فصل ششم: میدان‌های مغناطیسی ساکن در حضور اجسام

- وقتی جسمی در معرض میدان مغناطیسی واقع می‌شود، ذرات باردار اتم‌های جسم عکس‌العمل‌هایی می‌دهند.
که این عکس‌العمل به شکل میدان‌های جدید بروز می‌کند
- این میدان جدید به خواص مغناطیسی جسم بستگی دارد.

دسته‌بندی اجسام براساس خواص مغناطیسی:

- هر الکترون در اتم دو حرکت چرخشی دارد ← گردش حول هسته در مسیر دایره‌ای شکل حول هسته: حرکت مداری
↓ گردش حول خود، دور محور: حرکت چرخشی

علاوه بر الکترون‌ها، هسته نیز دارای حرکت چرخشی است.

حرکت ذرات باردار ← جریان   حرکت مداری و چرخشی ← حلقه‌های جریان ← دوقطبی مغناطیسی

گشتاور دوقطبی ← مداری: بسته به نوع اتم و شعاع مداری متفاوت است
↓ چرخشی: ممکن است یکی از مقادیر $\pm 9.3\times10^{-24}$ آمپر بر متر مربع داشته باشد

- لذا هر اتم را می‌توان، متشکل از مجموعه‌ای از دوقطبی‌های مغناطیسی در نظر گرفت، که می‌توانند برآیندی برابر صفر یا غیرصفر داشته باشند.
- هسته اتم، به دلیل جرم سنگینش، دارای سرعت چرخشی بسیار کمتری از سرعت چرخشی الکترون است
لذا جریان ناشی از چرخش هسته $\ll$ جریان ناشی از چرخش الکترون
لذا از گشتاور چرخشی هسته صرف‌نظر می‌نماییم.
- چگونگی ترکیب گشتاورهای اتم یک جسم، خاصیت مغناطیسی آن جسم را تعیین می‌کند
حرکت مداری و چرخشی، ماهیت و خواص مغناطیسی اجسام را پدید می‌آورند.

پدیده‌های اصلی مغناطیسی ← دیامغناطیس ← حرکت مداری الکترون‌ها

پارامغناطیس ← حرکت چرخشی الکترون‌ها

فرومغناطیس

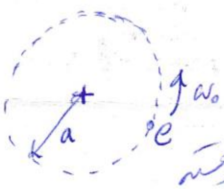
در حضور میدان مغناطیسی خارجی، یکی از پدیده‌های فوق بطور عمده در جسم رخ می‌دهد.

لذا جسم از لحاظ مغناطیسی، بآن اسم نامگذاری می‌گردد...

دیامغناطیس:

در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، گشتاور مغناطیسی کل صفر است.

اعمال میدان خارجی مغناطیسی به تغییری در حرکت مداری بوجود می‌آید:



- در غیاب میدان خارجی داریم:

جریان در خلاف جهت حرکت e : $I = e\omega_0/2\pi$ ← گردش الکترون به دور هسته

$$m = \pi a^2 I = \pi a^2 e\omega_0/2\pi$$

نیروی جاذبه کولمب بین بارهای + و −، نیروی حرکت دورانی e به دور هسته را تامین می‌کند.

- اعمال میدان خارجی B بر الکترون:

برای سادگی B را ثابت و عمود بر صفحه چرخش در نظر می‌گیریم: $\bar{B} = \bar{B}_0$

e تحت تاثیر دو نیرو، یعنی نیروی کولمب و دیگری نیروی مغناطیسی ناشی از $\bar{B}_0$ خواهد بود

تغییر نیروی اعمالی به الکترون ← تغییر شعاع a : عملاً غیرممکن است.

← تغییر سرعت زاویه‌ای $\omega_0 \to \omega$

$$\Delta m = m - m_0 = -e^2 a^2 B_0/4m_e$$

$m_0 \to m$

تغییر گشتاور، جهت گردش e تغییر نمی کند. یعنی اگر دو الکترون در جهت مخالف یکدیگر بچرخند، تغییر گشتاور برای هر دو در یک جهت خواهد بود.

