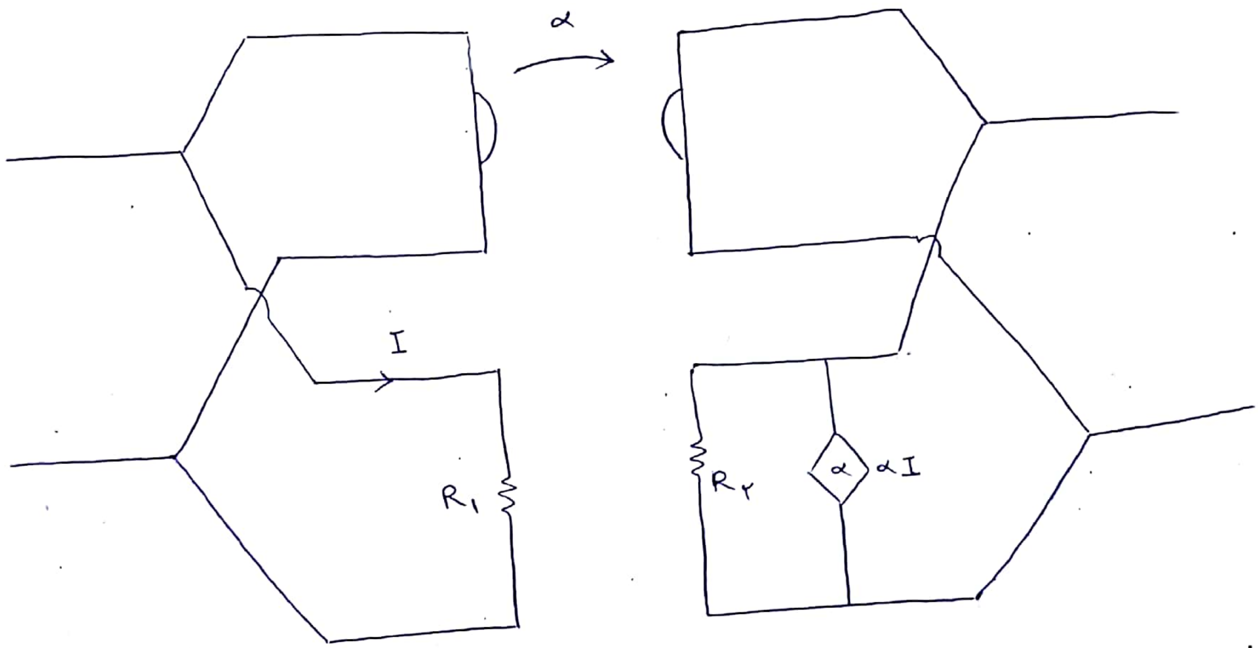
$$\text{kcl}\ (A):\quad Y_A V_1 + Y_B(V_1 - V_2) = I_1 = (Y_A + Y_B)V_1 - Y_B V_2$$

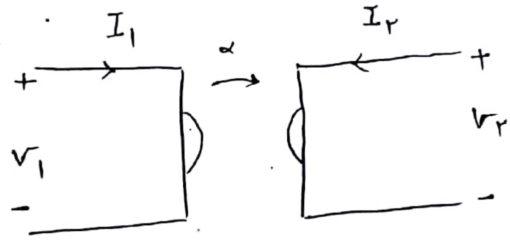
$$\text{kcl}\ (B):\quad Y_C V_2 + Y_B(V_2 - V_1) = I_2 = (Y_C + Y_B)V_2 - Y_B V_1$$

$$Y_{N2} = \begin{bmatrix} Y_A + Y_B & -Y_B \\ -Y_B & Y_C + Y_B \end{bmatrix}$$

$$Y = Y_{N1} + Y_{N2} = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_A + Y_B & Y_{12} - Y_B \\ Y_{21} - Y_B & Y_{22} + Y_C + Y_B \end{bmatrix}$$

مثال: ماتریس ادمیتانس دوقطبی زیر را محاسبه کنید.

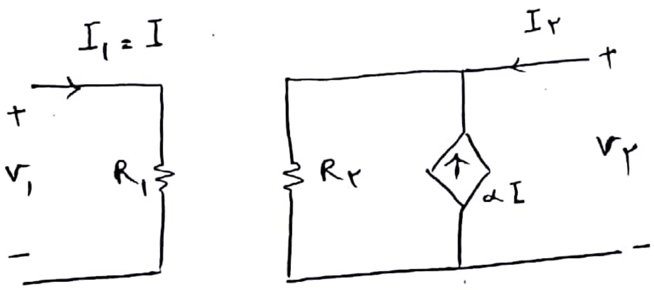




$$v_1 = \alpha I_2 \longrightarrow I_2 = \frac{v_1}{\alpha}$$

$$v_2 = -\alpha I_1 \longrightarrow I_1 = \frac{-v_2}{\alpha}$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{\alpha} \\ \frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

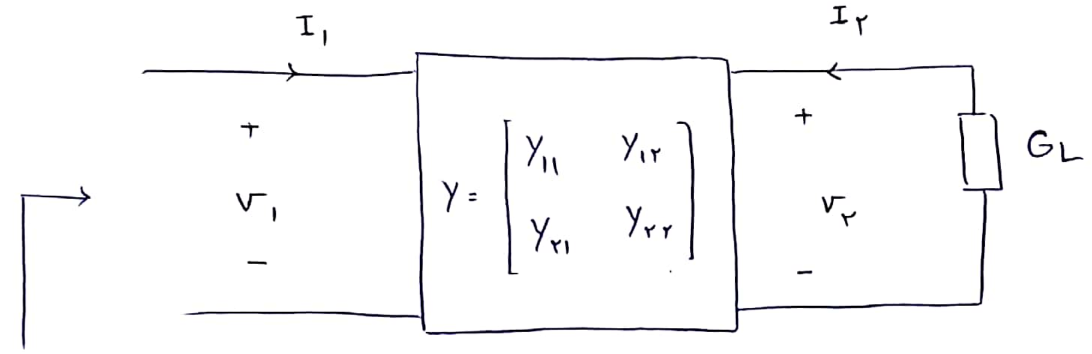


$$I_2 + \alpha I_1 = \frac{v_2}{R_2} \rightarrow I_2 = \frac{v_2}{R_2} - \frac{\alpha}{R_1} v_1$$

$$v_1 = R_1 I_1 \rightarrow I_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ \frac{-\alpha}{R_1} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \qquad Y = Y_1 + Y_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{\alpha} \\ \frac{-\alpha}{R_1} + \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}$$

مثال: ادمیتانس ورودی شبکه زیر را بدست آورید.



