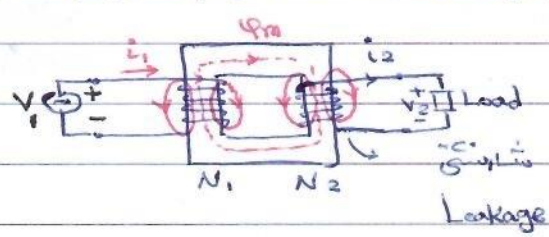


مدلسازی ترانسفورماتور واقعی (غیرایدهال)

در عمل فرمضای ذکر شده برای ترانسفورماتور ایدهال محدودیت کارایی خود را داشته و متغای یک ترانسفورماتور واقعی، تلفات



واقعی (غیرایدهال) را نشان می دهد.

فرضیات

۱) سیم پیچی اولیه و ثانویه مقاومت دارند

۲) نفوذپذیری مغناطیسی هسته نیست $\mu_r \neq \infty$

۳) تلفات هسته به سبب تغییرات شارده و هیرتولد دارند (هیستریزس + فلوک)

۴) شار نهی فلوکیم ثابت است.

برای ارائه مدل ریاضی باید که مطالب ارائه شده در هر یک از بخش های فوق در مدل ترانسفورماتور واقعی رعایت شود.

استدلال سیم پیچ اولیه را در نظر داریم: قانون ولتاژ یکپارچه (KVL) در مدار اولیه برقرار است به:

$$V_1 = R_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$$

λ_1 : شار مغناطیسی سیم پیچ اولیه
 ϕ_1 : شار مغناطیسی سیم پیچ اولیه
 $\frac{d\lambda_1}{dt}$: مشتق شار مغناطیسی سیم پیچ اولیه
 $\frac{d\phi_1}{dt}$: مشتق شار مغناطیسی سیم پیچ اولیه

$$\phi_1 = \phi_m + \phi_{L1}$$

ϕ_1 : شار نهی سیم پیچ اولیه که مغناطیسی است
 ϕ_m : شار اصلی یا شار مغناطیسی هسته
 ϕ_{L1} : شار هیرتولد سیم پیچ اولیه

$$\Rightarrow V_1 = R_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_{L1}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

نسبت اعظم سیم پیچ ϕ_{L1} در هر است و از آن رو باید بیان با رابطه $\frac{d\phi_{L1}}{dt}$ را به $N_1 \frac{d\phi_{L1}}{dt}$ تبدیل

$$V_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$$

L_1 : اندوکتانس سیم پیچ اولیه
 $N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$: شار نهی سیم پیچ اولیه

s.a.m صوت اندوکتانس مغناطیسی هسته

حال رابطه ی ولتاژ کثیف را در مدار ثانویه دایررسی می کنیم

$$V_2 + R_2 i_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} \Rightarrow V_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} - R_2 i_2$$

تلفات در سیم ثانویه ولتاژ الحظی در سیم سازو در سیم ثانویه

$$\varphi_2 = \varphi_m - \varphi_{L_2}$$

کل شار عبور از سیم ثانویه
شار اصلی و یا سیم ثانویه شار سیم ثانویه
موجود در سیم که در سیم ثانویه دایرسی و ولتاژ کثیف

$$\Rightarrow V_2 = -R_2 i_2 + N_2 \frac{d\varphi_2}{dt}$$

$$\Rightarrow V_2 = -R_2 i_2 + N_2 \frac{d}{dt} (\varphi_m - \varphi_{L_2}) = -R_2 i_2 + N_2 \frac{d}{dt} \varphi_m - N_2 \frac{d}{dt} \varphi_{L_2}$$

تلف φ_{L_2} با i_2 رابطه خطی خواهد داشت پس $N_2 \frac{d\varphi_{L_2}}{dt}$ را به صورت اندولانس می داند از می خواهد کم کرد

$$V_2 = -R_2 i_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d}{dt} \varphi_m$$