- لذا یک اتم حتی وقتی گشتاور مغناطیسی آن صفر است، پس از اعمال میدان مغناطیسی خارجی، دارای گشتاور خالص غیر صفر خواهد شد ← جسم مغناطیسی شده است ← خود به صورت منبع میدان مغناطیسی عمل می کند

چون $\vec{B}$ و $\vec{\Delta m}$ خلاف یکدیگرند: خلاف جهت میدان اعمالی است ← $\vec{B_s}$ ← گشتاور القا شده

$\vec{B_s}$ خلاف جهت $\vec{B_0}$ است ولی بسیار کمتر از آن است. $\vec{B} = \vec{B_0} + \vec{B_s}$ که

- مغناطیسی شدن جسم در خلاف جهت میدان اعمالی را دیامغناطیس می نامیم.

- موادی که در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، گشتاور مغناطیسی هر یک از اتم هایش صفر است و این پدیده در آن رخ می دهد را اجسام دیامغناطیس می نامند.

- میدان ها در اجسام دیامغناطیس، به میزان بسیار ناچیزی از میدان اعمال شده کوچکتر است.

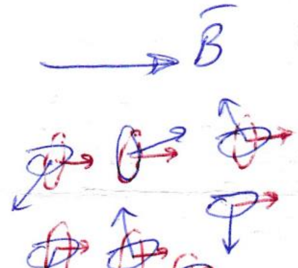
- این پدیده مستقل از دماست.

- با قطع میدان اعمالی، گشتاور اتم ها به حالت عادی باز می گردند

- مس، روی، نقره، جیوه، سیلیسیم، نمونه هایی از اجسام دیامغناطیس هستند.

پارامغناطیس:

- دوقطبی‌های اتمی حتی در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، دارای گشتاور مغناطیسی غیر صفر است.
- این گشتاور غیر صفر ناشی از غلبه فزون گشتاور چرخشی بر گشتاور مداری است.
- برحسب نحوه ترکیب گشتاور اتم‌ها ← پارامغناطیس / فرومغناطیس
- در مواد پارامغناطیس، بطور اتفاقی جهات گشتاورهای مغناطیسی دارای آرایش تصادفی بوده و هم در مجموع اثر کل مغناطیسی خنثی است.
- اعمال میدان خارجی خارجی، این دوقطبی‌ها را بطور نسبی هم جهت با خود می‌کند.



هم جهت با میدان اعمالی: $\bar{B}_s$ ← دوقطبی‌ها هم جهت شده

ولی بسیار ضعیف‌تر از آن

$$\bar{B} = \bar{B}_0 + \bar{B}_s$$

- پدیده مغناطیس‌شدگی یک جسم بطور ضعیف و هم جهت با میدان اعمالی را پارامغناطیس می‌نامند.
- پدیده پارامغناطیس تابع دما بوده و با افزایش دما تضعیف می‌شود.
- با قطع میدان خارجی، دوقطبی‌ها به حالت اولیه خود بر می‌گردند.
- آلومینیوم، کرم، منگنز، قلع، پلاتین

فرومغناطیس:

با اعمال میدان خارجی، به میزان بسیار زیادی در جهت میدان اعمالی مغناطیس می‌شوند:

$\hookrightarrow \bar{B}_S$

$$\bar{B} = \bar{B}_0 + \bar{B}_S \longrightarrow \bar{B} \gg \bar{B}_0$$

چندین هزار، چندین صد هزار

- خاصیت این پدیده مربوط به تشکیل خودبه‌خودی حوزه‌های مغناطیسی در داخل کریستال یا دانه کریستالی است.

- پدیده مغناطیسی شدن خودبه‌خودی را فرومغناطیس و اجسامی که شامل این پدیده می‌شوند، اجسام فرومغناطیس نام دارند.