Y_{in} $\qquad$ $Y_{in} = \dfrac{I_1}{v_1}$

$$I_1 = y_{11} v_1 + y_{12} v_2 \quad (1)$$

$$I_2 = y_{21} v_1 + y_{22} v_2 \quad (2)$$

$$I_2 = -G_L v_2 \quad (3)$$

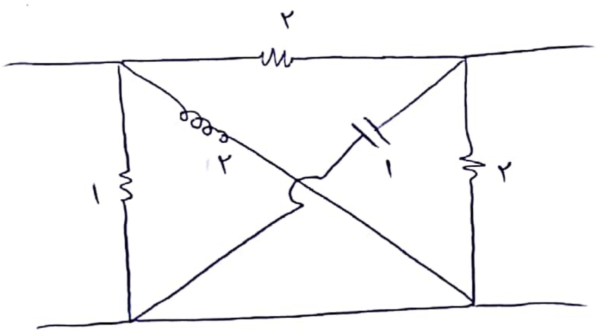
$$(2),(3) \Rightarrow -G_L v_2 = y_{21} v_1 + y_{22} v_2$$

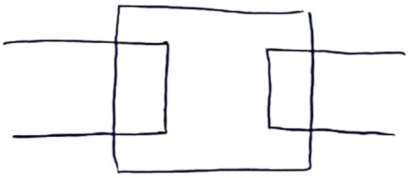
$$\rightarrow v_2 = \frac{-y_{21}}{G_L + y_{22}} v_1 \quad (4)$$

$$(1),(4) \Rightarrow I_1 = y_{11} v_1 - \frac{y_{12} y_{21}}{G_L + y_{22}} v_1 = \underbrace{\left(y_{11} - \frac{y_{21} y_{12}}{G_L + y_{22}} \right)}_{Y_{in}} v_1$$

$$\Rightarrow Y_{in} = \frac{I_1}{v_1} = y_{11} - \frac{y_{21} y_{12}}{G_L + y_{22}}$$

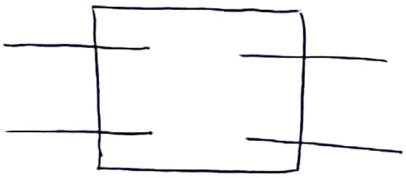
تمرین تحویلی: ماتریس های امپدانس و ادمیتانس دوقطبی های زیر را بدست آورید.





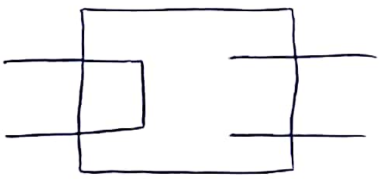
$V_1 = V_2 = 0 \qquad Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\det(Z) = 0$ ← ماتریس Y تعریف نشده است.



$I_1 = I_2 = 0 \qquad Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\det(Y) = 0$ ← ماتریس Z تعریف نشده است.

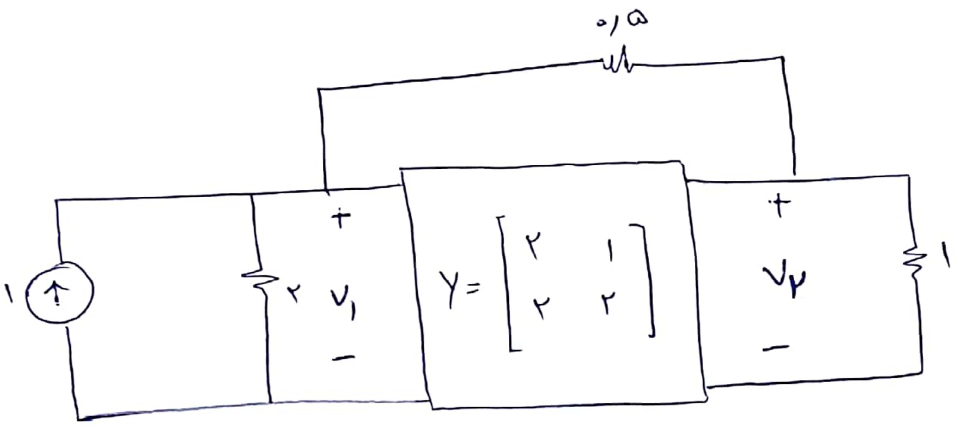


$V_1 = 0$

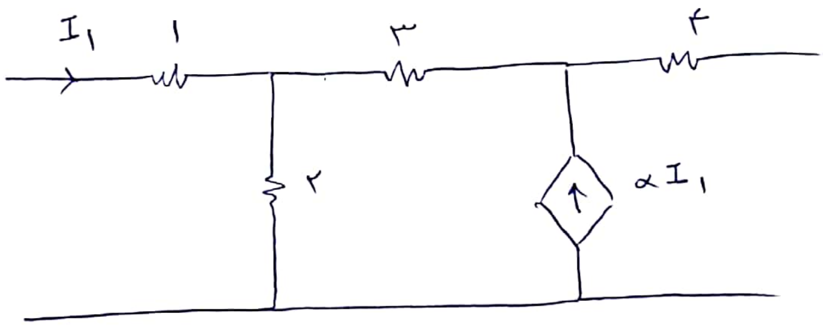
$I_2 = 0$

ماتریس Y و Z ندارد.

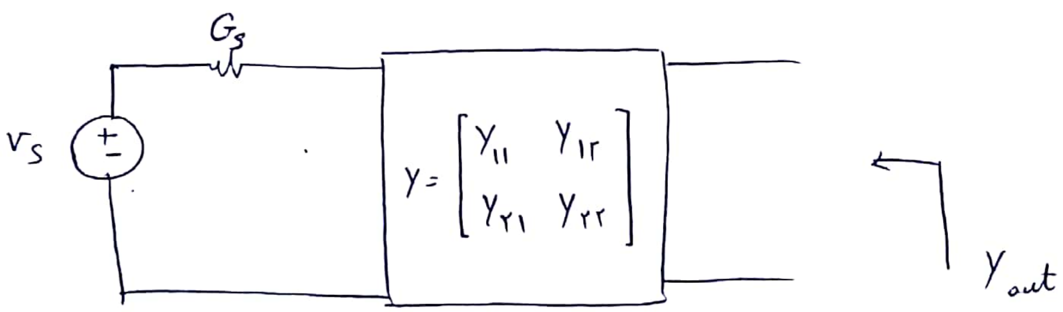
تمرین تحویلی: در مدار شکل زیر V_1 و V_2 را محاسبه کنید.



تمرین تحویلی: در مدار شکل زیر پارامتر α را طوری تعیین کنید، تا دوقطبی ماتریس امپدانس نداشته باشد، هم چنین پارامتر α را طوری تعیین کنید تا دوقطبی ماتریس ادمیتانس نداشته باشد.