اندولانس سیم ثانویه است

از ثانویه

در روابط بالا خواهد داشت که

$$\textcircled{1} \quad e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt} \quad \text{ولتاژ القای در سیم اولیه به سبب قانون فاراد است}$$

$$\textcircled{2} \quad e_2 = N_2 \frac{d\varphi_m}{dt} \quad \text{ولتاژ القای در سیم ثانویه به سبب قانون فاراد است}$$

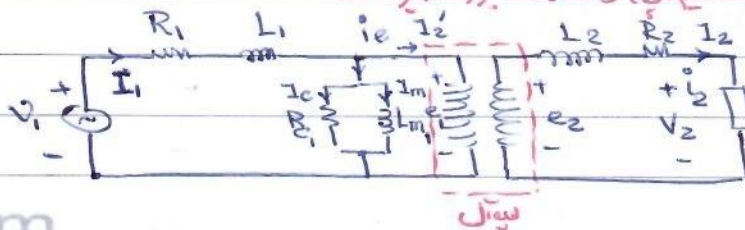
$$e_1 = N_1 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

$$\Rightarrow e_1 / e_2 = N_1 / N_2 = a \quad \checkmark$$

ترانس واقعی

$$e_2 = N_2 \frac{d\varphi_m}{dt}$$

مدار معادل ترانسفورماتور تک فاز دو سیم پیچ واقع به صورت زیر است



معماریت ساده تر می توان گفت در ترانسفورماتور ایده آل اگر $I_2 = 0$ باشد (حالت بی بار) جریان

اولیه صفر می باشد $(I_1 = 0)$ ، اما در ترانسفورماتور واقعی اگر $I_2 = 0$ باشد در این صورت

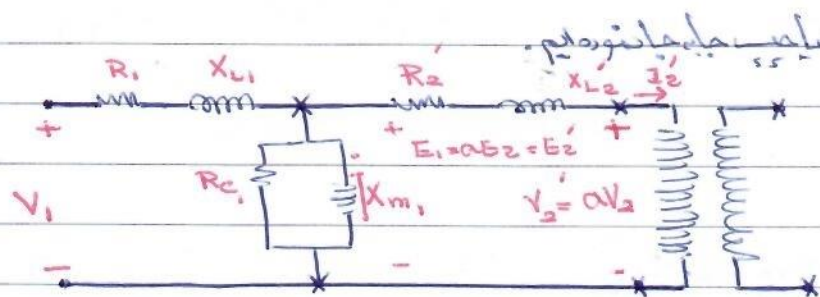
$I_2 = 0$ بوده و از این رو از توان ترانسفورماتور عبور می یابد $I_1 = I_e = I_c + I_m$ و از این به بعد می گویند

تأثیر تلفات را پیدا می شود و I_m است، تلفات را ایجاد می کند و گوییم تلفات هسته

سبب I_e است.

همان طور که مشخص می باشد در بخشی از مدار معادل در ترانسفورماتور تلفات واقعی نیز ترانسفورماتور ایده آل

ظاهر می شود. اگر گوییم که این تلفات را می توانیم در حقیقت مثل این است که ترانسفورماتور



$$E_1 = E_2 = aE_2$$

$$V_1' = aV_2$$

$$I_1' = I_2/a$$

$$X_{L1}' = a^2 X_{L2}$$

$$R_1' = a^2 R_2$$

مدل T ترانسفورماتور:

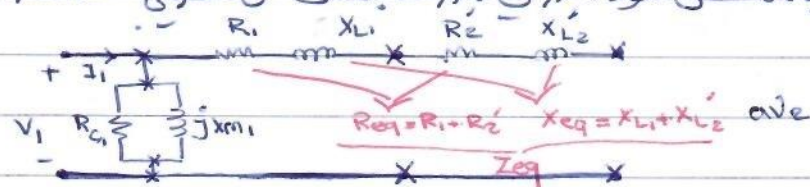
(مدل دقیق)