- وقتی رخ می‌دهد که دما پایین‌تر از یک دمای بحرانی به نام کوری باشد

در دمای بالاتر از دمای کوری، جسم پارامغناطیس می‌شود.

- یک میدان قوی دوقطبی‌های اتمی مجاور را در داخل کریستال یا دانه حوزه در یک امتداد قرار می‌دهد

حوزه‌ها، در حقیقت مغناطیس‌های دائمی بسیار کوچکی هستند، که در غیاب میدان خارجی در جسم به صورت تصادفی جهته.

- طبق اصل تمایل سیستم‌ها به باقی ماندن در وضعیت حداقل انرژی، حوزه‌ها به صورت تصادفی می‌باشند لذا

یک قطعه جسم فرومغناطیس، از لحاظ مغناطیسی خنثی است.

- با اعمال میدان خارجی، حوزه‌هایی که هم جهتی بیشتری با میدان خارجی دارند، گسترش می‌یابند

با افزایش میدان اعمال خارجی، حوزه‌های بیشتری هم جهت با میدان خارجی می‌چرخند

این، یعنی که کل میدان مغناطیسی قوی‌تر از میدان خارجی در درون جسم است.

۱۴۰۵/

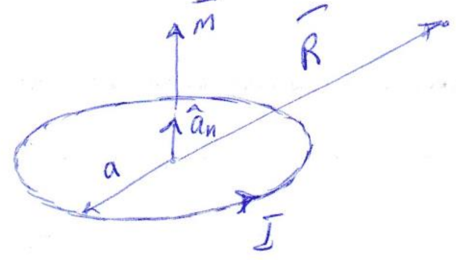
- اگر میدان اعمالی ضعیف باشد، پس از قطع میدان، حوزه‌ها به وضعیت نزدیک به قبل از اعمال میدان برمی‌گردند.

- " " " " اگر میدان کافی قوی باشد، با قطع میدان، دیگر بازگشت حوزه‌ها به حالت اولیه غیرممکن است.

لذا جسم خاصیت مغناطیسی خود را حتی در غیاب میدان خارجی حفظ می‌کند.

- در اجسام فرومغناطیسی، برخلاف دیامغناطیس و پارامغناطیس که میدان مغناطیسی در آن‌ها بصورت خطی با میدان اعمالی تغییر می‌کند، در مواد فرومغناطیسی، میدان مغناطیسی در آن‌ها تابع غیرخطی از میدان اعمالی است.

- زمانی که وضعیت کنونی هم از لحاظ مغناطیسی، به وضعیت مغناطیسی گذشته‌اش بستگی دارد، هیسترزیس یا پسماند گفته می‌شود.



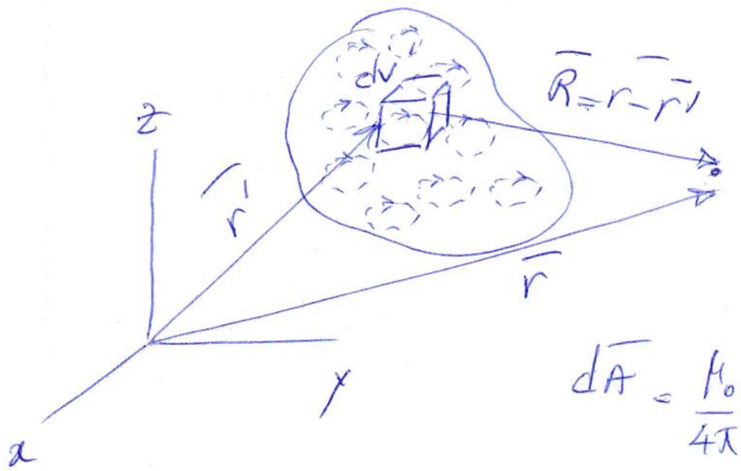
میدان مغناطیسی در حضور اجسام :

