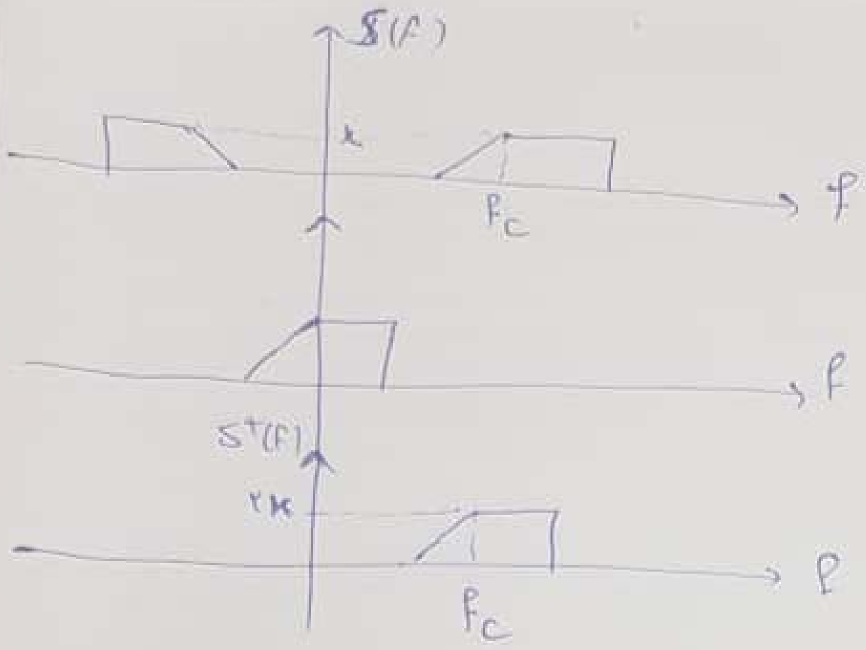
سیگنال های میانگذر



سیگنال S

معادل باند پایه

سیگنال تحلیلی S
سیگنال مختلط است

$$S^+(f) = 2U(f)S(f)$$

$$s^+(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S^+(f)\, e^{j2\pi f t} df = \mathcal{F}^{-1}\{2U(f)\} * \mathcal{F}^{-1}\{S(f)\}$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{2U(f)\} = \delta(t) + \frac{j}{\pi t}$$

$$\underbrace{s^+(t)}_{\text{میانگذر}} = \left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}\right) * s(t) = s(t) + j\underbrace{\hat{s}(t)}_{\text{تبدیل هیلبرت}}$$

$$\underbrace{S_L(f)}_{\text{سیگنال معادل باند پایه}} = S^+(f + f_c) = 2U(f + f_c)S(f + f_c)$$

$$s_L(t) = s^+(t)e^{-j2\pi f_c t} = \left(s(t) + j\hat{s}(t)\right)e^{-j2\pi f_c t}$$

$$= x(t) + jy(t)$$ ⟵ درحالت کلی مختلط

$$= a(t)e^{j\varphi(t)}$$

$$a(t) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi(t) = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$s(t) + j\hat{s}(t) = \left(x(t) + jy(t)\right) \underbrace{e^{j۲\pi f_c t}}_{\cos\ +j\sin} = s_L(t) e^{j۲\pi f_c t}$$

$$s(t) = \mathrm{Re}\left\{s_L(t) e^{j۲\pi f_c t}\right\} = \underbrace{x(t)\cos ۲\pi f_c t - y(t)\sin \omega_c t}_{\text{نمایش تربیعی سیگنال میانگذر}}$$

$$= \mathrm{Re}\left\{a(t) e^{j\varphi(t)} e^{j۲\pi f_c t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{a(t) e^{j(۲\pi f_c t + \varphi(t))}\right\}$$

$$= \underbrace{a(t)}_{\text{پوش}} \cos(۲\pi f_c t + \underbrace{\varphi(t)}_{\text{فاز}})$$

نمایش پوش فاز سیگنال میانگذر

$$\hat{s}(t) = x(t)\sin ۲\pi f_c t + y(t)\cos ۲\pi f_c t$$

$$s_L(t) = x(t) + jy(t) = \left(s(t) + j\hat{s}(t)\right) e^{-j۲\pi f_c t}$$

$$x(t) = s(t)\cos ۲\pi f_c t + \hat{s}(t)\sin \omega_c t$$

$$y(t) = \hat{s}(t)\cos ۲\pi f_c t - s(t)\sin \omega_c t$$

تبدیل فوریه و طیف سیگنال‌های میانگذر

$$S_l(f) = ۲U(f+f_c)S(f+f_c)$$

$$s(t) = \mathrm{Re}\{s_l(t)e^{j۲\pi f_c t}\}$$

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j۲\pi f t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}\{s_l(t)e^{j۲\pi f_c t}\}e^{-j۲\pi f t}dt$$

$$\mathrm{Re}\{z\} = \frac{1}{۲}\{z + z^*\}$$

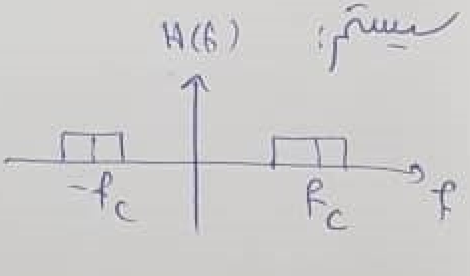
$$S(f) = \frac{1}{۲}\int_{-\infty}^{\infty}\{s_l(t)e^{j۲\pi f_c t} + s_l^*(t)e^{-j۲\pi f_c t}\}e^{-j۲\pi f t}dt$$

$$= \frac{1}{۲}S_l(f-f_c) + \frac{1}{۲}S_l^*(-f-f_c)$$

پاسخ سیستم میانگذر به سیگنال میانگذر

$$r(t) = \mathrm{Re}\{r_l(t)e^{j۲\pi f_c t}\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda \Leftarrow \text{خروجی}$$

سیستم:



$$H(f) = H^*(-f) \longleftarrow \text{سیستم حقیقی}$$

تعریف $$H_l(f-f_c) = \begin{cases} H(f) & f>0 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$H_l^*(-f-f_c) = \begin{cases} 0 & f>0 \\ H^*(-f) & f<0 \end{cases}$$

ح. $$H(f) = H_l(f-f_c) + H_l^*(-f-f_c)$$

$$h(t) = h_l(t) e^{j۲\pi f_c t} + h_l^*(t) e^{-j۲\pi f_c t} = ۲ Re\{h_l(t) e^{j۲\pi f_c t}\}$$

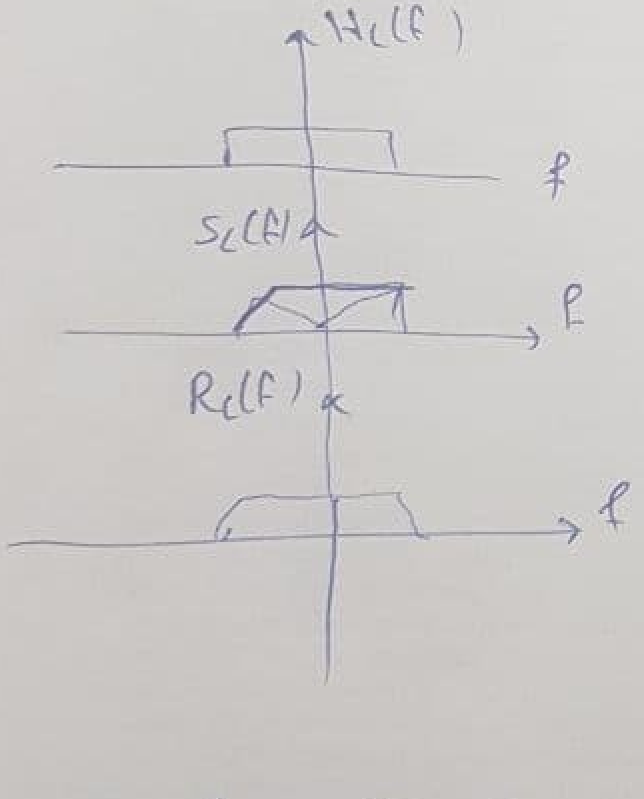
نمایش خروجی

$$R(f) = S(f) H(f)$$

$$= \frac{۱}{۲}\{\underbrace{S_l(f-f_c)}_{f>0} + \underbrace{S_l^*(-f-f_c)}_{f<0}\}\{\underbrace{H_l(f-f_c)}_{f>0} + \underbrace{H_l^*(-f-f_c)}_{f<0}\}$$

$$= \frac{۱}{۲}\{S_l(f-f_c) H_l(f-f_c) + S_l^*(-f-f_c) H_l^*(-f-f_c)\}$$

$$= \frac{۱}{۲} R_l(f-f_c) + \frac{۱}{۲} R_l^*(-f-f_c)$$



$$R_l(f) = H_l(f) S_l(f)$$

$$r_l(t) = s_l(t) * h_l(t)$$

سیگنال باند پایه خروجی مساوی کانولوشن
سیگنال معادل باند پایه ورودی و پاسخ ضربه
سیستم معادل باند پایه است

$$r(t) = h(t) * s(t) \qquad r_l(t) = h_l(t) * s_l(t)$$

می توان محاسبات را در باند پایه انجام داد

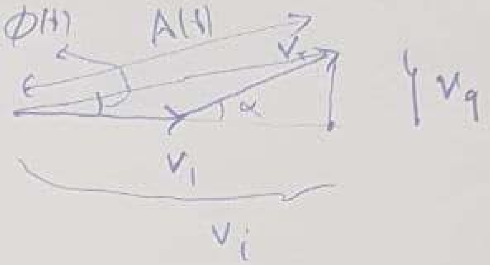
مثال: برای سیگنال باندگذری $V_{bp}(t) = V_1(t)\cos \omega_c t + V_2(t)\cos(\omega_c t + \alpha)$

با استفاده از نمودار فازوری: v_i و V_q و $A(t)$، $\Phi(t)$ را بدست آورید و داریم

($|V_۲(t)| << V_۱(t)$ است) ساده سازی نمایید

$$V_{bp}(t) = A(t)\cos(\omega_c t + \Phi(t))$$

$$= V_i(t)\cos \omega_c t + V_q(t)\sin \omega_c t$$



$$V_i(t) = V_1(t) + V_۲(t)\cos\alpha$$

$$V_q(t) = V_۲ \sin\alpha$$

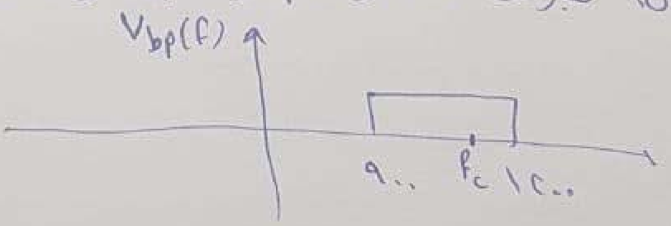
$$A(t) = \sqrt{V_i^۲(t) + V_q^۲(t)} = \sqrt{V_1^۲(t) + ۲V_1(t)V_۲(t)\cos\alpha + V_۲^۲(t)}$$

$$\cong V_1(t) + V_۲(t)\cos\alpha$$

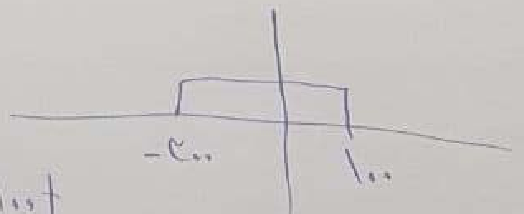
$$\Phi(t) = tg^{-1}\frac{V_q(t)}{V_i(t)} = tg^{-1}\frac{V_۲(t)\sin\alpha}{V_1(t) + V_۲(t)\cos\alpha} = \frac{V_۲(t)\sin\alpha}{V_1(t)}$$