مدار معادل ذکر شده در بالا به مدل دقیق می باشد اما معروف است که در ترانسفورماتور هیچ اهمی

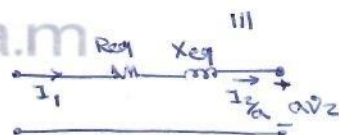
تلفات تلفات را به طور عمده I_e (معمولاً تلفات هسته) می دانند و می گویند تلفات هسته است و تلفات سیم

از I_e می بینیم که تلفات را می توان نوشت به صورتی R_c و X_{m1} را به استبداد می دارد

مدل اولیه یا انفرای مدار در سمت ثانویه منتقل می شود. در این صورت به مدل تقریبی یا معروف



s.a.m



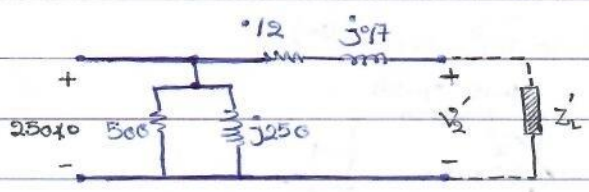
مدل ساده تقریبی

حل سوال ۲

نکته: در مدار معادل ابرباع شده به طرف اول به یک ترانس $\frac{2500}{250} V$ در سمت چپ و در سمت راست

الترای به این باشد $Z_L = 380 + j230$ به طرف چپ و به سمت راست

با جریان اول به و فیل ترانس (۵) توان خروجی



$$Z_2' = a^2(380 + j230) \quad , \quad a = \frac{250}{2500} = \frac{1}{10}$$

$$Z_2' = \left(\frac{1}{10}\right)^2(380 + j230) = 3.8 + j2.3 \quad \Rightarrow \quad I_2' = \frac{250 \angle 0}{3.8 + j2.3 + 12 + j7} = \frac{250 \angle 0}{4 + j3}$$

$$= (250 \angle 0) / (5 \angle 37) = 50 \angle -37$$

$$V_2' = (50 \angle -37)(3.8 + j2.3) \Rightarrow V_2 = 222 \angle -5.7$$

$$I_1 = I_2' + I_0 \Rightarrow I_1 = 50 \angle -37 + 0.5 \angle 0 = 40.5 - j31 \angle -37 = 51.4 \angle -37$$

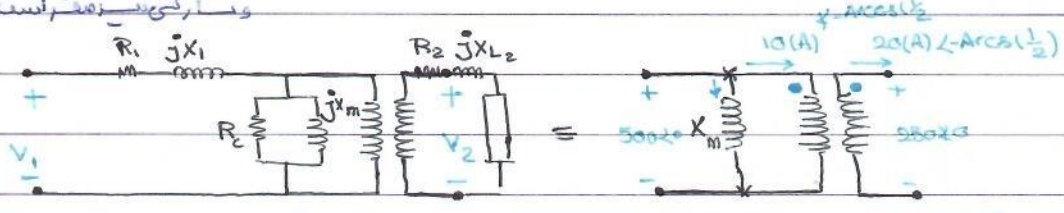
$$\cos(4.7 - 41) = \cos(0 - (-37)) = 0.794$$

$$\frac{V_1}{V_2} = a, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{a} \Rightarrow I_2 = I_1$$

$$P_{out} = V_2 I_2 \cos \theta = V_2 I_2 \cos(4.7 - 41) = 222 \angle -5.7 \times 10 \times 50 \angle -37 = 9439 W$$

سوال ۲: در یک ترانسفورماتور، ولتاژ 500V جریان متناوبی اولیه 2.5(A) است و ثانویه بار 20(A) با فیل ترانس

۵٪ و ولتاژ ثانویه ۱۰۰V است. (فرض کنید تلفات هسته صاف است و $R_c \rightarrow \infty$)
 و مقاومت و اندوکتانس ثانویه ۱۰ اهم و ۰.۱ هینری است
 و بار ثانویه ۱۰ اهم است