دوقطبی مغناطیسی

$$\bar{A} = \frac{\mu_0 \bar{m} \times \hat{a}_R}{4\pi |\bar{R}|^2} \ , \quad |\bar{R}| \gg a$$

$$\bar{m} = (\pi a^2) I \hat{a}_n = S I \hat{a}_n$$

برای بیان میزان مغناطیس شدگی یک جسم از بردار مغناطیس شدگی یا بردار پلاریزاسیون مغناطیسی $\bar{M}$ بهره می بریم . $\bar{M}$ میزان گشتاور دوقطبی مغناطیسی در واحد حجم می باشد .



$$d\bar{A} = \frac{\mu_0 \bar{M} dv' \times \hat{a}_R}{4\pi R^2}$$

$$d\bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\bar{M} \times \frac{\hat{a}_R}{R} \right) dv'$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\bar{M} \times \nabla' \left(\frac{1}{R} \right) \right) dv'$$

اتحاد برداری : $\nabla \times (f \bar{F}) = \nabla f \times \bar{F} + f \nabla \times \bar{F}$

$$f = \frac{1}{R} \ , \quad \bar{F} = \bar{M}$$

$$d\bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\nabla' \times \bar{M}}{R} - \nabla' \times \left(\frac{\bar{M}}{R} \right) \right] dv'$$

$$\bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \frac{\nabla' \times \bar{M}}{R}\,dv' - \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \nabla' \times \left(\frac{\bar{M}}{R}\right) dv'$$

اتحاد برداری : $\displaystyle\int_{v} (\nabla \times \bar{F})\,dv = -\oint_{S} \bar{F} \times \bar{ds}$

$$\bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \frac{\nabla \times \bar{M}}{R}\,dv' + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{S'} \frac{\bar{M} \times \bar{ds}'}{R} \quad , \ \bar{ds} = ds\,\hat{a}_n$$

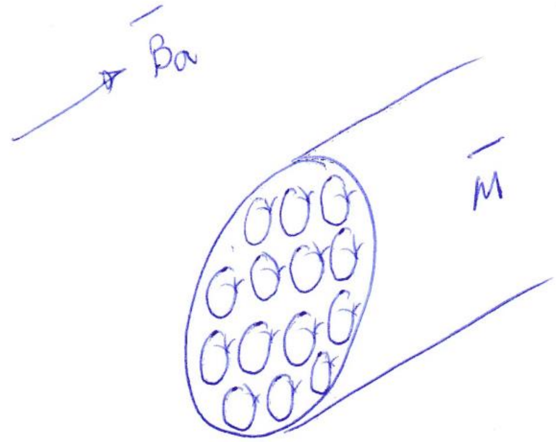
$$\bar{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \frac{\nabla' \times M\,dv'}{R} + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{S'} \frac{\bar{M} \times \hat{a}_n}{R}\,ds'$$

$$\bar{J}_{Mv} = \nabla' \times \bar{M} \quad , \ \bar{J}_{ms} = \bar{M} \times \hat{a}_n$$

$$\bar{B}_S$$

$$\bar{B} = \bar{B}_a + \bar{B}_S$$

$$\bar{B}_s = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \frac{\bar{J}_{mv} \times \hat{a}_R\,dv'}{|\bar{R}|^2} + \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{S'} \frac{\bar{J}_{ms} \times \hat{a}_R}{|\bar{R}|^2}\,ds'$$



توضیح تری رالنوس

$$\begin{cases} \bar{J}_{mv} = \nabla \times \bar{M} \\ \bar{J}_{ms} = \bar{M} \times a_n \end{cases}$$

$$\nabla \times \bar{B} = \mu_0 (\bar{J}_v + \bar{J}_{mv}) \rightarrow \nabla \times \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{J}_{mv} = \bar{J}_v$$

$$\nabla \times \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \nabla \times \bar{M} = \bar{J}_v \rightarrow \nabla \times \left(\frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M}\right) = \bar{J}_v$$