مثال: عبارات $V_i(t)$، $V_q(t)$ و $V_{LP}(t)$ را به ازای $f_c = ۱۲۰۰\,Hz$ و $V_{bp}(t)$ زیر بدست آورید

$$V_{bp}(f) = \begin{cases} 1 & ۹۰۰ < |f| < ۱۳۰۰ \\ ۰ & o.w. \end{cases}$$



$$V_{LP}(f) = \Pi\left(\frac{f + ۱۰۰}{۴۰۰}\right)$$



$$V_{LP}(t) = ۴۰۰ \operatorname{sinc} ۴۰۰ t \, e^{-j۲\pi ۱۰۰ t}$$

$$= ۴۰۰ \operatorname{sinc} ۴۰۰ t \cos ۲\pi ۱۰۰ t - j ۴۰۰ \operatorname{sinc} ۴۰۰ t \sin ۲\pi ۱۰۰ t$$

$$= V_i(t) + jV_q(t)$$

قراردادهای پیام آنالوگ $x(t)$

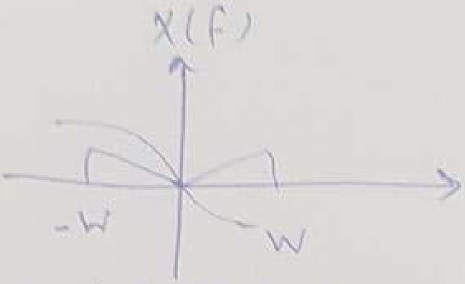
سیگنال باند پایه پهنای باند W

فرض می‌شود که $|x(t)| \leq 1$

فرض می‌شود که $S_x = \langle x^2(t) \rangle \leq 1$

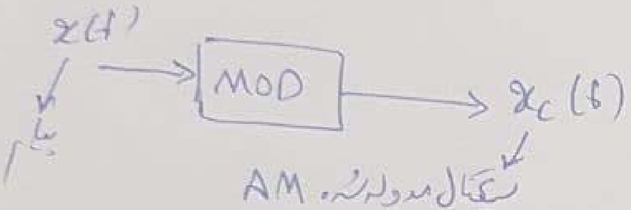
فرض می‌شود که $\langle x(t) \rangle = 0$

مدولاسیون AM استاندارد



$$x(t) = \underbrace{A(t)}\cos(\omega_c t + \varphi(t))$$

پوش $|A(t)| = A(t)$ $\boxed{+}$



$f_c \gg W$

$$x_c(t) = A_c\{1 + \mu x(t)\}\cos\omega_c t$$

$$= A_c \cos\omega_c t + A_c \mu x(t)\cos\omega_c t$$

$\overset{+}{A_c\{1+\mu x(t)\}}$ ← پوش

$\cos\omega_c t$ ← حامل

A_c ← دامنه حامل مدوله نشده

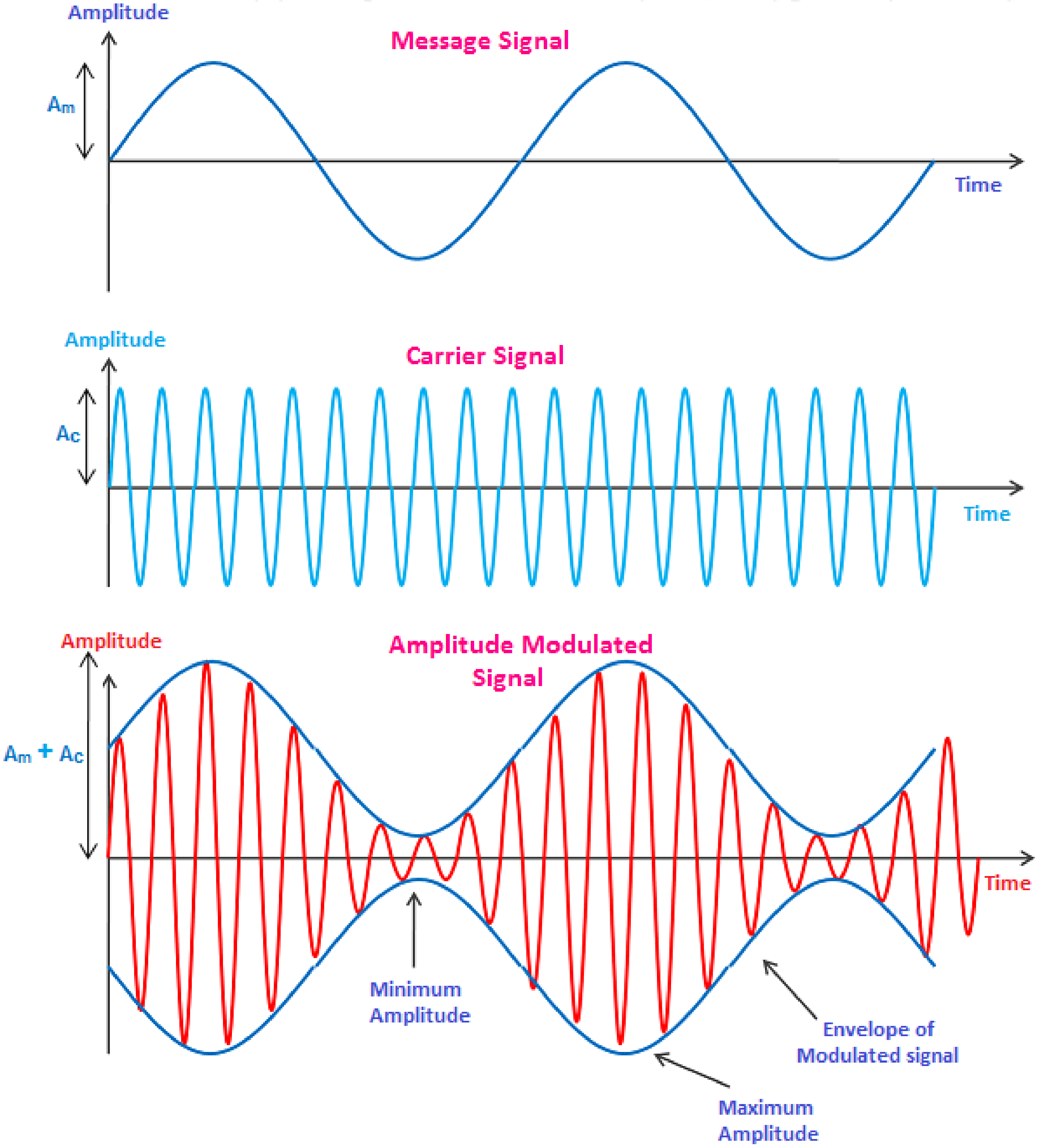
$1 \geq \mu$ ← شاخص مدولاسیون

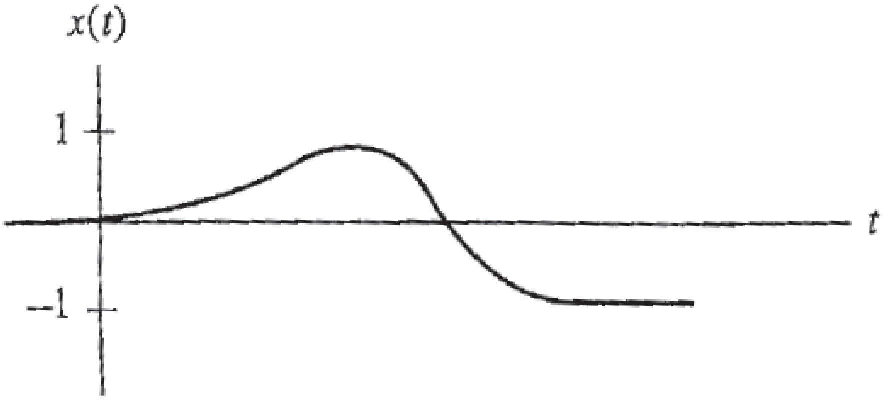
$$x_c(t) = x_{ci}(t)\cos\omega_c t - x_{cq}(t)\sin\omega_c t$$

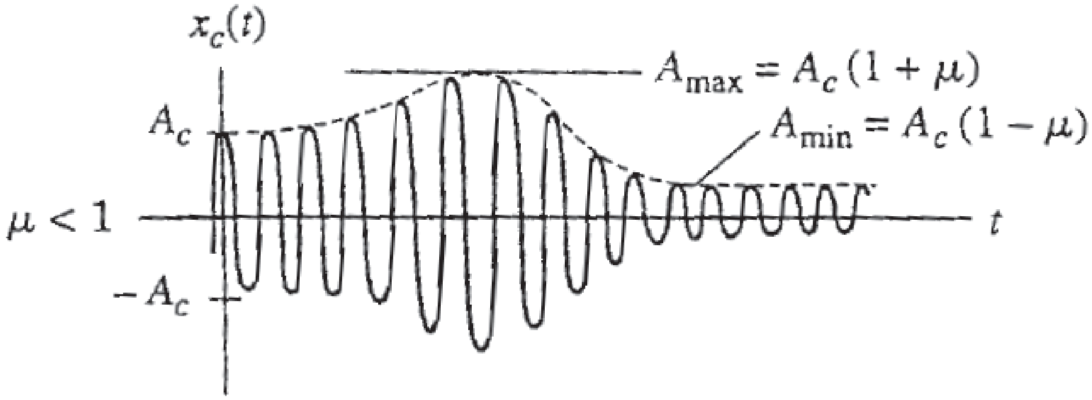
$$= A_c\{1 + \mu x(t)\}\cos\omega_c t$$

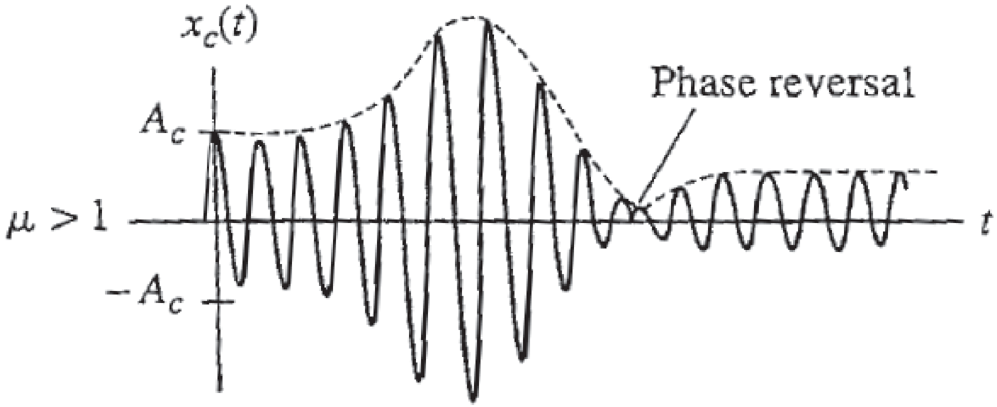
$$\Rightarrow \begin{cases} x_{ci}(t) = A_c\{1 + \mu x(t)\} \\ x_{cq}(t) = 0 \end{cases}$$

$$s(t) = [A_c + A_m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$$




$x(t)$
1
-1
t

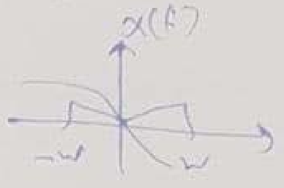

$x_c(t)$
$A_{\max} = A_c\,(1 + \mu)$
$A_{\min} = A_c\,(1 - \mu)$
A_c
$\mu < 1$
t
$-A_c$


