۱- برای متغیرهای تصادفی a و b با $f(a,b) = \begin{cases} 1 & 0 \le a,b \le 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$

و توابع $f_1(a) = a+2$ ، $f_2(a,b) = a+b$ ، $f_3(a,b) = a+b+ab$

مقادیر $E\{f_1(a)\}$ و $E\{f_2(a,b)\}$ ، $E\{f_1(a) f_3(a,b)\}$

$$E\{f_1(a)\} = E\{a+2\} = 2 + E\{a\} = 2 + \int_0^1\int_0^1 a \, da \, db$$

$$= 2 + \int_0^1 a \underbrace{\left(\int_0^1 db\right)}_{1} da = 2 + \int_0^1 a \, da = \frac{5}{2}$$

$$E\{f_2(a,b)\} = E\{a+b\} = \underbrace{E\{a\}}_{\frac{1}{2}} + \underbrace{E\{b\}}_{\frac{1}{2}} = 1$$

$$E\{f_1(a) f_3(a,b)\} = E\{(a+2)(a+b+ab)\}$$

$$= E\{a^2 + ab + a^2 b + 2a + 2b + 2ab\}$$

$$= E\{a^2 + 3ab + 2a + 2b + a^2 b\}$$

$$f(a) = \int_0^1 f(a,b) \, db = 1 \qquad 0 \le a \le 1$$

$$f(b) = 1 \qquad 0 \le b \le 1$$

$f(a,b) = f(a) f(b)$ مستقل‌اند

$$= E\{a^2\} + 3E\{a\}E\{b\} + 2E\{a\} + 2E\{b\} + E\{a^2\}E\{b\}$$

$$= \int_0^1 a^2 da + 3\int_0^1 a \, da \int_0^1 b \, db + 2\int_0^1 a \, da + 2\int_0^1 b \, db + \underbrace{\int_0^1 a^2 da \times \int_0^1 b \, db}_{\iint a^2 b \, f(a,b) \, da \, db}$$

برای متغیرهای تصادفی a و b

$$f(a,b)=\begin{cases} e^{-a-b} & a,b\geq 0 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

فرض کنید فرآیندهای $f_1(a,b,t)=at+b$ و $f_2(a,b,t)=at+b^2t+t+1$

داده شده است. مطلوب است $E\{f_1(a,b,t)\}$ و $E\{f_2(a,b,t)\}$

و $E\{f_1(a,b,t_1)\,f_2(a,b,t_2)\}$

$$f(a,b)=f(a)f(b) \qquad f(a)=\begin{cases} e^{-a} & a\geq 0 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$f(b)=\begin{cases} e^{-b} & b\geq 0 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$E\{at+b\}=\int_0^\infty\!\!\int (at+b)f(a,b)\,da\,db$$

$$=E\{at\}+E\{b\}=tE\{a\}+E\{b\}=$$

$$\boxed{E\{a\}=\int_0^\infty \underbrace{a}_{v}\underbrace{e^{-a}da}_{dv}=-ae^{-a}\Big|_0^\infty+\int_0^\infty e^{-a}da=1=E\{b\}}$$

$$=t+1$$

$$E\{f_2(a,b,t)\}=E\{at+b^2t+t+1\}=t\underbrace{E\{a\}}_{1}+t\underbrace{E\{b^2\}}_{\int_0^\infty b^2e^{-b}db}+t+1$$

$$E\{f_1(a,b,t_1)f_2(a,b,t_2)\}=E\{(at_1+b)(at_2+b^2t_2+t_2+1)\}$$

$$=E\{a^2t_1t_2+ab^2t_1t_2+at_1t_2+at_1+abt_2+b^2t_2+bt_2+b\}$$

۲۹ $$=t_1t_2E\{a^2\}+t_1t_2\underbrace{E\{ab^2\}}_{\iint ab^2f(a,b)\,da\,db}+t_1t_2E\{a\}+t_1E\{a\}+ \_\_\_$$

توان متوسط فرآیند های زیر را بیابید

$$G_x(f) = 12 e^{-3|f|} \Rightarrow P = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f)\,df = \int_{-\infty}^{\infty} 12 e^{-3|f|}\,df$$

$$= 24 \int_{0}^{\infty} e^{-3f}\,df = 8$$

$$G_y(f) = 12 e^{-2f^2} \qquad \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}_{N(0,\sigma^2)} = 1$$

$$G_y(f) = 12\sqrt{2\pi \times \tfrac{1}{4}} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi \times \frac{1}{4}}} e^{-\frac{f^2}{2\times\frac{1}{4}}}$$

$$G_y(f) \longrightarrow P = \int_{-\infty}^{\infty} G_y(f)\,df = 12\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

