

تمرین سری هفتم اصول سیستم‌های مخابراتی

۱ - فرض کنید دو متغیر تصادفی a و b با تابع چگالی توأم $f(a,b) = \begin{cases} 1 & 0 \leq a, b \leq 1 \\ 0 & O.W. \end{cases}$ داده شده است.

فرض کنید سه تابع $f_1(a) = a + 2$ ، $f_2(a,b) = a + b$ و $f_3(a,b) = a + b + ab$ داده شده است. مطلوب است محاسبه مقادیر $E\{f_1(a)\}$ ، $E\{f_2(a,b)\}$ و $E\{f_1(a)f_3(a,b)\}$.

۲ - فرض کنید دو متغیر تصادفی a و b با تابع چگالی توأم $f(a,b) = \begin{cases} e^{-a-b} & 0 \leq a, b \\ 0 & O.W. \end{cases}$ داده شده است.

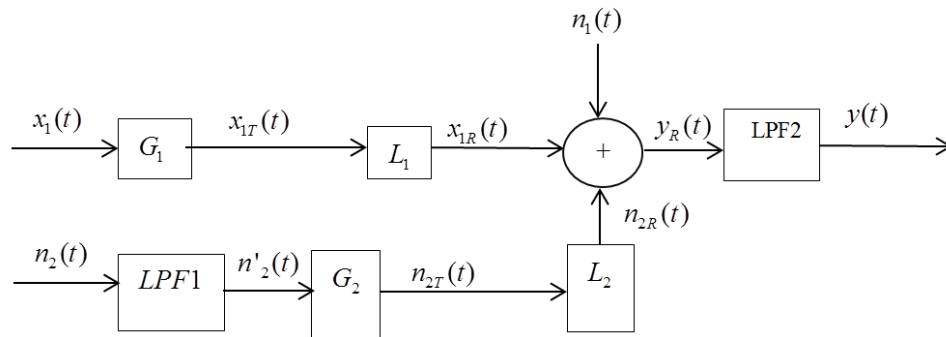
فرض کنید دو فرایند $f_1(a,t) = at + b$ و $f_2(a,b,t) = at + bt^2 + t + 1$ داده شده است که در آن t یک پارامتر با مقدار حقیقی (غیرتصادفی) است. مطلوب است محاسبه مقادیر $\mu_1(t) = E\{f_1(a,t)\}$ ، $\mu_2(t) = E\{f_2(a,b,t)\}$ و $E\{f_1(a,t_1)f_2(a,b,t_2)\}$.

۳- توان متوسط فرایندهای با توابع چگالی طیفی زیر را بیابید

$$\text{الف: } G_x(f) = 12e^{-3|f|} \quad \text{ب: } G_y(f) = 12e^{-3f^2}$$

۴- برای یک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول RC با فرض مقاومت ۱۰ کیلو اهمی، مقدار خازن را به گونه ای تعیین کنید که توان نویز خروجی آن (ورودی یک نویز سفید با $N_0 = 10^{-10}$ وات بر هرتز است) با توان نویز خروجی فیلتر پایین‌گذر ایده‌آل با پهنای باند $B = 10\text{kHz}$ برابر باشد. توان نویز خروجی چقدر خواهد بود؟

۵- ایجاد تداخل توسط دشمن: در شکل زیر فرض کنید فرستنده شماره ۱ قرار است سیگنال فرکانس پایین $x_1(t)$ را به گیرنده ارسال نماید. فرض کنید پهنای باند سیگنال $x_1(t)$ برابر $W_1 = 10\text{kHz}$ و توان آن برابر $S_{x_1} = 1\text{Watt}$ ، توان نویز سفید $n_1(t)$ برابر $N_{01} = 10^{-3}$ ، تضعیف کانال شماره یک برابر $L_1 = 30\text{dB}$ ، تضعیف کانال شماره ۲ برابر $L_2 = 20\text{dB}$ پهنای باند فیلتر LPF2 برابر $BW_2 = 10\text{kHz}$ و دامنه پاسخ فرکانسی آن برابر ۱ باشد. (تمام سیگنالها و نویزها ناهمبسته هستند)



الف: اگر سیگنال $n_{2R}(t)$ وجود نداشته باشد و بخواهیم نسبت سیگنال به نویز بعد از LPF2 برابر $\left(\frac{S}{N}\right) = 10^4$ باشد، بهره توان G_1 چقدر خواهد بود؟

ب - فرض کنید دشمن، این ارتباط را شناسایی کرده و قصد دارد با ارسال یک سیگنال تصادفی، این ارتباط را مختل نماید. برای این کار سیگنال نویز سفید $n_2(t)$ با $n_{02} = 10^{-3}$ را از یک فیلتر پایین گذر LPF1 عبور داده و سپس توسط تقویت کننده G_2 تقویت می کند که در نهایت سیگنال $n_{2T}(t)$ را ارسال می نماید. فرض می شود که این سیگنال و سیگنال های $x_1(t)$ و $n_1(t)$ ناهمبسته هستند.

- اگر دشمن بتواند با ارسال این سیگنال، نسبت سیگنال به نویز را در گیرنده برای سیگنال پیام، از $\left(\frac{S}{N}\right) = 10^4$ به $\left(\frac{S}{N}\right) = 10$ کاهش دهد، بهره توان G_2 و توان سیگنال $n_{2T}(t)$ را تعیین کنید. فرض کنید پهنای باند LPF1 برابر $W = 20\text{kHz}$ است.

- اگر دشمن پهنای باند واقعی ارسال $W = 10\text{kHz}$ را بداند و فیلتر LPF1 را با پهنای باند $W = 10\text{kHz}$ طراحی کند، با فرض اینکه توان ارسالی $n_{2T}(t)$ ثابت می ماند، نسبت سیگنال به نویز برای سیگنال پیام چقدر خواهد شد؟

- اگر دشمن پهنای باند واقعی ارسال یعنی $W = 10\text{kHz}$ را بداند و فیلتر LPF1 را با پهنای باند $W = 10\text{kHz}$ طراحی کند، برای اینکه نسبت سیگنال به نویز مانند قسمت اول ثابت بماند، بهره توان G_2 چقدر خواهد بود؟