$x_c(t)$
Phase reversal
A_c
$\mu > 1$
t
$-A_c$

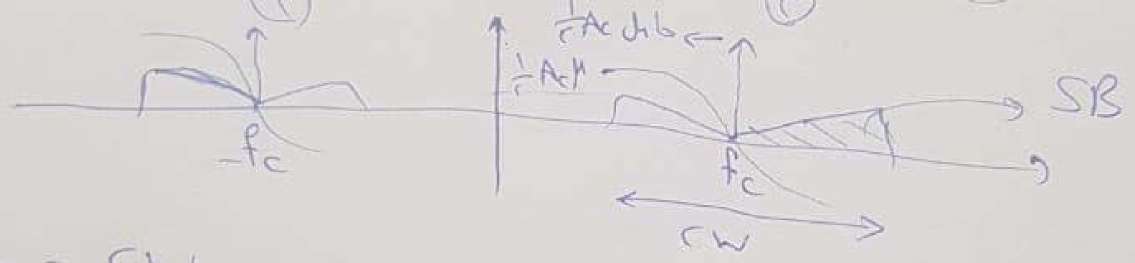
حوزه فرکانس

$$x_c(t) = A_c\{1+\mu x(t)\}\cos\omega_c t = \underbrace{A_c\cos\omega_c t}_{①} + \underbrace{A_c\mu x(t)\cos\omega_c t}_{②}$$

$$\begin{cases} x(t) \longrightarrow X(f) \\ \cos\omega_c t \longrightarrow \frac{1}{2}\delta(f-f_c)+\frac{1}{2}\delta(f+f_c) \\ x(t)\cos\omega_c t \longrightarrow \frac{1}{2}X(f-f_c)+\frac{1}{2}X(f+f_c) \end{cases}$$



$$\Rightarrow X_c(f) = \underbrace{\frac{A_c}{2}\{\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\}}_{①} + \underbrace{\frac{A_c\mu}{2}\{X(f-f_c)+X(f+f_c)\}}_{②}$$



$B_T = 2W$ ←

برای انتقال x(t) با AM دو برابر زمانی که در باند پایه ارسال می‌کنیم پهنای باند لازم داریم

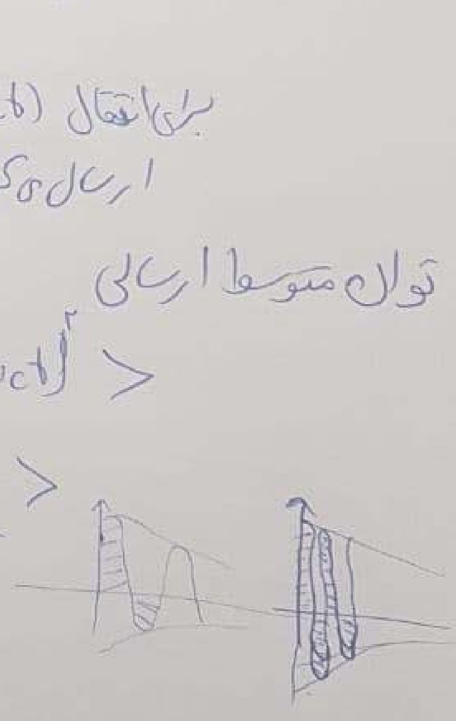
توان متوسط ارسالی

$$S(t) = \langle x_c^2(t)\rangle = \langle (A_c\{1+\mu x(t)\}\cos\omega_c t)^2\rangle$$

$$= \langle \frac{1}{2}A_c^2 + \cancel{A_c^2\mu x(t)} + \frac{1}{2}A_c^2\mu^2 x^2(t)\rangle$$

$$+ \frac{1}{2}A_c^2\langle \cancel{(1+\mu x(t))^2\cos 2\omega_c t}\rangle$$

$$= \frac{1}{2}A_c^2\{1+\mu^2 S_x\}$$



$P_c = \frac{1}{2}A_c^2$ ← توان حامل

$P_{SB} = \frac{1}{4}A_c^2\mu^2 S_x$ ← باند $\Longrightarrow S_T = P_c + 2P_{SB}$

$$\Longrightarrow \frac{2P_{SB}}{S_T} = \frac{\mu^2 S_x}{1+\mu^2 S_x} \leq \frac{1}{2} \rightarrow$$ حداقل ۵۰ درصد توان ارسالی صرف ارسال حامل می‌شود

مدولاسیون DSB

حذف حامل ← جلوگیری از اتلاف توان

$$x(t) \rightarrow \boxed{\text{MOD}} \rightarrow x_c(t)$$

سیگنال DSB

$x_c(t) = A_c x(t) \cos \omega_c t \rightarrow x_{ci}(t) = A_c x(t)$ && $x_{cq}(t) = 0$

$$X_c(f) = \frac{1}{2} A_c X(f-f_c) + \frac{1}{2} A_c X(f+f_c)$$

$$\begin{cases} A(t) = A_c |x(t)| \\ \phi(t) = \begin{cases} 0 & x(t) \geq 0 \\ \pm 180 & x(t) < 0 \end{cases} \end{cases}$$

برخلاف AM استاندارد $\underbrace{\text{پوش همیشه مثبت نیست}}_{\text{وارونگی فاز}}$

$$S_T = 2P_{SB} = \frac{1}{2} A_c^2 S_x$$

محدودیت توان ماکزیمم پوش A_{max}^2

$A_{max} = A_c$ ← DSB برای

$A_{max} = 2A_c$ ← AM استاندارد برای

$$\underbrace{\frac{P_{sb}}{A_{max}^2}}_{\text{نسبت توان کناره‌ها به توان پوش}} = \begin{cases} \frac{S_x}{4} & \text{DSB} \\ \frac{S_x}{16} & \text{AM با } \mu=1 \end{cases}$$

۴ برابر

مثال: یک فرستنده رادیویی با $S_T \leq 3\,kW$ و $A_{max}^2 \leq 8000\ watts$ را در نظر بگیرید
فرض کنید $x(t)=A_m \cos w_m t$ با $S_x=\frac{1}{2}A_m^2=\frac{1}{2}$ - ماکزیمم توان کناری شما را برای DSB و AM استاندارد بیابید

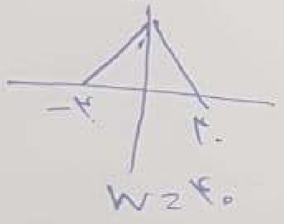
$$P_{SB}=\frac{1}{2}S_T=1.5\,kW$$

$$P_{SB}=\frac{A_{max}^2 S_x}{4}=\frac{1}{8}A_{max}^2=1\,kW \rightarrow P_{SB}\leq 1\,kW$$

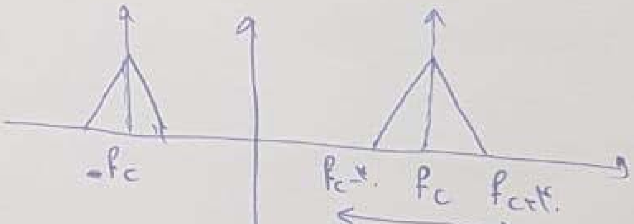
مثال: می‌خواهیم سیگنال $x(t)=\text{sinc}^2 40t$ را به صورت AM استاندارد با $\mu=1$ ارسال کنیم
طیف $x_c(t)$ و پهنای باند آن را بیابید. فرض کنید $f_c=1000\,Hz$ باشد و $A_c=1$

$$x_c(t)=A_c\{1+\mu x(t)\}\cos w_c t$$

$$X(f)=\frac{1}{40}\Lambda\left(\frac{f}{40}\right)$$



$W=40$



$$B_T=80$$
$$=2W$$

مثال: در یک فرستنده رادیویی حداکثر توان پوش 4 kW است. حداکثر μ برای موج AM مدوله شده با یک آهنگ و $S_T=1\,kW$ را بیابید

$$S_x=\frac{1}{2}$$

$$S_T=\frac{1}{2}A_c^2\left\{1+\frac{\mu^2}{2}\right\}=1\,kW \rightarrow A_c^2=\frac{4}{2+\mu^2}$$

$$A_{max}^2=(1+\mu)^2A_c^2=4\,\frac{(1+\mu)^2}{2+\mu^2}\leq 4\,kW$$

$$\Rightarrow \mu < 0.5$$

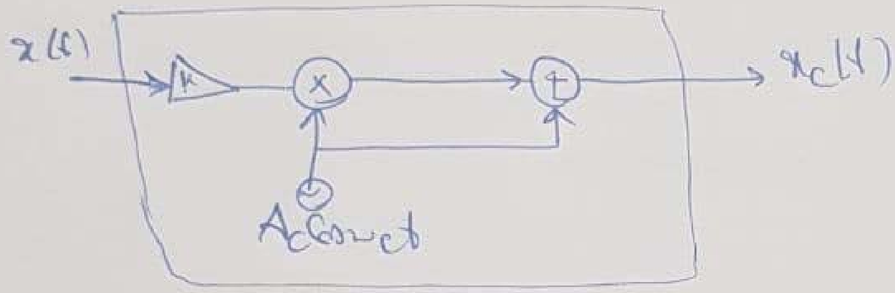
مدولاتورها

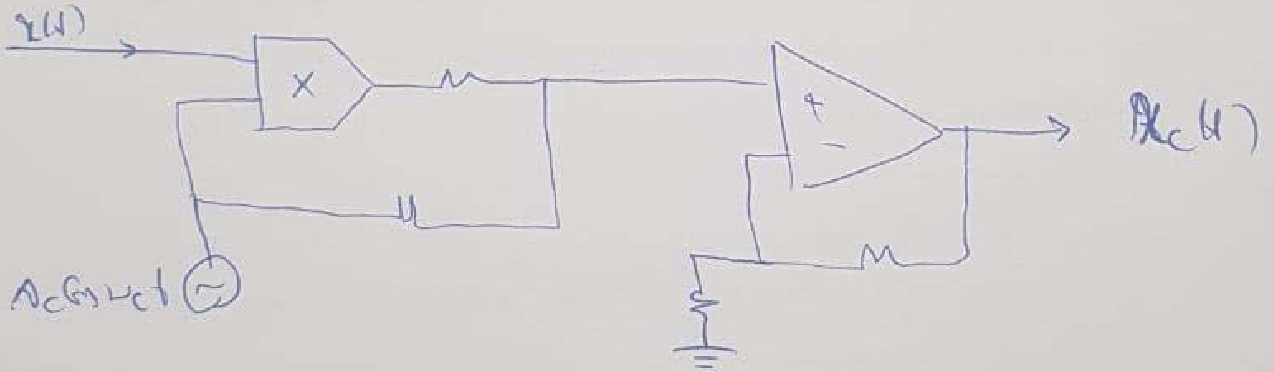
ساخت سیگنال مدوله شده

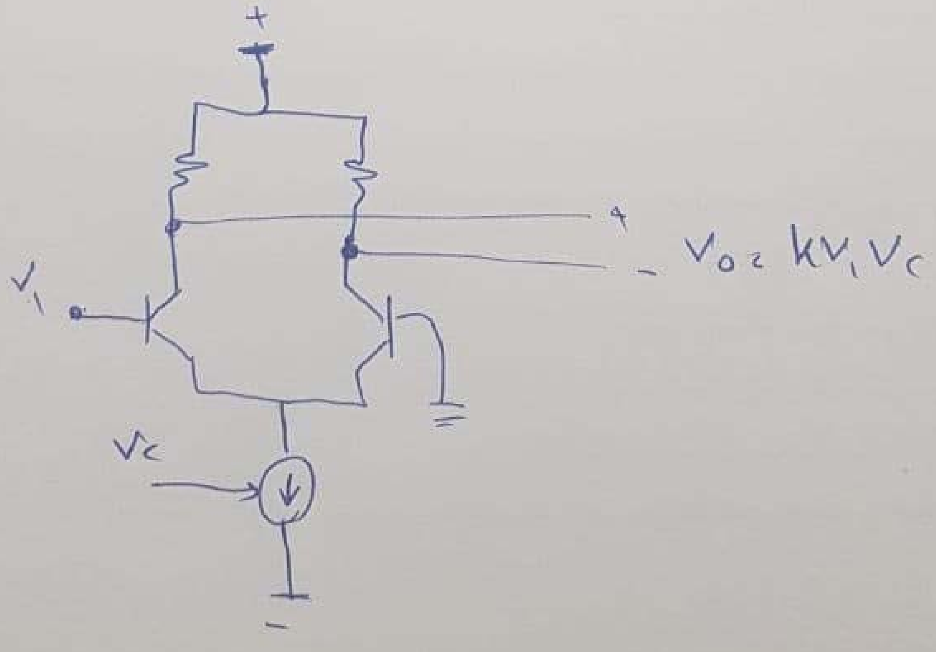
$$x(t) \rightarrow \boxed{MOD} \rightarrow x_c(t)$$