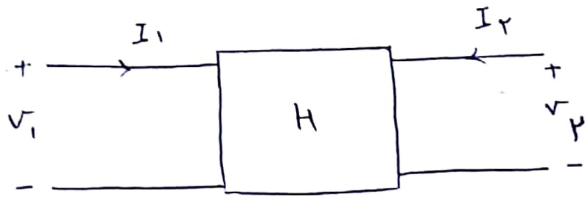
تمرین تحویلی: در مدار شکل زیر ادمیتانس خروجی را محاسبه کنید.



ماتریس هیبرید H :

یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس هیبرید به صورت زیر توصیف می‌شود :

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$



$$v_1 = h_{11} I_1 + h_{12} v_2$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} v_2$$

$$h_{11} = \left.\frac{v_1}{I_1}\right|_{v_2=0}$$ امپدانس

$$h_{12} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{I_1=0}$$ بهره ولتاژ

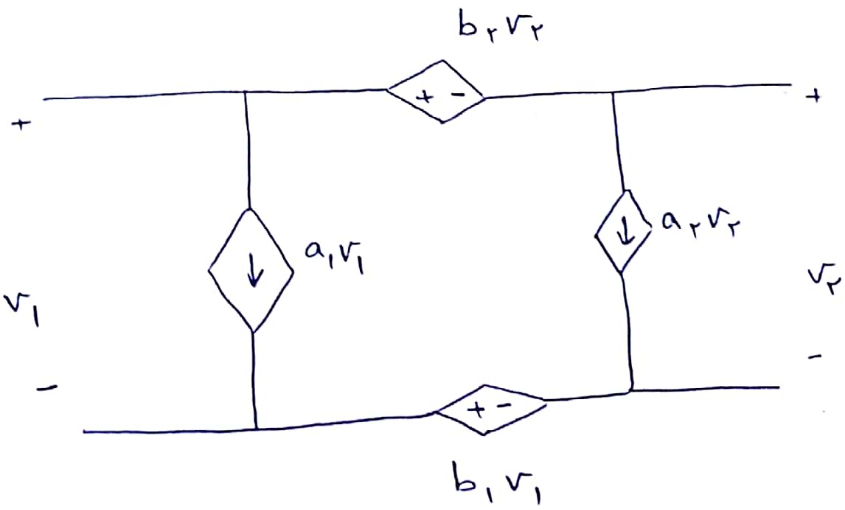
$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{v_2=0}$$ بهره جریان

$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{v_2}\right|_{I_1=0}$$ ادمیتانس

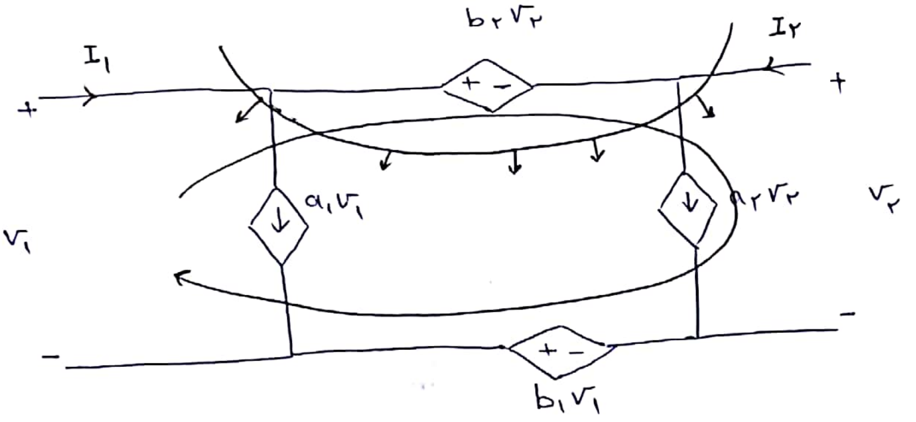
نکته : یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس هیبرید متقارن است هرگاه : $h_{11} = h_{22}$

نکته : یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس هیبرید متقابل است هرگاه : $h_{12} = -h_{21}$

مثال : ماتریس هیبرید دوقطبی زیر را بدست آورید .



حل:



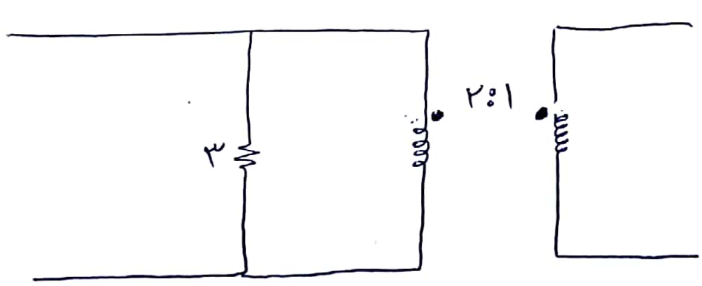
$$\text{kvl:}\quad -v_1 + b_2 v_2 + v_2 - b_1 v_1 = 0 \longrightarrow v_1 = \frac{1+b_2}{1+b_1} v_2$$

کات ست: $$I_1 + I_2 = a_1 v_1 + a_2 v_2 \longrightarrow I_2 = -I_1 + a_1 v_1 + a_2 v_2$$

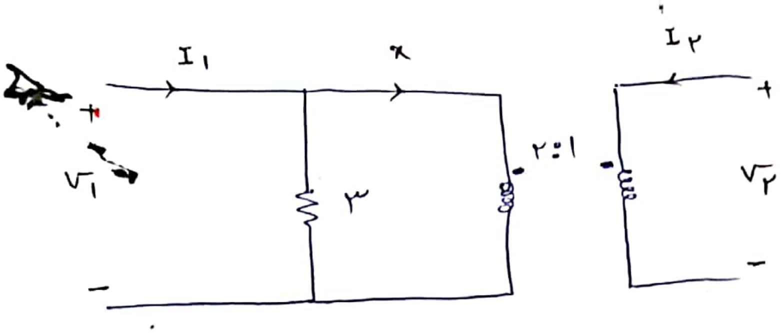
$$I_2 = -I_1 + \left(a_1 \left(\frac{1+b_2}{1+b_1} \right) + a_2 \right) v_2$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1+b_2}{1+b_1} \\ -1 & a_1 \left(\dfrac{1+b_2}{1+b_1} \right) + a_2 \end{bmatrix}$$

مثال: ماتریس هیبرید دوقطبی زیر را بدست آورید.