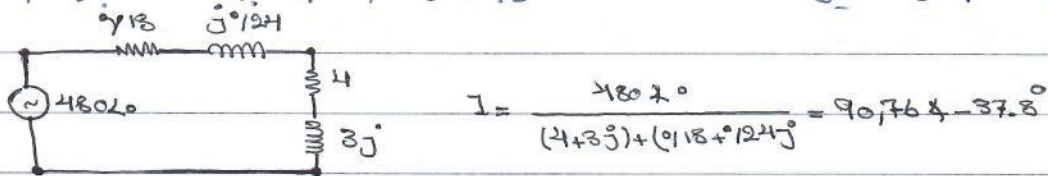


$$I_1 = 2.5 \angle -90 + 10 \angle -\arccos(0.75) = 2.5 \angle -90 + 10 \angle -60 \quad I_2 = 12.27 \angle -65.94 \quad \Rightarrow 2.5 \angle -90 \text{ s.a.m}$$

$$PF = \cos(4.7 - 41) \Rightarrow PF = \cos(0 - (-65.94)) = 0.408$$

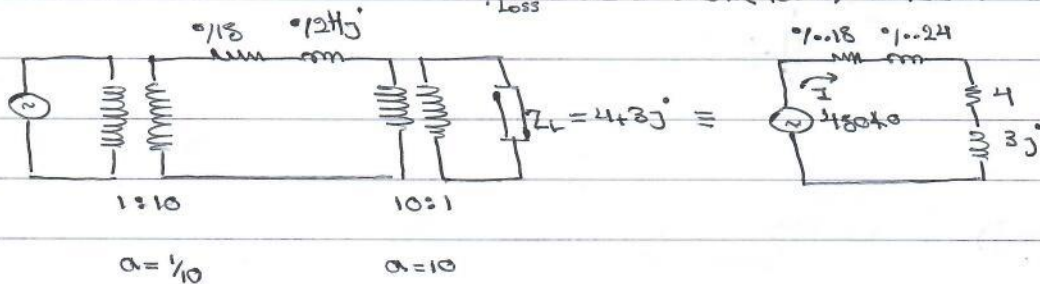
نمونه سوال: یک سیستم قدرت به نظر زیر، با ولتاژ ۴۸۰V و فرکانس ۶۰Hz و بارهای ۱+۳j و ۱۸+۱۲۴j را در نظر بگیرید.

با استفاده از یک سیستم قدرت به نظر زیر، با ولتاژ ۴۸۰V و فرکانس ۶۰Hz و بارهای ۱+۳j و ۱۸+۱۲۴j را در نظر بگیرید.



$$I = \frac{480 \angle 0^\circ}{(18 + j24) + (4 + j3)} = 90.76 \angle -37.8^\circ$$

$$P_{Loss} = R I^2 = 18 \times (90.76)^2 = 1482.7 \text{ (W)}$$



$$I = \frac{480}{41.018 + j31.024} = 95.94 \angle -36.88^\circ$$

$$P_{Loss} = 18 \times (95.94)^2 = 16.57 \text{ (W)}$$

$$V_L = 12 \angle 0^\circ = 95.94 \times (4 + j3) = 469.7 \angle -100.96^\circ$$

نمونه سوال: یک سیستم قدرت به نظر زیر، با ولتاژ ۱۱۰۰V و فرکانس ۶۰Hz و بارهای ۱۸+۱۲۴j و ۱+۳j را در نظر بگیرید.

با استفاده از یک سیستم قدرت به نظر زیر، با ولتاژ ۱۱۰۰V و فرکانس ۶۰Hz و بارهای ۱۸+۱۲۴j و ۱+۳j را در نظر بگیرید.

با استفاده از یک سیستم قدرت به نظر زیر، با ولتاژ ۱۱۰۰V و فرکانس ۶۰Hz و بارهای ۱۸+۱۲۴j و ۱+۳j را در نظر بگیرید.