مدولاتورهای حاصلضربی

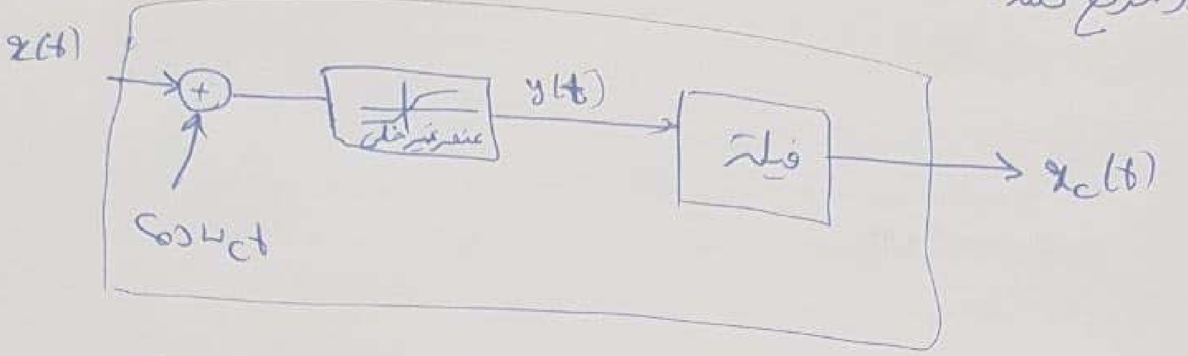
$$x_c(t) = A_c\{1+\mu x(t)\}\cos\omega_c t = A_c\cos\omega_c t + A_c\mu x(t)\cos\omega_c t$$

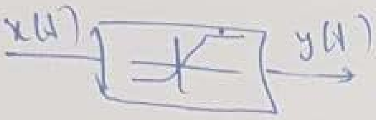






مدولاتور مربع کننده





$$y(t) = \sum a_n x^n(t) = a_۰ + a_۱ x(t) + a_۲ x^۲(t) + \dots$$

$$a_n \xrightarrow[n\to\infty]{} ۰$$

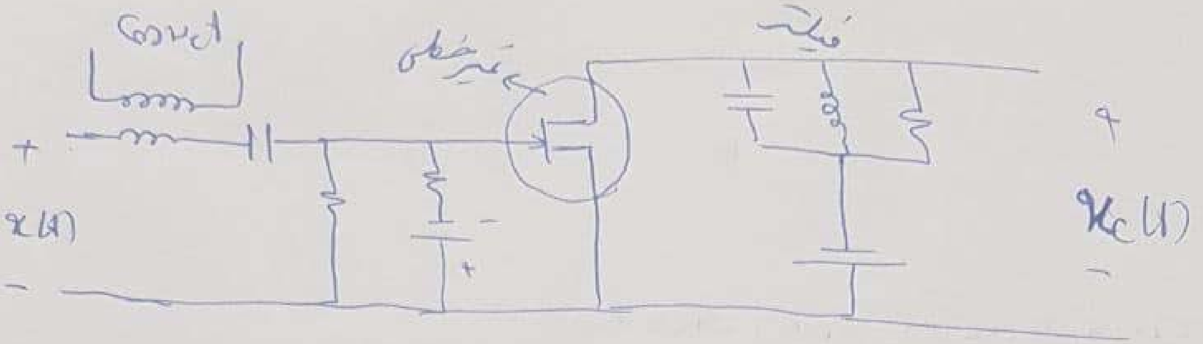
$$y(t) = a_۰ + a_۱(x(t)+\cos\omega_c t) + a_۲(x(t)+\cos\omega_c t)^۲ + a_۳(x(t)+\cos\omega_c t)^۳ + \dots$$

$$= a_۰ + a_۱ x(t) + \underline{a_۱\cos\omega_c t} + a_۲ x^۲(t) + \underline{۲a_۲ x(t)\cos\omega_c t} + \frac{۱}{۲}a_۲ + \frac{۱}{۲}\cos ۲\omega_c t$$

$$+ a_۳ x^۳(t) + \frac{a_۳}{۴}\cos ۳\omega_c t + \frac{۳a_۳}{۴}\cos\omega_c t + ۳a_۳ x^۲(t)\cos\omega_c t$$

$$+ ۳a_۳ x(t)\cos ۲\omega_c t + \frac{۳}{۲}a_۳ x(t) + \dots$$

$$\begin{cases} A_c\cos\omega_c t \\ A_c\mu x(t)\cos\omega_c t \end{cases} \quad \begin{cases} a\cos\omega_c t \\ a' x(t)\cos\omega_c t \end{cases} \Bigg\} x_c(t) = A_c\{۱+\mu x(t)\}\cos\omega_c t$$



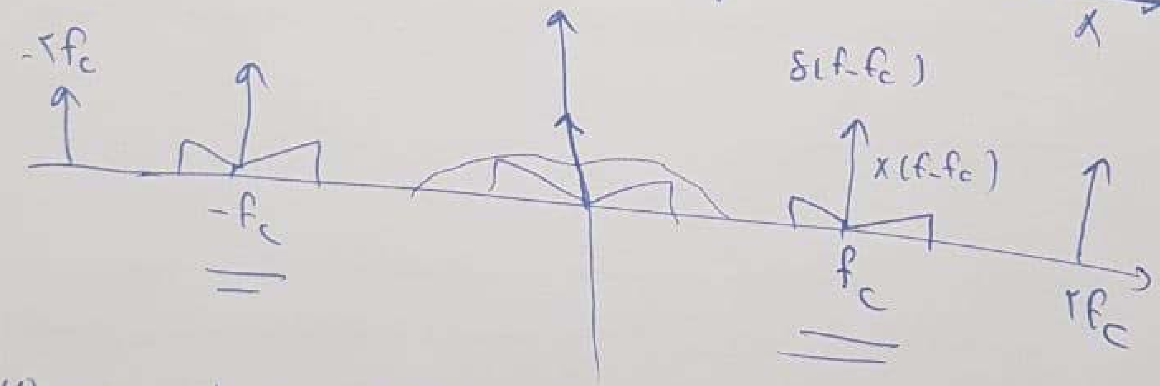
$$V_o(t) = a_1 V_i(t) + a_۲ V_i^۲(t)$$

$$V_i(t) = x(t) + \cos\omega_c t$$

$$\Rightarrow V_o(t) = a_1 x(t) + a_1\cos\omega_c t + a_۲ x^۲(t) + ۲a_۲ x(t)\cos\omega_c t + \frac{a_۲}{۲} + \frac{a_۲}{۲}\cos ۲\omega_c t$$

$$= \underbrace{\frac{a_۲}{۲} + a_1 x(t) + a_۲ x^۲(t)}_{\text{حول صفر}} + \underbrace{a_1\cos\omega_c t + ۲a_۲ x(t)\cos\omega_c t}_{\text{حول } \omega_c} + \underbrace{\frac{a_۲}{۲}\cos ۲\omega_c t}_{\text{حول } ۲\omega_c}$$

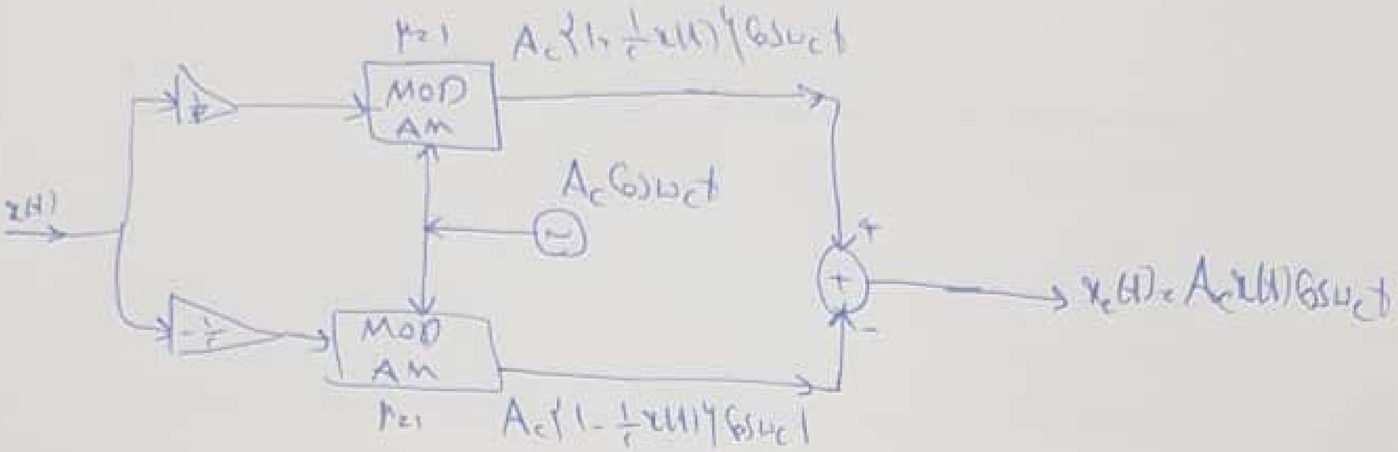
$\times$ $\qquad$ $\underline{\cos\omega_c t \quad x(t)\cos\omega_c t}$ ✓ $\qquad$ $\underline{\cos ۲\omega_c t}$ $\times$