حل :

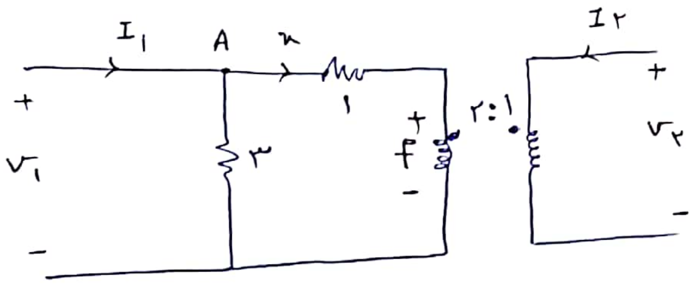


$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{1} \longrightarrow V_1 = 2V_2$$

$$2x + I_2 = 0 \longrightarrow I_1 = \frac{V_1}{3} - \frac{I_2}{2} \quad , \quad x = \frac{-I_2}{2}$$

$$I_2 = -2I_1 + \frac{2}{3}V_1 = -2I_1 + \frac{4}{3}V_2 \qquad H = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

حال با فرض وجود یک مقاومت مسئله را حل می کنیم :



$$\frac{F}{V_2} = \frac{2}{1} \longrightarrow F = 2V_2$$

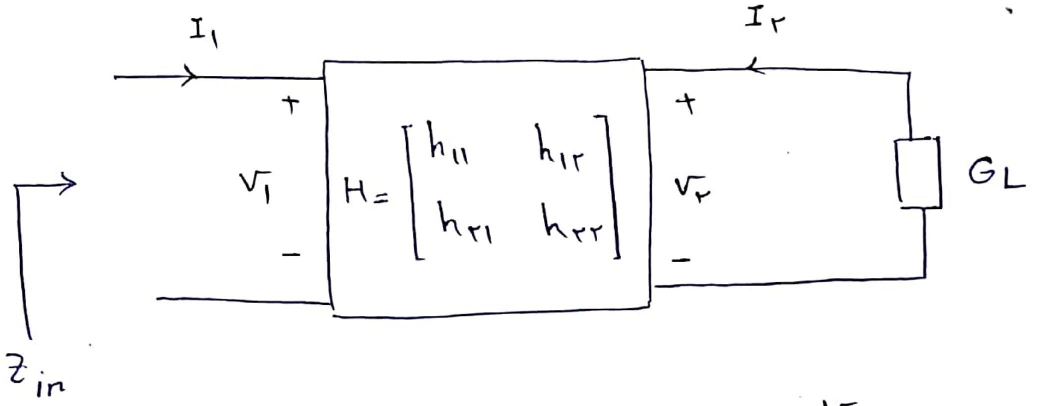
$$2x + I_2 = 0 \longrightarrow x = -\frac{I_2}{2}$$

$$\text{kcl } A: \; -I_1 + \frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - \cancel{F}^{\,2V_2}}{1} = 0 \longrightarrow V_1 = \frac{3}{4}I_1 + \frac{3}{2}V_2$$

$$I_1 = \frac{V_1}{3} - \frac{I_2}{2} \longrightarrow I_2 = -2I_1 + \frac{2}{3}V_1 = -\frac{3}{2}I_1 + V_2$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & +1 \end{bmatrix}$$

مثال: امپدانس ورودی مدار شکل زیر را بدست آورید.



حل: $Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = ?$

$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2$ ①

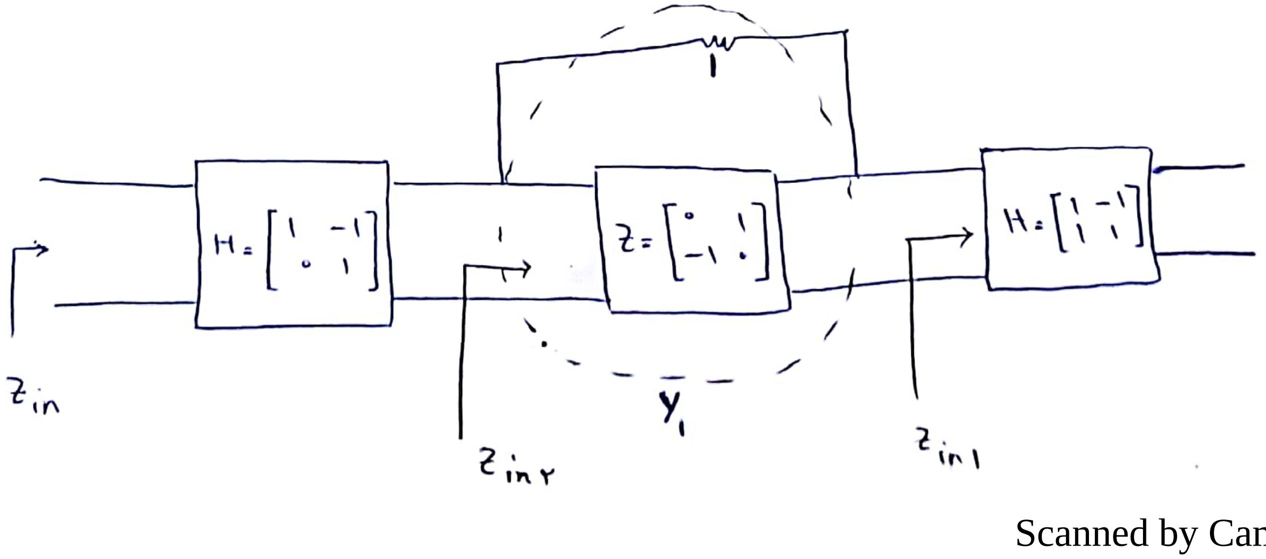
$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$ ②

$I_2 = -G_L V_2$ ③

②, ③ $\longrightarrow V_2 = \frac{-h_{21}}{G_L + h_{22}} I_1$ ④

①, ④ $\longrightarrow V_1 = h_{11} I_1 - \frac{h_{12} h_{21}}{G_L + h_{22}} I_1 = \Big(\underbrace{h_{11} - \frac{h_{12} h_{21}}{G_L + h_{22}}}_{Z_{in}} \Big) I_1$

مثال: در مدار شکل زیر امپدانس ورودی را حساب کنید.