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M} \rightarrow \nabla \times \bar{H} = \bar{J}_v \,, \quad \oint_c \bar{H} \cdot \bar{dl} = \int_s \bar{J}_v \cdot \bar{ds} = I$$

$$\bar{M} = X_m \bar{H} = \frac{X_m}{(1+X_m)\mu_0} \bar{B}$$

X_m: ضریب حساسیت مغناطیسی

در اجسام خطی و ایزوتروپیک =

خطی = اندازه بردار $\bar{M}$ متناسب با اندازه میدان H باشد

ایزوتروپیک = $\bar{M}$ هم جهت با میدان H باشد.

$$\bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M}) = \mu_0 (1 + X_m) \bar{H} = \mu_0 \mu_r \bar{H} = \mu H$$

$\mu_r = 1 + X_m$ قابلیت نفوذ نسبی

μ قابلیت نفوذ جسم

دیامغناطیس = $X_m << 0 \rightarrow \mu_r \lesssim 1$

پارامغناطیس $X_m >> 0 \rightarrow \mu_r >> 1$

فرومغناطیس $X_m >> 1 \rightarrow \mu_r >> 1$

$$\bar{B}_s = \bar{B}_{s0} + \bar{B}_{sd} = \begin{cases} 0 & z > d \\ +\mu_0 M_0 \hat{a}_x & 0 < z < d \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

$$\bar{B} = \bar{B}_s + \bar{B}_a = \begin{cases} B_0 \hat{a}_x , & z > d \\ \mu_0 M_0 \hat{a}_x + B_0 \hat{a}_x & 0 < z < d \quad \leftarrow \\ B_0 \hat{a}_x & z < 0 \end{cases}$$

محل جسم

$$\bar{M} = \frac{\chi_m}{(1+\chi_m)\mu_0} \bar{B} \rightarrow \bar{M} = M_0 \hat{a}_x = \frac{\chi_m}{(1+\chi_m)\mu_0} (\mu_0 M_0 + B_0) \hat{a}_x$$

در محل جسم

$$M_0 = \frac{\chi_m}{\mu_0} B_0$$

145

مثال:

μ_0

$z=d$ ———————

χ_m $\qquad \bar{B}_a = B_0\hat{a}_x \longrightarrow \bar{B}, \bar{M}, \bar{J}_{mv}, \bar{J}_{ms}, \bar{B}_S$

حل:

فرض: به موازات $B_a \rightarrow \bar{M} = M_0\hat{a}_x$

$z=0$ ———————

μ_0

$\bar{J}_{mv} = \nabla \times \bar{M} = 0$

$\bar{B}_S \leftarrow \bar{J}_{ms} = \bar{M}\times\hat{a}_n$

$\rightarrow z=0,\ \hat{a}_n = -\hat{a}_z$

$\bar{J}_{ms0} = M_0\hat{a}_x \times -\hat{a}_z = M_0\hat{a}_y$

$\rightarrow z=d,\ \hat{a}_n = \hat{a}_z$

$\bar{J}_{msd} = M_0\hat{a}_x \times \hat{a}_z = -M_0\hat{a}_y$

μ_0 $\quad \hat{a}_n = \hat{a}_z$

- - - - - - - - - - - $\bar{J}_{msd}$ $\searrow$

$\quad \hat{a}_n = -\hat{a}_z$

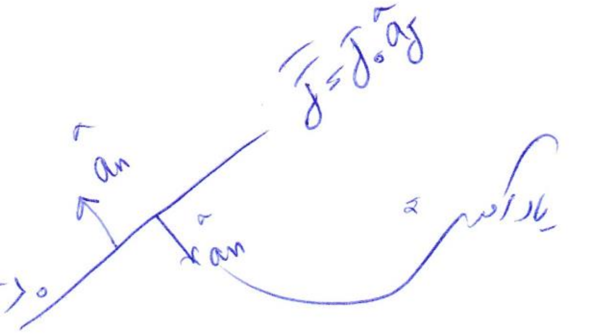
μ_0 $\qquad\qquad\qquad\qquad \bar{B}_S$