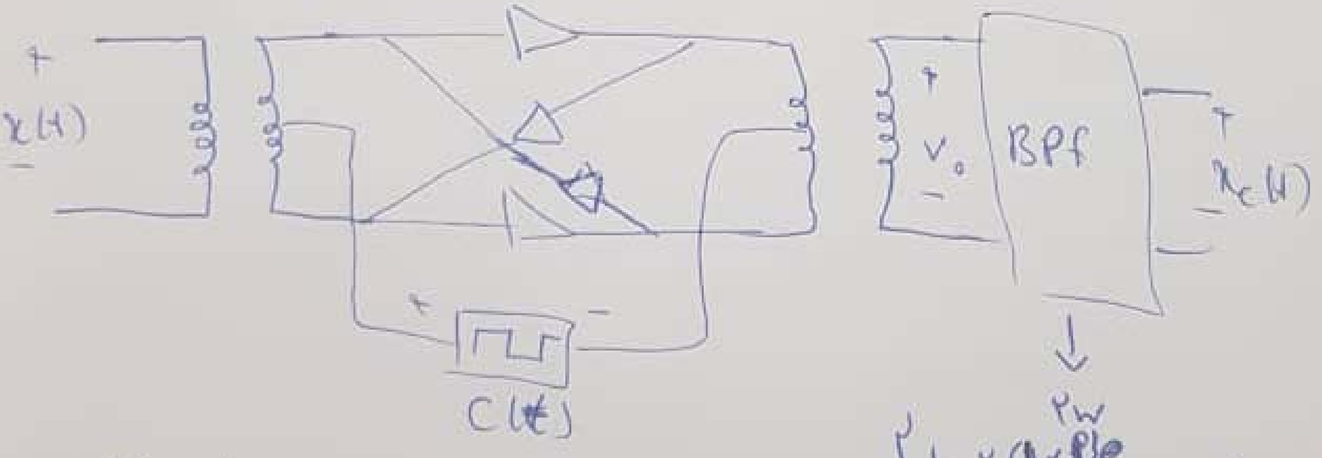
$$x_c(t) = a_1\cos\omega_c t + a_۲ x(t)\cos\omega_c t$$

$$= \underbrace{a_1}_{A_c}\Big(1 + \underbrace{\frac{a_۲}{a_1}}_{\mu} x(t)\Big)\cos\omega_c t$$

مدولاتور متعادل، مربع کامل $V_o = aV_i(t)$ وجود ندارد
DSB به کمک مدولاتور AM ساخته می‌شود



مدولاتور حلقوی یا متعادل مضاعف



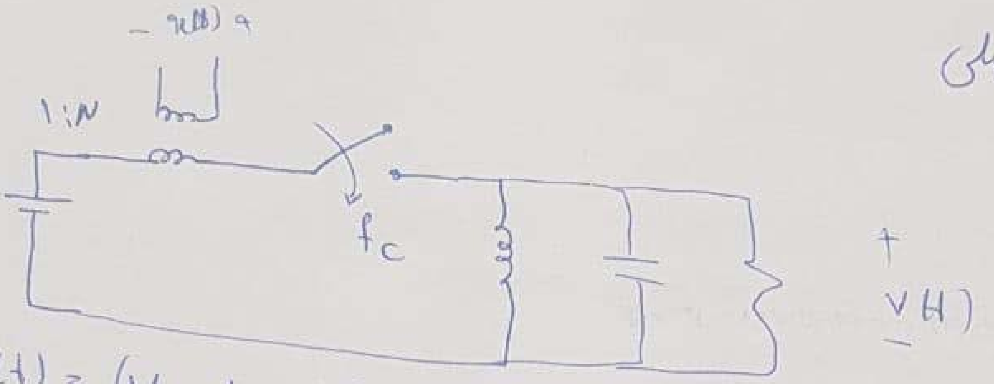
$C(t)\ +1 \longrightarrow V_o = x(t)$
$C(t)\ -1 \longrightarrow V_o = -x(t)$

2W
$[1+2($[illegible]$)f_c$

[illegible]

$$V_o(t) = \frac{4}{\pi}x(t)\cos\omega_c t - \frac{4}{3\pi}x(t)\cos 3\omega_c t + \frac{4}{5\pi}x(t)\cos 5\omega_c t - \cdots$$

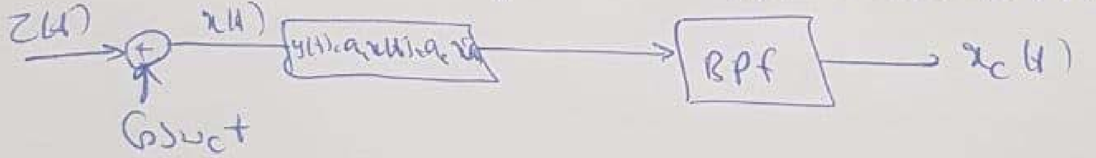
مدولاتور قطع و وصلی



$$v(t) = (V + Nx(t))\cos\omega_c t$$

تنظیم برای تشدید در فرکانس f_c

مثال: سیگنال $z(t) = \frac{1}{5}\cos 2\pi 240 t + \frac{1}{2}\cos 2\pi 120 t$ به ورودی سیستم زیر اعمال شده است فرض کنید $f_c = 10\text{kHz}$ باشد. فرکانس مرکزی و پهنای باند فیلتر را چگونه تعیین کنید که سیگنال خروجی AM استاندارد باشد. برای $A_c = 20$ و $\mu = \frac{3}{4}$ مقادیر پارامترها را بیابید



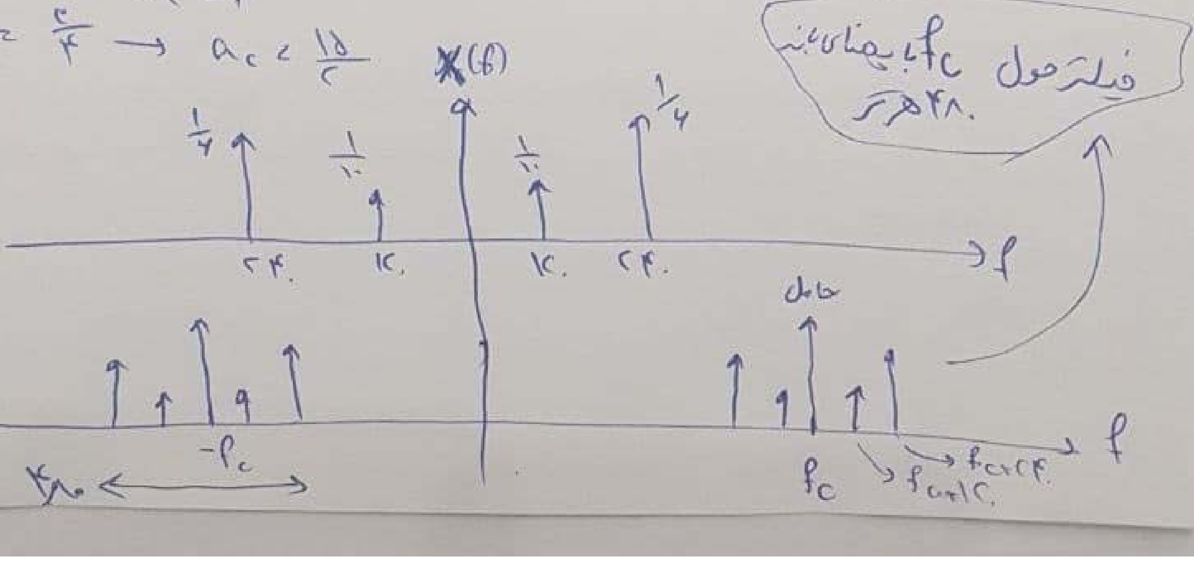
$$x(t) = z(t) + \cos\omega_c t \Rightarrow y(t) = a_1(z(t)+\cos\omega_c t) + a_2(z(t)+\cos\omega_c t)^2$$

$$= \underbrace{\times\times\times}_{\text{حول صفر}} + a_1\cos\omega_c t + 2a_2 z(t)\cos\omega_c t + \underbrace{\times\times\times}_{\text{حول } 2f_c}$$

$$x_c(t) = a_1\left\{1 + \frac{2a_2}{a_1}z(t)\right\}\cos\omega_c t = A_c\{1+\mu x(t)\}\cos\omega_c t$$

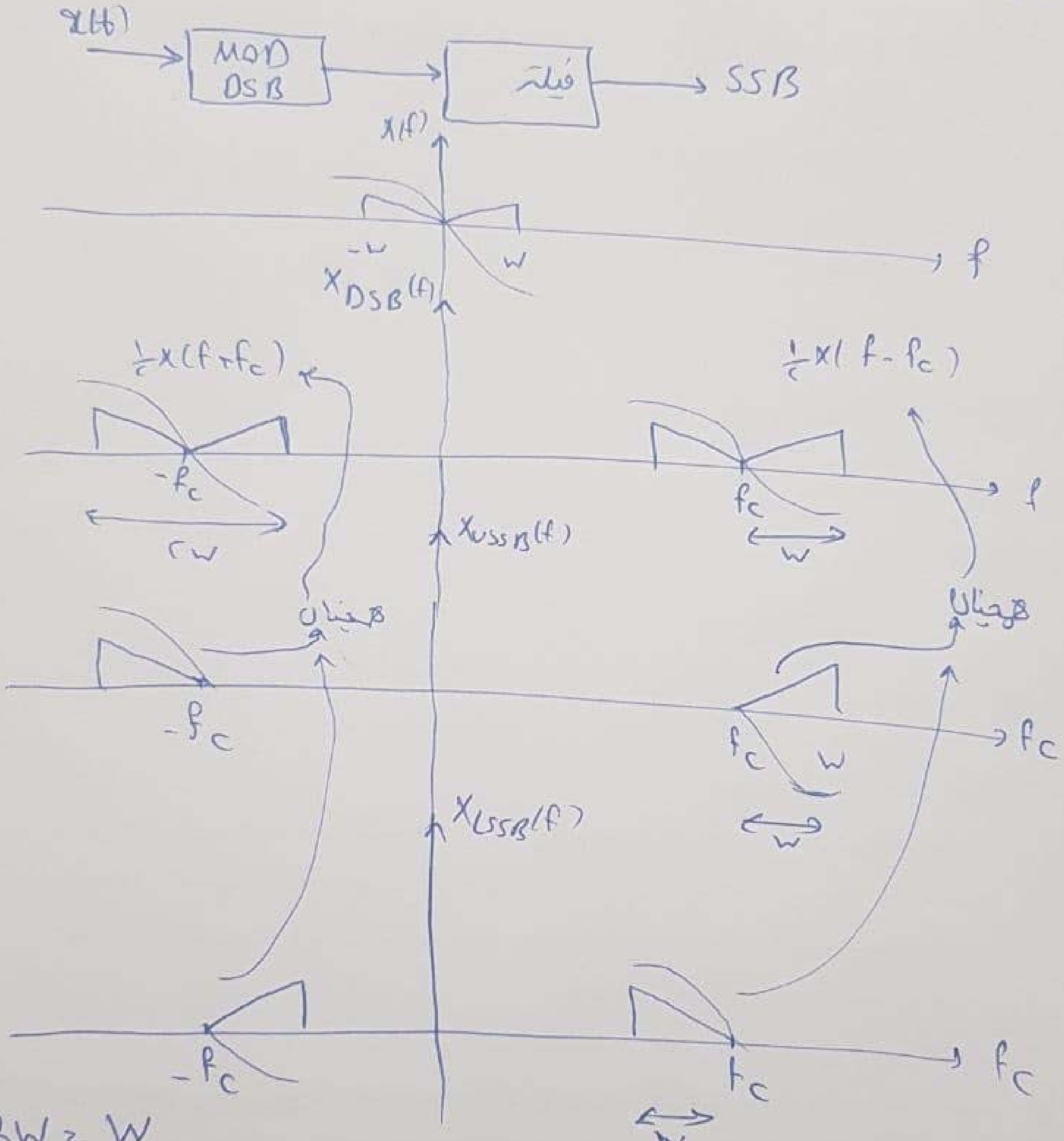
$A_c = a_1 \rightarrow a_1 = 20$

$\mu = \frac{2a_2}{a_1} = \frac{3}{4} \rightarrow a_2 = \frac{15}{2}$



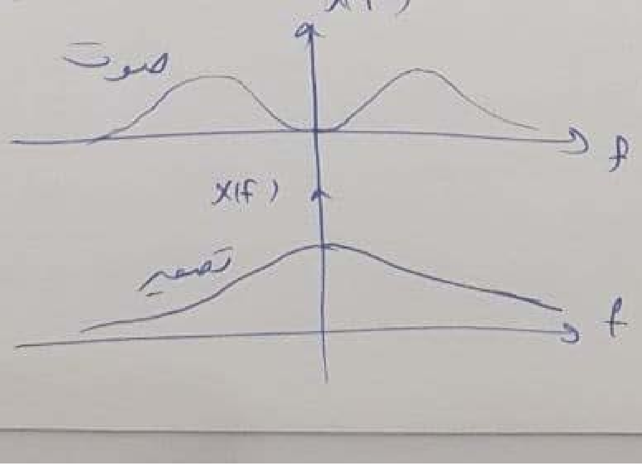
مدولاسیون SSB

کنار باندهای DSB متقارن هستند و کل اطلاعات پیام را دارند ← می توان یکی را حذف کرد