صفحه‌ی ۱۱۲

حل:

$$z_{in_1} = 1 - \frac{1 \times -1}{0 + 1} = 2 \quad , \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

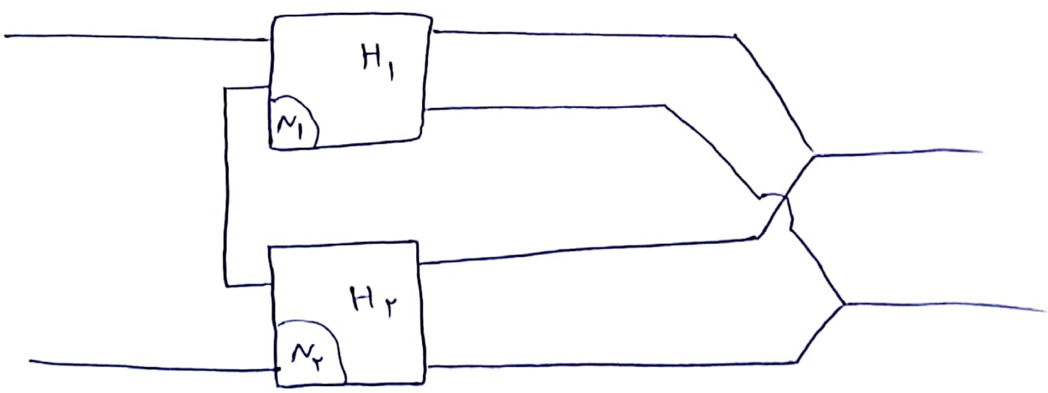
$$Y_1 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$z_{in_2} = \frac{1}{y_{in_2}} = 1 \quad , \quad y_{in_2} = 1 - \frac{0 \times -2}{\frac{1}{2} + 1} = 1$$

$$z_{in} = 1 - \frac{-1 \times 0}{1 + 1} = 1$$

روش تستی: $z_{in} = 1 - \frac{0 \times -1}{? + 1} = 1$

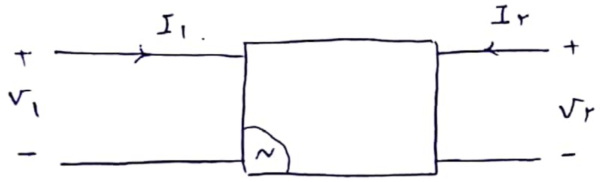
نکته: هرگاه سرهای ورودی دو، دوقطبی را باهم سری کنیم و سرهای خروجی آنرا باهم موازی کنیم، آنگاه می‌توان گفت که ماتریس هیبرید دوقطبی حاصل برابر است با مجموع ماتریس هیبرید هریک از دوقطبی‌ها.



$$H = H_1 + H_2$$

— جلسه بیست و سوم —

ماتریس G: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس G به صورت زیر توصیف می‌شود:



$$G=\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$$

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2$$
$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$$

$$g_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{I_2=0} \qquad g_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{V_1=0}$$

$$g_{21} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0} \qquad g_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0}$$

نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس G متقارن است هرگاه: $g_{11}=g_{22}$

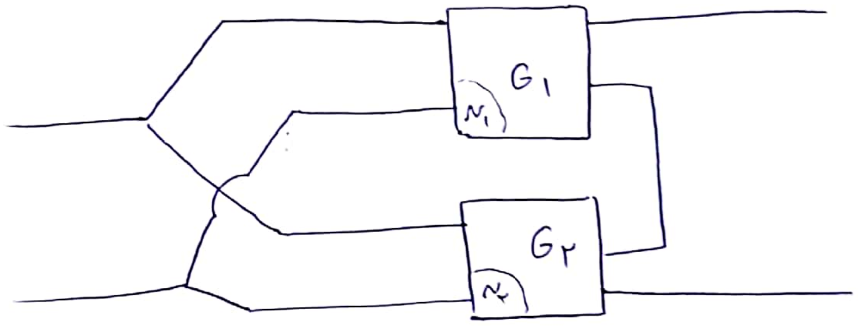
نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس G متقابل است هرگاه: $g_{12}=-g_{21}$

نکته: رابطه‌ی زیر بین ماتریس H و G دوقطبی برقرار است: $G=H^{-1}$ $\quad H=G^{-1}$

نکته: یک دوقطبی ماتریس G ندارد هرگاه: $\det(H)=0$

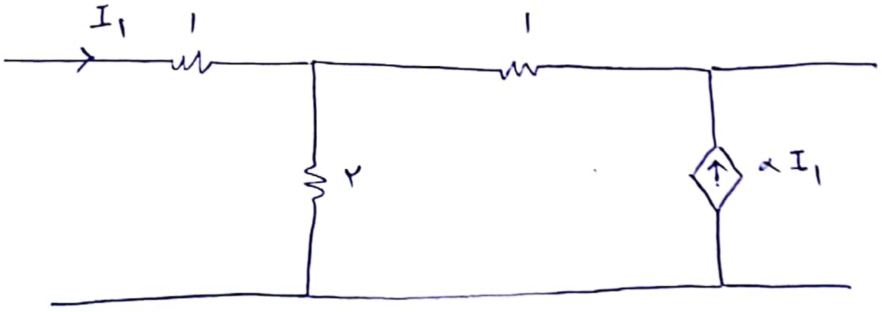
نکته: یک دوقطبی ماتریس H ندارد هرگاه: $\det(G)=0$

نکته: هرگاه سرهای ورودی دو، دوقطبی را باهم موازی کنیم و سرهای خروجی آنها را باهم سری کنیم، آنگاه ماتریس G دوقطبی حاصل برابر است با مجموع ماتریس‌های G دوقطبی‌ها.

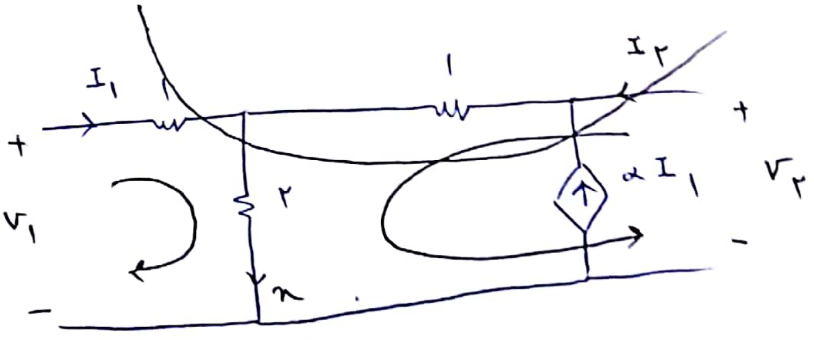


$G = G_1 + G_2$

مثال: در شبکه‌ی زیر مقدار α را طوری تعیین کنید تا دوقطبی زیر ماتریس G نداشته باشد.