برای فیلتر پایین گذر مرتبه اول RC با فرض $R = 10\,k\Omega$ مقدار C را به گونه ای بیابید که توان نویز خروجی آن با فرض $N_0 = 10^{-10}\ \frac{W}{Hz}$ با توان نویز خروجی فیلتر ایده آل $B = 10\,kHz$ برابر باشد. توان نویز خروجی حقیقی داریم ← دامنه یک است $N' = N_0 \int_0^{\infty} |H(f)|^2\,df$

$$N = N_0 B = 10^{-10} \times 10^{4} = 10^{-6}$$

دامنه فیلتر

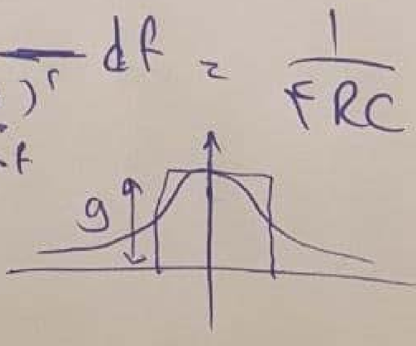
$$H(f) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \qquad |H(f)| = \frac{1}{1 + (RC\omega)^2} \Rightarrow g = 1$$

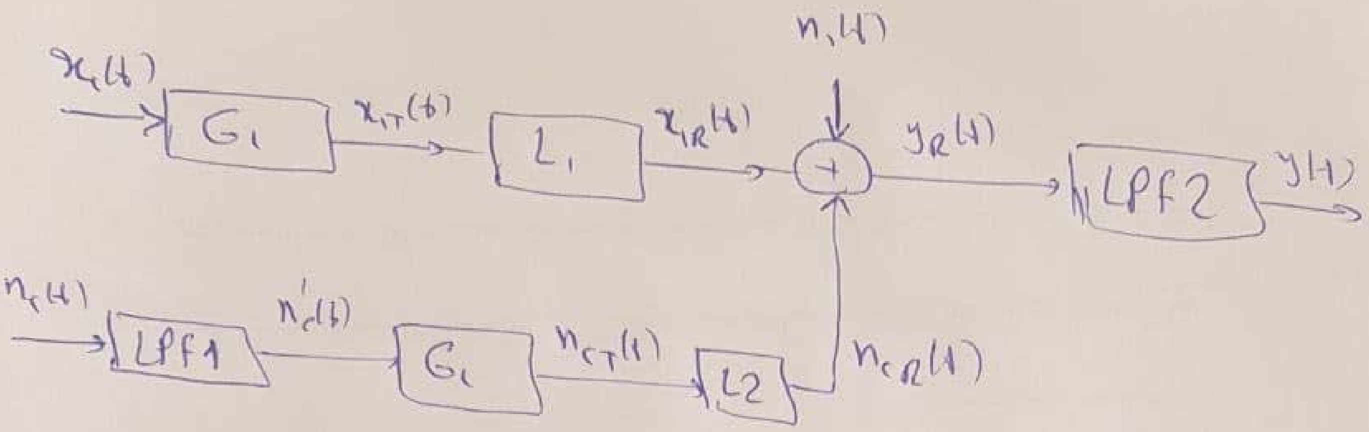
$$B_N = \frac{1}{g}\int_0^{\infty} |H(f)|^2\,df = \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + (RC\omega)^2}\,df = \frac{1}{4RC}$$

$\omega = 2\pi f$

$$\Rightarrow N' = g N_0 B_N = N_0 B$$

$$\Rightarrow B_N = B \rightarrow \frac{1}{4RC} = 10^{4}$$





$W_1 = 10\ kHz \qquad S_{x_1} = 1 \ , \quad N_{01} = 10^{-3} \qquad L_1 = 30\ dB$

$L_2 = 40\ dB \qquad BW_2 = 10\ kHz$

الف: عدم وجود $n_{2R}(t)$ و تعیین G_1 برای $(\frac{S}{N})_D = 10^4$

$S_R = \frac{S_{x_1} G_1}{L_1} = S_D$

$N_{D_1} = N_{01} W_2 = 10^{-3} \times 10^4 = 10$

$(\frac{S}{N})_D = \frac{S_D}{N_{D_1}} = \frac{1 \times G_1}{10 \times 10^3} = 10^4 \rightarrow G_1 = 10^8$

ب-۱: $(\frac{S}{N}) = 10$ ، G_2 ؟ ، $n_2(t)$ کنترل‌شده

$S_D = \frac{S_{x_1} G_1}{L_1} = \frac{10^8 \times 1}{10^3} = 10^5$

$N_D = N_{D_1} + N_{D_2} = 10 + \frac{N_{02} G_1}{L_2} \times BW_2 = 10 + \frac{10^{-3} \times G_1}{10^4} \times 10^4 = 10 + 0.1 G_1$

$(\frac{S}{N})_D = \frac{10^5}{10 + 0.1 G_1} = 10 \rightarrow G_2 \sim 10^5$

$N_{2T} = N_{02} \times BW_1 \times G_2$

ب-۲ ← برای اینکه پهنای باند ۱۰kHz، اگر توان n_{2T} ثابت باشد

⟸ تغییر نمی‌کند

ب-۲:

$N_{02} \times \underbrace{BW_2}_{20} \times \underset{10^5}{G_2} = N_{02} \times \underset{10}{BW_2'} \times \underset{2 \times 10^5}{G_2'}$

۲