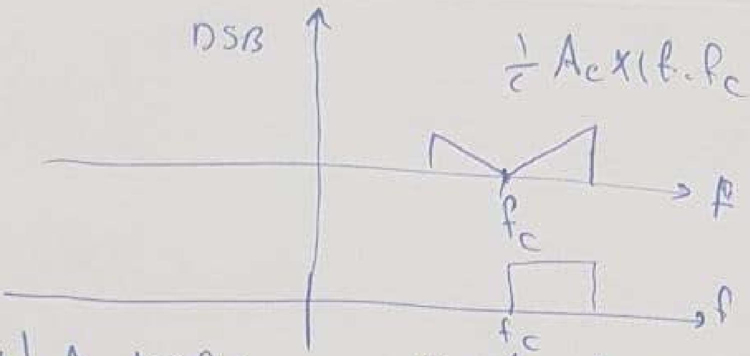
$B_T = BW = W$

$S_T = P_{SB} = \frac{1}{4} A_c^2 S_x$



نکته

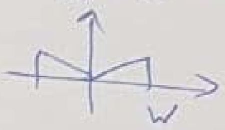
فیلتر رحب اهمیت دارد



$X_{Lp}(f) = 2\times\frac{1}{2}A_c X(f) \rightarrow X_{Lp}(t) = 2\times\frac{1}{2}A_c x(t)$

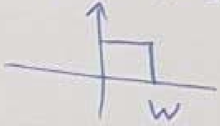
$= A_c X(f) \qquad = A_c x(t)$

معادل باند پایه DSB

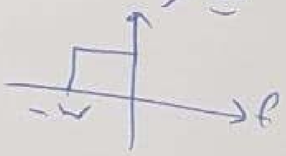


$H_{Lp}(f) = H_{Bp}(f+f_c)\,u(f+f_c) = u(f)-u(f-W)$

فیلتر USSB



فیلتر LSSB



$H_{Lp}(f) = u(f+W)-u(f)$

$\Longrightarrow H_{Lp}(f) = \frac{1}{2}(1\pm \mathrm{sgn}(f)) \qquad |f|<W$

خروجی فیلتر که SSB است

$Y_{Lp}(f) = X_{Lp}(f)\,H_{Lp}(f) = \frac{1}{4}A_c\{1\pm \mathrm{sgn}(f)\}X(f)$

$= \frac{1}{4}A_c X(f) \pm \frac{1}{4}A_c\,\mathrm{sgn}(f)X(f)$

$y_{Lp}(t) = \frac{1}{4}\{A_c x(t) \pm jA_c\hat{x}(t)\}$

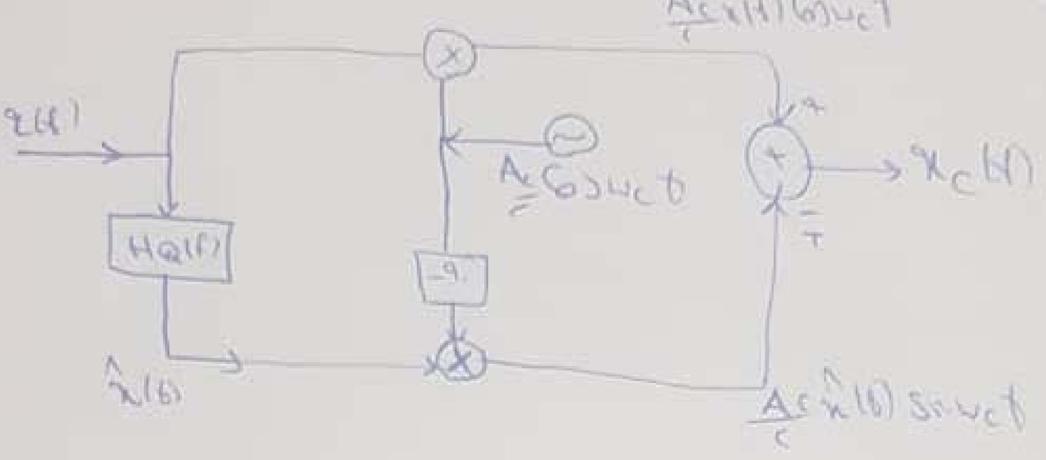
$x_c(t) = y_{bp}(t) = \mathrm{Re}\{y_{Lp}(t)e^{j2\pi f_c t}\}$

$= \frac{1}{2}A_c\{x(t)\cos w_c t \underset{\underset{LSSB}{\downarrow}}{\overset{\overset{USSB}{\uparrow}}{\mp}} \hat{x}(t)\sin w_c t\}$

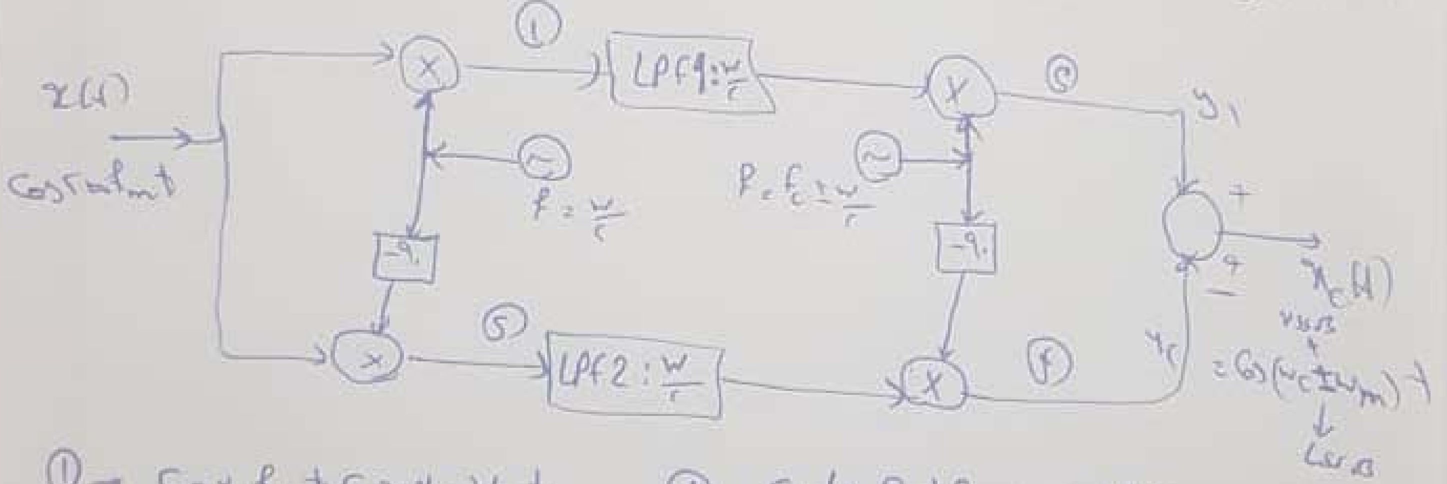
$\begin{cases} x_{ci}(t) = \frac{1}{2}A_c x(t) \\ x_{cq}(t) = \pm\frac{1}{2}A_c\hat{x}(t) \end{cases} \qquad A(t) = \frac{1}{2}A_c\sqrt{x^2(t)+\hat{x}^2(t)}$

مدولاتورها

روش تغییر فاز



مدولاتور SSB ویور



① → $\cos ۲\pi f_m t \cos ۲\pi \frac{W}{۲} t$ ③ → $\cos(۲\pi f_m t ~~\;~~ ۲\pi \frac{W}{۲} t) \cos ۲\pi (f_c \pm \frac{W}{۲}) t$

$$y_1(t) = \frac{1}{۴}\left[\cos ۲\pi (f_c \pm \frac{W}{۲} - \frac{W}{۲} + f_m) t + \cos ۲\pi (f_c \pm \frac{W}{۲} + \frac{W}{۲} - f_m) t\right]$$

$$y_2(t) = \frac{1}{۴}\left[\cos ۲\pi (f_c \pm \frac{W}{۲} - \frac{W}{۲} + f_m) t - \cos ۲\pi (f_c \pm \frac{W}{۲} + \frac{W}{۲} - f_m) t\right]$$

USSB + → $x_c(t) = \frac{1}{۲} \cos ۲\pi (f_c + f_m) t$

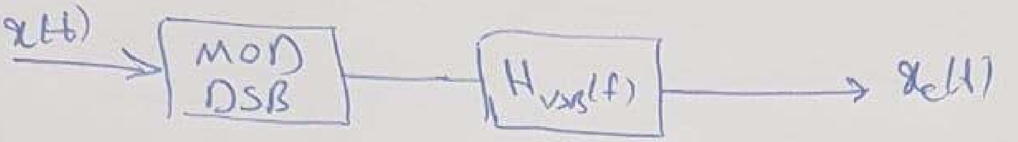
LSSB − → $x_c(t) = \frac{1}{۲} \cos ۲\pi (f_c - f_m) t$

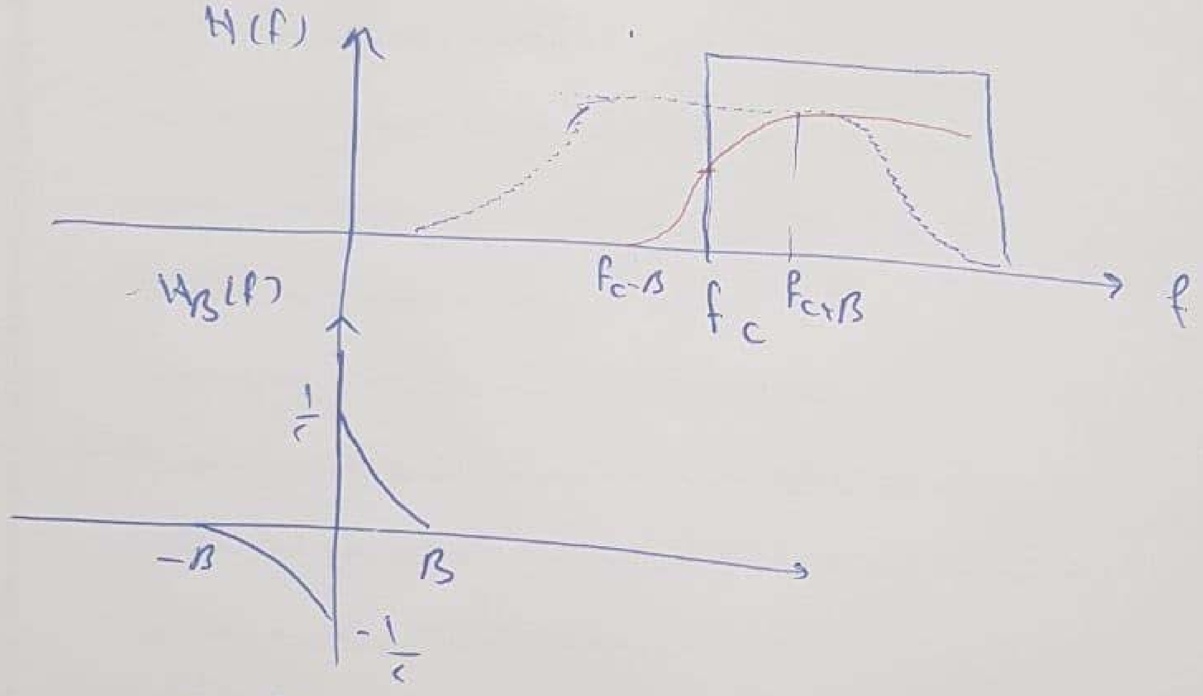
مدولاسیون VSB

برای سیگنال های که مولفه های فرکانس پایین زیادی دارند SSB خیلی خوب جواب نمی ده

DSB هم پهنای باند زیادی خواهد

فیلتر DSB به گونه ای که یک کنار باند کامل عبور کنه و از کنار باند دیگر فقط بخشی عبور کنه