حل:



$$\begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

$$-V_1 + I_1 + 2x = 0 \longrightarrow V_1 = I_1 + 2x$$

$$\Rightarrow V_1 = (2\alpha + 3) I_1 + 2 I_2$$

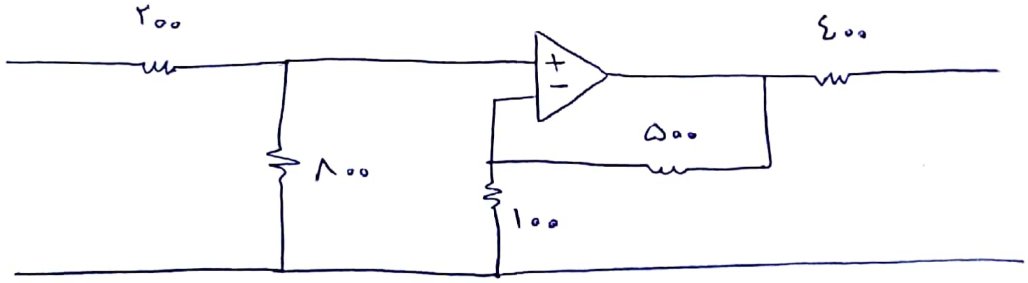
$$x = \alpha I_1 + I_1 + I_2$$

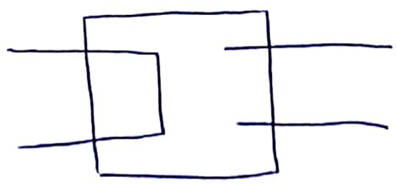
$$-V_2 + I_2 + \alpha I_1 + 2\alpha I_1 + 2I_1 + 2I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{-(2+3\alpha)}{3} I_1 + \frac{V_2}{3} \quad (1)$$

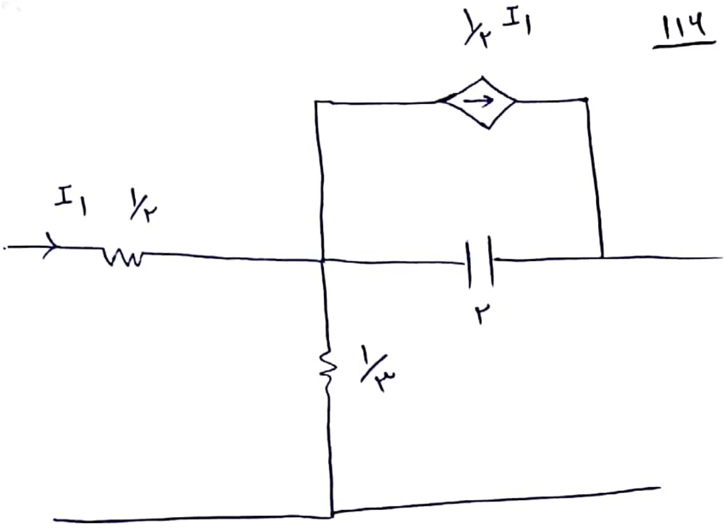
$$\xrightarrow[(1)]{\text{جایگزین}} V_1 = \frac{5}{3} I_1 + \frac{2}{3} V_2 \qquad H = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{-(2+3\alpha)}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

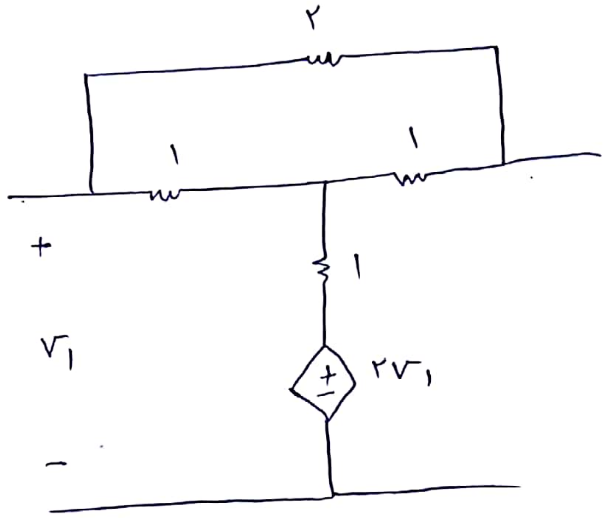
$$\det(H) = 0 \longrightarrow \frac{5}{9} + \frac{2(2+3\alpha)}{9} = 0 \Rightarrow \alpha = -1.5$$

تمرین تحویلی : ماتریس G و H دوقطبی های زیر را به صورت جداگانه پیدا کنید.