$\quad \hat{a}_n = \hat{a}_z$

- - - - - - - - - - - $\bar{J}_{ms0}$ $\nearrow$

$\quad \hat{a}_n = -\hat{a}_z$

μ_0

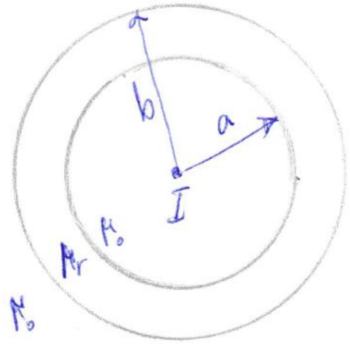


$\bar{B} = \frac{1}{2}\mu_0\bar{J}\times\hat{a}_n$

$$\bar{J}_{ms0} \longrightarrow B_{s0} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mu_0(+M_0\hat{a}_y)\times\hat{a}_z, & z>0 \\ \frac{1}{2}\mu_0 M_0\hat{a}_x, & \\ \frac{1}{2}\mu_0(M_0\hat{a}_y)\times(-\hat{a}_z), & z<0 \\ -\frac{1}{2}\mu_0 M_0\hat{a}_x, & \end{cases}$$

$$\bar{J}_{msd} \longrightarrow \bar{B}_{sd} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mu_0(-M_0\hat{a}_y)\times\hat{a}_z, & z>d \\ -\frac{1}{2}\mu_0 M_0\hat{a}_x, & \\ \frac{1}{2}\mu_0(-M_0\hat{a}_y)\times(-\hat{a}_z) & z<d \\ +\frac{1}{2}\mu_0 M_0\hat{a}_x, & \end{cases}$$

حل:



$$\bar{B}_a = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{a}_\varphi$$

$$\bar{B}_a = B_\varphi(r)\hat{a}_\varphi \rightarrow \bar{M} = M(r)\hat{a}_\varphi$$

$$\bar{H} = H(r)\hat{a}_\varphi$$

$$H = cte \rightarrow r = cte \rightarrow \oint_c \bar{H}.d\bar{l} = I \rightarrow \int_0^{2\pi} H(r)\hat{a}_\varphi . r d\varphi \hat{a}_\varphi = I$$

$$H(r) \times r \times 2\pi = I \rightarrow \bar{H} = \frac{I}{2\pi r}\hat{a}_\varphi$$

$$\bar{B} = \mu\bar{H} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{a}_\varphi, & r > b \\ \dfrac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}\hat{a}_\varphi & a < r < b \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{a}_\varphi, & r < a \end{cases}$$

در جسم: $\bar{M} = \dfrac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{H} = \dfrac{(\mu_r - 1)I}{2\pi r}\hat{a}_\varphi = M(r)\hat{a}_\varphi$

$$\bar{J}_{mv} = \nabla \times \bar{M} = 0$$

$$\bar{J}_{ms} = \hat{M} \times \hat{a}_n \rightarrow r = a,\ \hat{a}_n = -\hat{a}_r \rightarrow \bar{J}_{msa} = M(a)\hat{a}_\varphi \times (-\hat{a}_r)$$

$$\bar{J}_{msa} = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi a}\hat{a}_z$$

$$r = b,\ \hat{a}_n = \hat{a}_r$$

$$\bar{J}_{msb} = M(b)\hat{a}_\varphi \times \hat{a}_r = -\frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi b}\hat{a}_z$$

if $b \to \infty$ and $a \to 0$ 　　تا آخر فصل ۲ حالات مشابهی بررسی کنید.

$$I_m = \oint \bar{J}_{msa} \cdot d\bar{L} = \int_0^{2\pi} \frac{(\mu_r - 1) I}{2\pi a} \hat{a}_z \cdot r\, d\varphi\, \hat{a}_z \Big|_{r=a} = (\mu_r - 1) I$$

$$I + I_m = I + (\mu_r - 1) I = \mu_r I$$