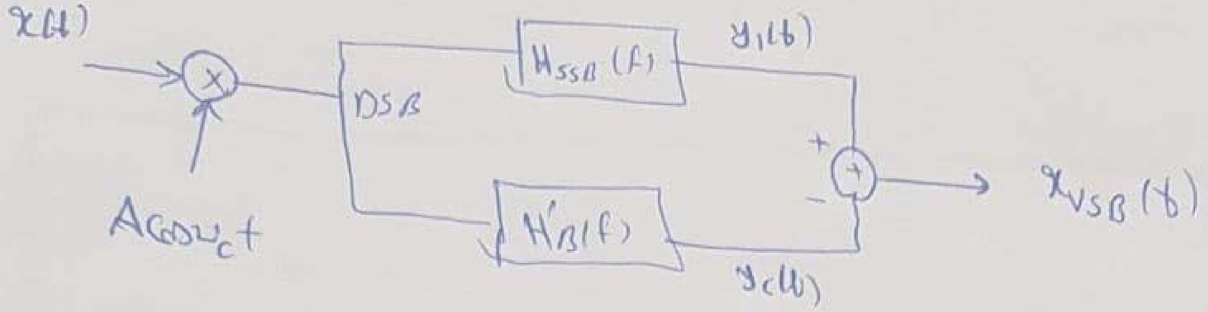


تقارن فرد

$$H(f) = u(f-f_c) - H_B(f-f_c) \qquad f>0$$

$$\begin{cases} H_B(-f) = -H_B(f) \\ H_B(f) = 0 \qquad |f|>B \end{cases}$$

$$B_T = W + B \approx W$$



$$y_1(t) = \frac{1}{٢} A\, x(t) \cos\omega_c t - \frac{1}{٢} A\, \hat{x}(t) \sin\omega_c t$$

$$Y_٢(f) = \frac{A}{٢}\{X(f-f_c)+X(f+f_c)\} H'_B(f)$$

$$Y_٢(f) = \frac{A}{٢}\{X(f-f_c)H_B(f-f_c)+X(f+f_c)H_B(f+f_c)\}$$

$$= \frac{A}{٢}\{X(f)H_B(f)\} \star \{\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\}$$

$\times ٢j$
$\div ٢j$

$$y_٢(t) = \frac{A}{٢} x_B(t) \sin\omega_c t$$

$$x_B(t) = \mathcal{F}^{-1}\{٢j\, X(f) H_B(f)\} = ٢j \int_{-B}^{B} H_B(f) X(f) e^{j\omega t} df$$

$$\boxed{\underset{B \ll W}{\cong} 0 \quad \cong SSB}$$

$$\boxed{\underset{\text{بزرگ}\, B}{\approx} DSB}$$

$$x_c(t) = \frac{1}{٢} A_c \{\underbrace{x(t)}_{x_i(t)} \cos\omega_c t - (\underbrace{x_B(t)+\hat{x}(t)}_{x_q(t)}) \sin\omega_c t\}$$

$$\frac{1}{٤} A_c^٢ S_x < S_T \le \frac{1}{٢} A_c^٢ S_x$$

اگر یک موج حامل به VSB اضافه شود VSB+C را خواهیم داشت

در واقع اعمال موج AM استاندارد به فیلتر کناره باند ردی منجر به VSB+C می‌شود

$$x_c(t) = A_c\left\{ [1+\mu x(t)]\cos\omega_c t - \mu x_q(t)\sin\omega_c t \right\}$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{پوش}}}{A(t)} = \sqrt{x_{ci}^2(t) + x_{cq}^2(t)} = A_c\{1+\mu x(t)\}\sqrt{1+\left(\frac{\mu x_q(t)}{1+\mu x(t)}\right)^2}$$

اگر μ بزرگ باشد و B خیلی کوچک باشد $\Leftarrow |\mu x_q(t)| << 1$

$$A(t) = A_c\{1+\mu x(t)\}$$

مثال: یک سیستم مدولاسیون با مشخصه غیرخطی سیگنال زیر را تولید کرده است:

$$x_c(t) = a k^2 (v(t) + A\cos\omega_c t)^2 - b(v(t) - A\cos\omega_c t)^2$$

اگر $v(t) = x(t)$ سیگنال پیام باشد و f_c فرکانس حامل باشد نشان دهید برای یک مقدار k می‌توان بدون فیلتر کردن سیگنال DSB تولید کرد

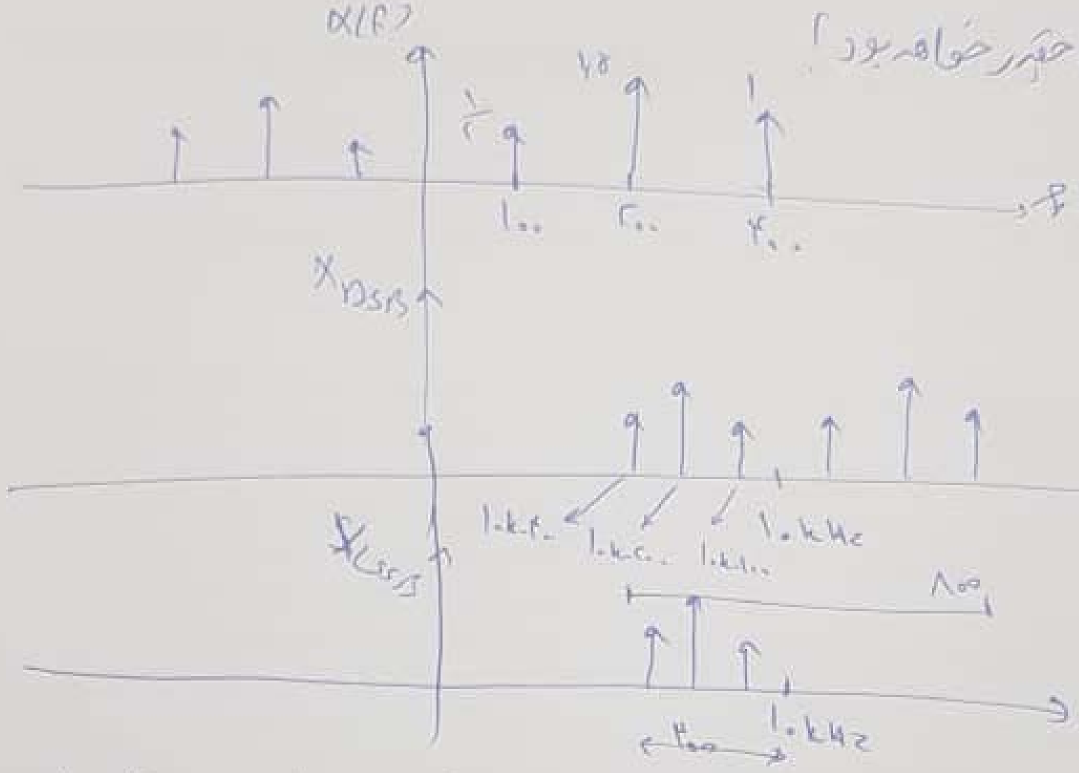
$$x_c(t) = a k^2 (x(t) + A\cos\omega_c t)^2 + b(x(t) - A\cos\omega_c t)^2$$

$$= \underbrace{(ak^2 - b)}_{0}(x^2(t) + A^2\cos^2\omega_c t) + 2A(ak^2+b)\,x(t)\cos\omega_c t$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{b}{a}} \rightarrow x_c(t) = 4Ab\,x(t)\cos\omega_c t$$

مثال: سیگنال $x(t) = \cos ۲\pi ۱۰۰ t + ۳ \cos ۲\pi ۲۰۰ t + ۲ \cos ۲\pi ۴۰۰ t$ به ورودی یک سیستم LSSB داده شده است. با فرض فرکانس حامل طیف سیگنال LSSB را رسم
$f_c = ۱۰ kHz$

توان سیگنال چقدر خواهد بود!



$$S_T = \frac{۱}{۴} A_c^۲ S_x = \frac{۱}{۴} A_c^۲ \left\{ \frac{۱}{۲} + \frac{۹}{۲} + \frac{۴}{۲} \right\} = \frac{۷}{۴} A_c^۲$$

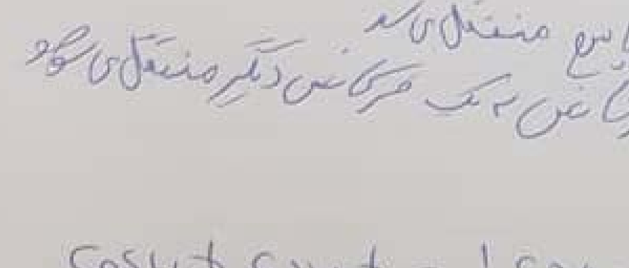
انتقال فرکانسی و آشکارسازی

مدولاسیون ← طیف سیگنال پیام به فرکانس های بالا منتقل می شد

آشکارساز ← طیف فرکانس بالا به فرکانس پایین منتقل می شد

انتقال فرکانسی ← طیف سیگنال از یک فرکانس به یک فرکانس دیگر منتقل می شود

$$\cos \omega_۱ t \cos \omega_۲ t = \frac{۱}{۲} \cos(\omega_۱ - \omega_۲) t + \frac{۱}{۲} \cos(\omega_۱ + \omega_۲) t$$



مبدل فرکانسی یا مخلوط کننده فرکانسی

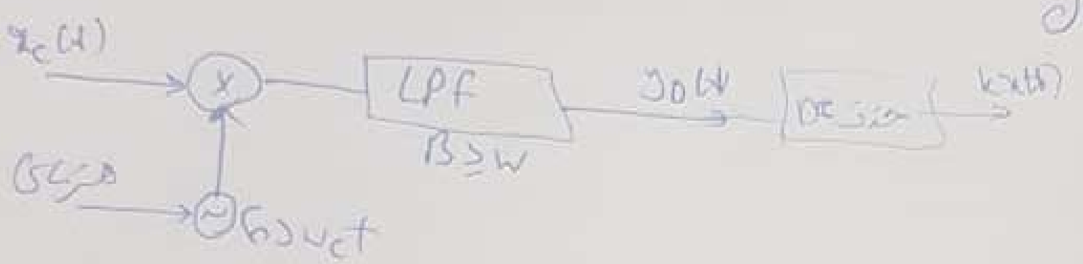
هتروداین یا مخلوط کردن

آشکارسازی همزمان

سیگنال مدوله شده دریافتی در یک سینوسی که در گیرنده تولید شده است ضرب می‌شود و سپس از یک فیلتر پایین گذر عبور داده می‌شود $B \geq W$