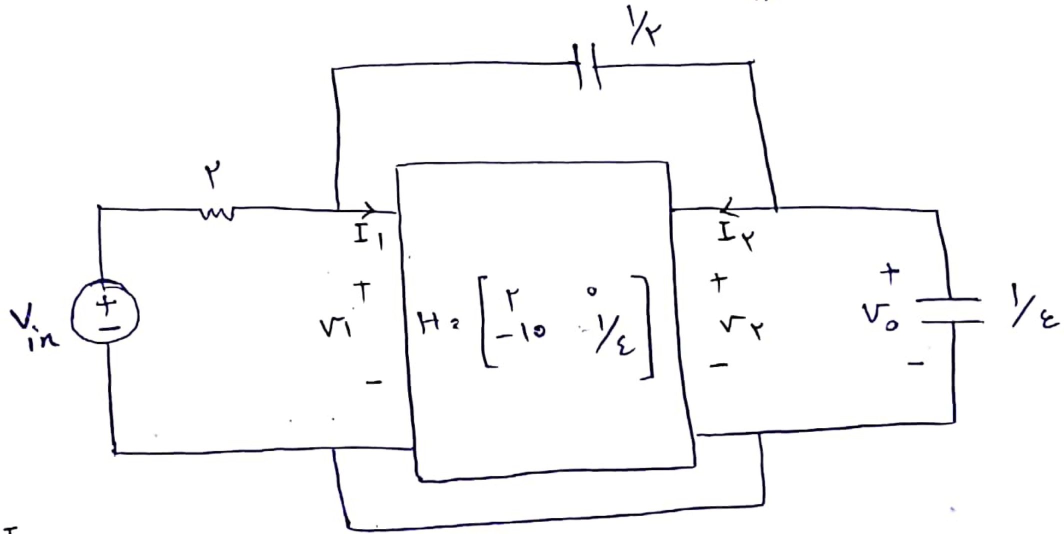








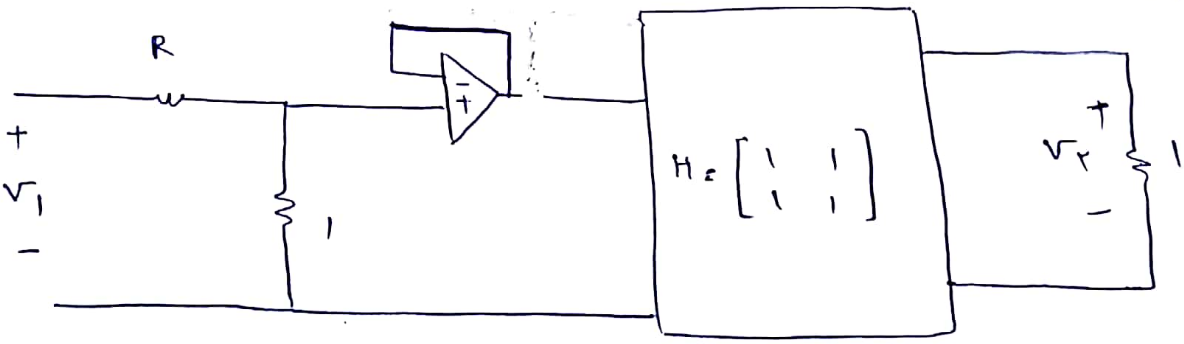
تمرین تحویلی: در مدار شکل زیر $H = \frac{V_o}{V_{in}}$ را محاسبه کنید.



$V_1 = 2 I_1$

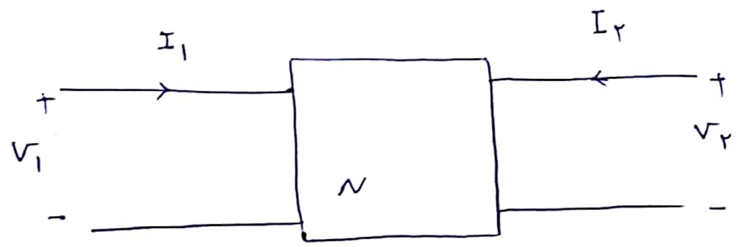
$I_2 = -10 I_1 + \frac{1}{4} V_2$

تمرین تحویلی: در مدار شکل زیر با فرض ایده‌آل بودن آپ امپ مقدار R را طوری تعیین کنید تا نسبت $\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{2}$ باشد.



ـ جلسه بیست و چهارم ـ

ماتریس انتقال T: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس انتقال بصورت زیر تعریف می شود:



$$V_1 = AV_2 - BI_2$$
$$I_1 = CV_2 - DI_2$$

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

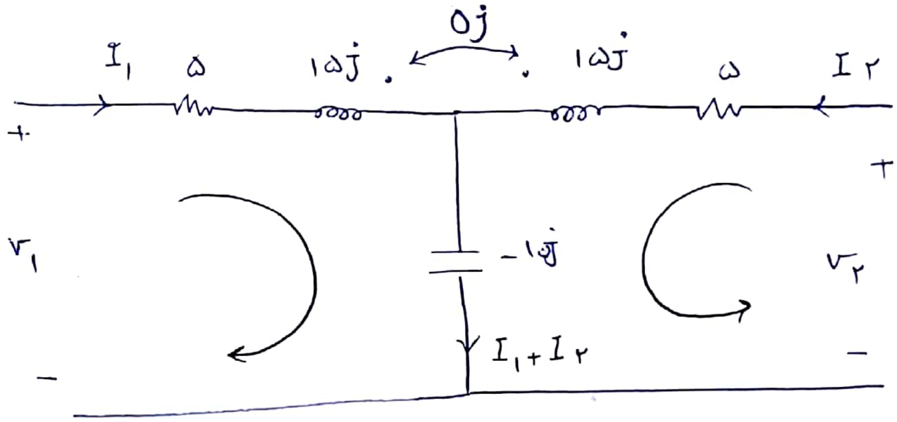
$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0} \qquad D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس T متقارن است هرگاه: $A = D$

نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس T متقابل است هرگاه: $\det(T) = AD - BC = 1$

مثال: ماتریس انتقال دوقطبی زیر را بدست آورید.



$$\text{KVL:}\quad -V_1 + 5I_1 + 15jI_1 + 5jI_2 - 10jI_1 - 10jI_2 = 0$$

(1)

$$\Longrightarrow \quad V_1 = (-1 + j)V_2 + (10 - 5j)I_2$$

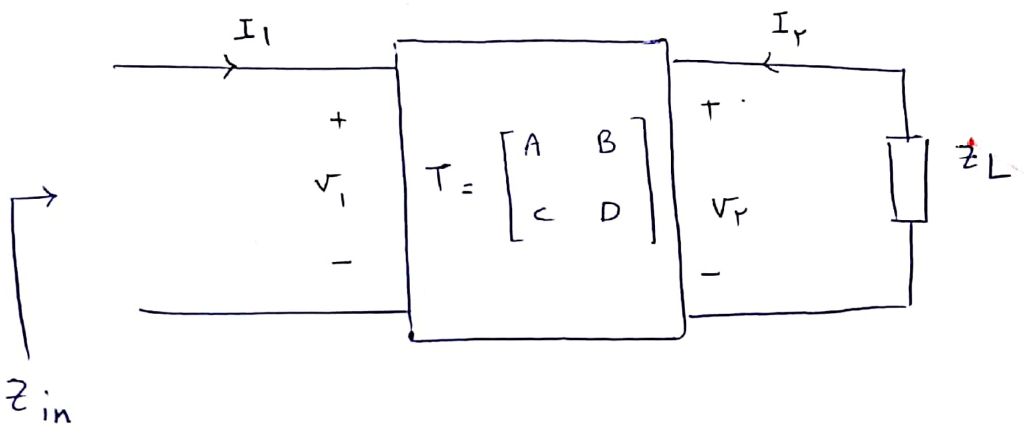
$$\text{KVL:}\quad -V_2 + 5I_2 + 15jI_2 + 5jI_1 - 10jI_1 - 10jI_2 = 0$$

$$I_1 = 0.2jV_2 + (1 - j)I_2 \quad (1)$$

$$T = \begin{bmatrix} -1 + j & -10 + 5j \\ 0.2j & j - 1 \end{bmatrix}$$

Scanned by CamScanner

مثال: در مدار شکل زیر امپدانس ورودی را بدست آورید.



$$V_1 = A V_2 - B I_2$$

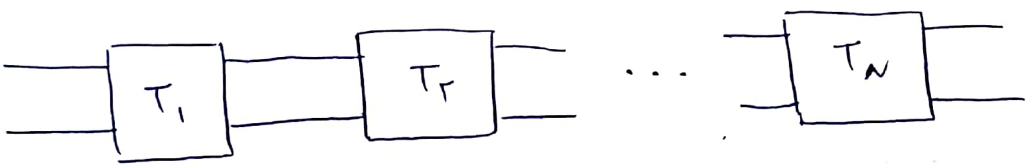
$$I_1 = C V_2 - D I_2$$

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A V_2 - B I_2}{C V_2 - D I_2}$$

$$KVL: \quad V_2 + Z_L I_2 = 0 \longrightarrow V_2 = -Z_L I_2 \quad (1)$$

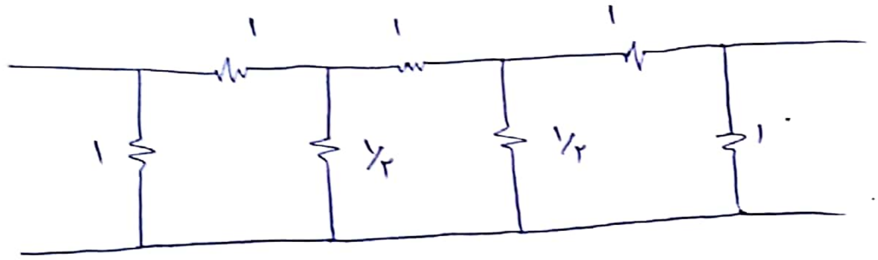
$$Z_{in} \xrightarrow{(1)} Z_{in} = \frac{-A Z_L I_2 - B I_2}{-C Z_L I_2 - D I_2} = \frac{A Z_L + B}{C Z_L + D}$$

نکته: هرگاه دو قطبی ها را به صورت پشت در پشت ببندیم آنگاه ماتریس انتقال دو قطبی حاصل برابر است با حاصل ضرب ماتریس انتقال هریک از دو قطبی ها.

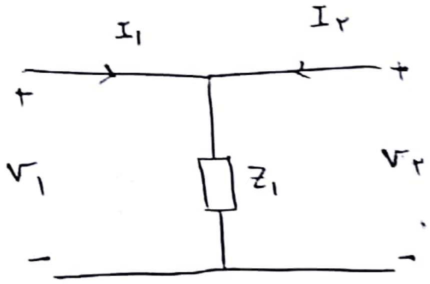


$$T = T_1 \times T_2 \times \dots \times T_N$$

مثال: ماتریس انتقال دوقطبی زیر را بدست آورید.



حل:

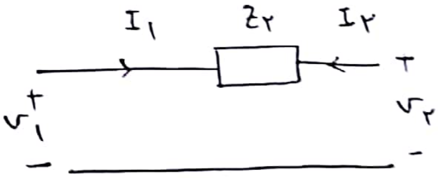


$$V_1 = V_2$$

$$V_2 = Z_1 I_1 + Z_1 I_2$$

$$I_1 = \frac{1}{Z_1} V_2 - I_2$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix}$$



$$I_1 = - I_2$$

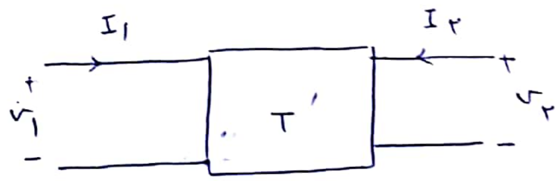
$$-V_1 - Z_2 I_2 + V_2 = 0$$

$$V_1 = V_2 - Z_2 I_2$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 & 15 \\ 45 & 24 \end{bmatrix}$$

ماتریس T':



$$V_2 = A' V_1 - B' I_1$$

$$I_2 = C' V_1 - D' I_1$$

$$T' = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$$

$$A' = \frac{V_2}{V_1}\Big|_{I_1 = 0} \qquad B' = \frac{V_2}{-I_1}\Big|_{V_1 = 0}$$

$$C' = \frac{I_2}{V_1}\Big|_{I_1 = 0} \qquad D' = \frac{I_2}{-I_1}\Big|_{V_1 = 0}$$

نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس T' متقارن است هرگاه: $A' = D'$

نکته: یک دوقطبی برحسب پارامترهای ماتریس T' متقابل است هرگاه: $A'D' - B'C' = 1$

نکته: روابط رو به رو بین ماتریس T و T' برقرار است: $T = T'^{-1}$ $\quad T' = T^{-1}$

چگونگی ارتباط بین ماتریس های دوقطبی

① $T \longrightarrow Z$

$V_1 = AV_2 - BI_2 \qquad V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$

$I_1 = CV_2 - DI_2 \qquad V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$

حل

$V_2 = \frac{I_1}{C} + \frac{D}{C} I_2 \quad , \quad V_1 = A\left(\frac{I_1}{C} + \frac{D}{C} I_2\right) - BI_2 = \dots$

$\longrightarrow V_1 = \frac{A}{C} I_1 + \frac{AD - BC}{C} I_2$

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{A}{C} & \frac{\det(T)}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{bmatrix}$$

② $y \longrightarrow T$

$$I_1 = y_{11} V_1 + y_{12} V_2 \quad ① \qquad V_1 = A V_2 - B I_2$$

$$I_2 = y_{21} V_1 + y_{22} V_2 \qquad I_1 = C V_2 - D I_2$$

لذا

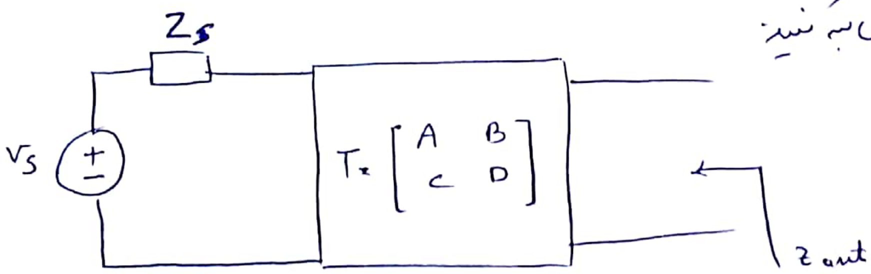
$$V_1 = \frac{-y_{22}}{y_{21}} V_2 + \frac{1}{y_{21}} I_2 \quad ②$$

$$I_1 = \frac{-y_{11} y_{22}}{y_{21}} V_2 + \frac{y_{11}}{y_{21}} I_2 + y_{12} V_2 \quad (۱,۲)$$

$$= \frac{y_{21} y_{12} - y_{11} y_{22}}{y_{21}} V_2 + \frac{y_{11}}{y_{21}} I_2$$

$$T = \begin{bmatrix} \frac{-y_{22}}{y_{21}} & \frac{-1}{y_{21}} \\ \frac{-\det(y)}{y_{21}} & \frac{-y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix}$$

تمرین تحویلی: در مدار شکل زیر Z out را حساب کنید.



تمرین تحویلی: ماتریس T و T' دو قطبی زیر را بصورت جداگانه بدست آورید.