فرض می‌شود نوسان‌ساز محلی با حامل همزمان است هم از لحاظ فاز و هم از لحاظ فرکانس

همزمان ⇐



سیگنال مدوله شده ⇐

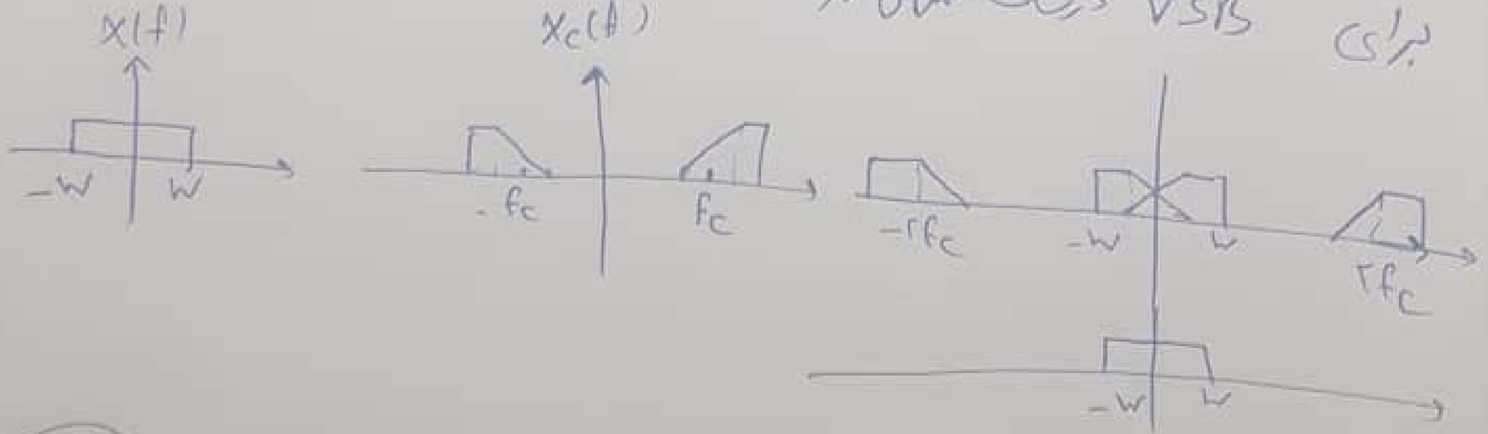
$$x_c(t) = (K_c + K_\mu x(t)) \cos \omega_c t - K_\mu x_q(t) \sin \omega_c t$$

$$x_c(t) \cos \omega_c t = \frac{1}{2}\{(k_c + k_\mu x(t)) + (k_c + K_\mu x(t)) \cos 2\omega_c t\}$$
$$- \frac{1}{2} k_\mu x_q(t) \sin 2\omega_c t$$

برای فیلتر پایین گذر، چون $W \ll f_c$ است فقط جمله اول خارج می‌شود

$$y_0(t) = K_D (k_c + k_\mu x(t)) \xrightarrow{\text{DC حذف}} K x(t)$$

برای VSB درست عمل می‌کند



مشکلات همزمانی

همزمانی نوسان‌ساز محلی با یک سینوسی که در سیگنال ورودی مشترک است مشکل است

→ استفاده از پایلوت

آشکارساز هموداین

→ استفاده از حلقه‌های قفل شده در فاز

عدم همزمانی چه بر سر سیگنال می‌آورد؟

$$\ominus \longrightarrow \cos(w_c t + w' t + \phi')$$

$$x(t) = \cos w_m t$$

$$\xrightarrow{DSB} y_D = k_D \cos w_m t \cos(w' t + \phi) = \begin{cases} \frac{k_D}{2} \{ \cos(w_m + w')t + \cos(w_m - w')t & \phi = 0 \\ k_D \cos w_m t \cos\phi & w' = 0 \end{cases}$$

حساسیت بیشتر به فاز

$$\xrightarrow{SSB} y_D = \begin{cases} k_D \cos(w_m \mp w')t & \phi = 0 \\ k_D \cos(w_m t \mp \phi) & w' = 0 \end{cases}$$

به صورت تاخیر

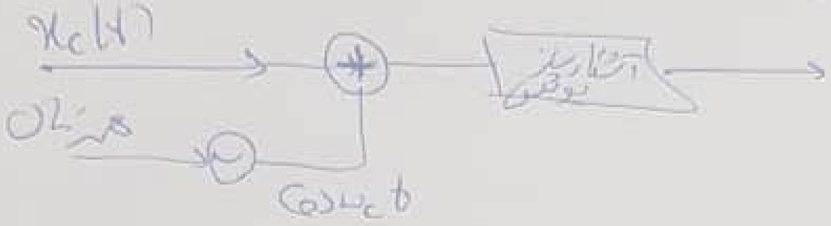
⇐ برای صدا SSB می‌تونه خوب باشه و همزمانی خیلی مهم نباشه

برای ویدیو و داده همزمانی دقیق لازم است

آشکارساز پوش

$$x_c(t) = A(t)\cos(\omega_c t + \phi(t)) \xrightarrow[\text{پوش}]{\text{آشکارساز}} |A(t)| \xrightarrow[+]{} A(t)$$

سیگنال دارای حامل ← SSB و DSB می‌شود مگر اینکه حامل
در گیرنده اضافه شود



$$AM \rightarrow x_c(t) = A_c\{1+\mu x(t)\}\cos\omega_c t \rightarrow |A_c\{1+\mu x(t)\}|$$
$$= A_c\{1+\mu x(t)\}$$

$$DSB \rightarrow x_c(t) = x(t)\cos\omega_c t \longrightarrow |x(t)| \neq x(t)$$

$$SSB \rightarrow x_c(t) = x(t)\cos\omega_c t \pm \hat{x}(t)\sin\omega_c t \rightarrow \sqrt{x^2(t)+\hat{x}^2(t)}$$
$$= \sqrt{x^2(t)+\hat{x}^2(t)}\cos(\omega_c t - \phi(t))$$

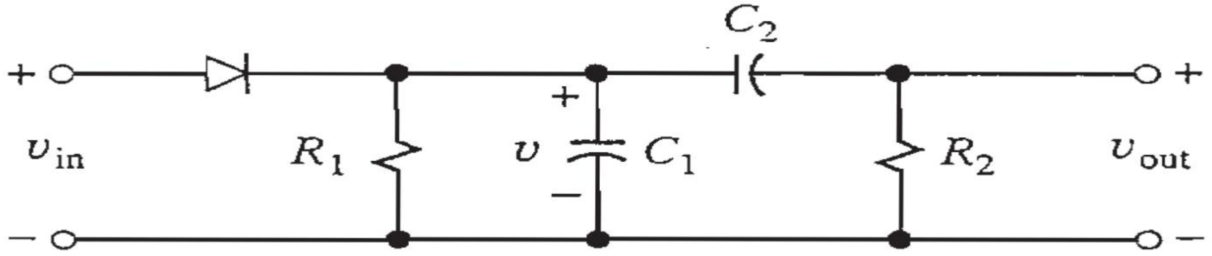
$$VSB \rightarrow x_c(t) = \frac{1}{2}A_c x(t)\cos\omega_c t - \frac{1}{2}A_c(x_B(t)+\hat{x}(t))\sin\omega_c t$$

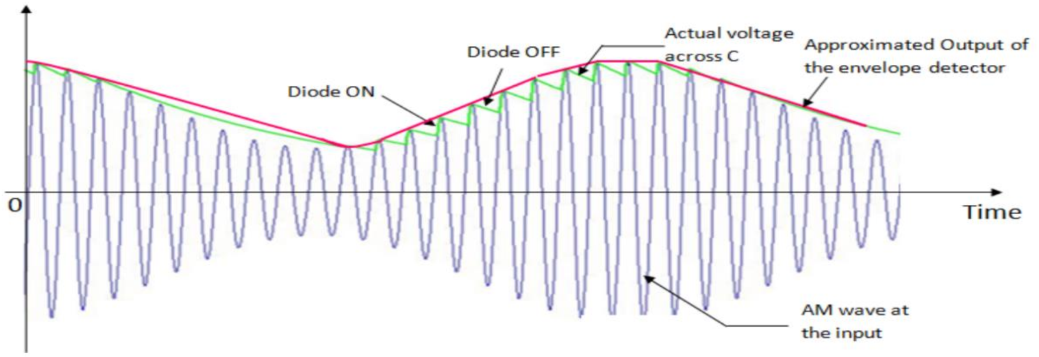
$$\Longrightarrow \sqrt{(\frac{1}{2}A_c x(t))^2 + \{\frac{1}{2}A_c(x_B(t)+\hat{x}(t))\}^2}$$

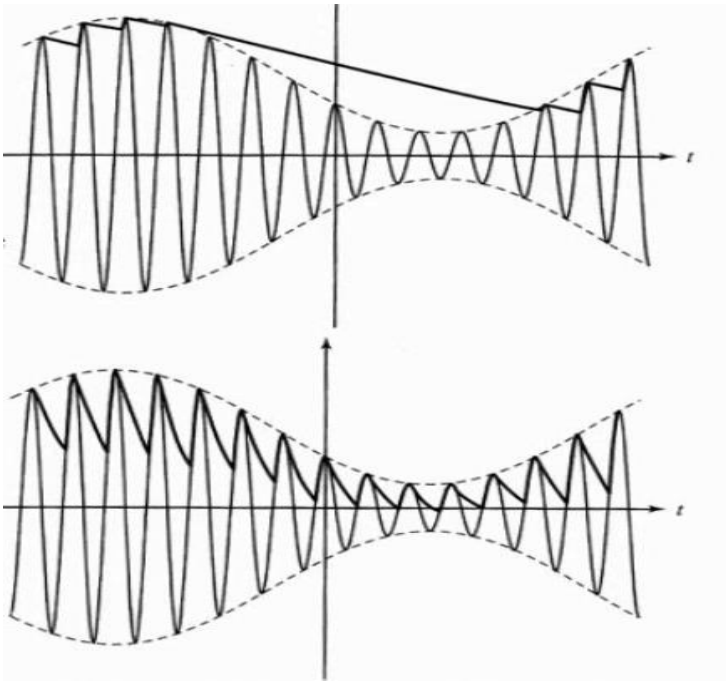
$$VSB+C \rightarrow x_c(t) = \overbrace{A_c\{1+\mu x(t)\}}^{x_{ci}}\cos\omega_c t - \overbrace{\mu' x_q(t)}^{x_q}\sin\omega_c t$$

$$\Longrightarrow \sqrt{x_{ci}^2 + x_{cq}^2} = \sqrt{A_c^2\{1+\mu x(t)\}^2 + \mu'^2 x_q^2}$$

$$\boxed{VS} = A_c\{1+\mu x(t)\}\sqrt{1+\left(\frac{\mu x_q}{A_c\{1+\mu x\}}\right)^2} \underset{\mu x_q << 1}{\approx} A_c\{1+\mu x(t)\}$$







$$W \ll \frac{1}{R_1C_1} \ll f_c$$