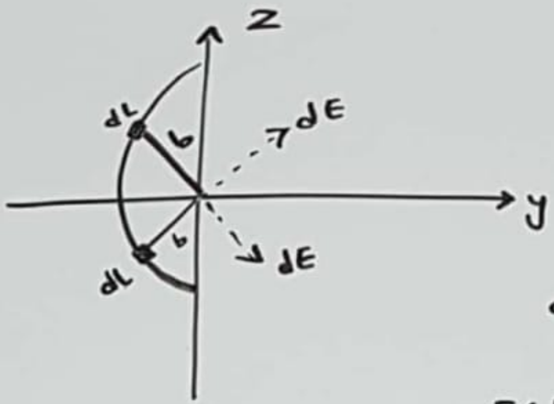


8-3

$dL = dr\,a_r + d\phi\,a_\phi + dz\,a_z$

توزیع بار خطی ← $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho_t\,\bar{R}'\,dl}{|R'|^3}$

* $\bar{R}' = b\,a_r$

$dL = r\,d\varphi$ ← زیرا با ثابت r در طول خط فقط در φ تغییر ایجاد می‌شود.

$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho_t\,b\,a_r\,r\,d\phi}{b^3}$

* a_r را در صفحه‌ی y-z به مولفه‌هایش تجزیه می‌کنیم.

$$\boxed{a_r = \cos\varphi\,a_y + \sin\varphi\,a_z}$$

* زیرا با توجه به تقارن موجود در مسئله E مولفه‌ای در جهت z ندارد.

$$\frac{\rho_t b^2}{4\pi\varepsilon_0 b^3}\int(\cos\varphi\,a_y + \cancel{\sin\varphi\,a_z})\,d\varphi$$

$$\frac{\rho_t}{b}\ \underbrace{\sin\varphi\Big]_{-\pi/2}^{\pi/2}}_{1-(-1)=2} a_y = \frac{2\rho_t}{4\pi\varepsilon_0 b}\,a_y = \boxed{\frac{\rho_t}{2\pi\varepsilon_0 b}\,a_y}$$

5-3

الف) نیروی کل وارد بر بار آزمون $q = +1C$ واقع در نقطه‌ی P مولفه‌ی x نداشته باشد

$Q_1 \rightarrow (1,2,0)$

$Q_2 \rightarrow (2,0,0)$

$P \rightarrow (-1,1,0)$

$$F = \frac{q_1 q_2 (\bar{R}_2 - \bar{R}_1)}{4\pi\varepsilon_0 |\bar{R}_2 - \bar{R}_1|}$$

$$F_1 = \frac{Q_1 (2a_x + a_y)}{4\pi\varepsilon_0 (\sqrt{4+1})^3}$$

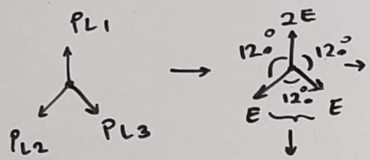
$$F_2 = \frac{Q_2 (3a_x - a_y)}{4\pi\varepsilon_0 (\sqrt{9+1})^3}$$

جمع برداری

$$\Rightarrow F_{\text{کل}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(a_x\left(\frac{2Q_1}{5\sqrt{5}} + \frac{3Q_2}{10\sqrt{10}}\right) + a_y\left(\frac{Q_1}{5\sqrt{5}} - \frac{Q_2}{10\sqrt{10}}\right)\right)$$

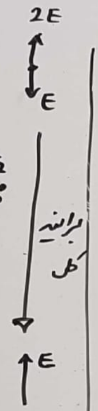
بدون مولفه‌ی x $\rightarrow$ $\frac{2Q_1}{5\sqrt{5}} + \frac{3Q_2}{10\sqrt{10}} = 0 \rightarrow 2Q_1 = \frac{-3Q_2}{2\sqrt{2}} \rightarrow Q_1 = \frac{-3Q_2}{4\sqrt{2}}$

ب) بدون مولفه‌ی y $\Rightarrow$ $\frac{Q_1}{5\sqrt{5}} - \frac{Q_2}{10\sqrt{10}} = 0 \rightarrow Q_1 = \frac{Q_2}{2\sqrt{2}}$



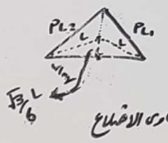
$$\underbrace{E^2 + E^2 + 2E^2 \overbrace{\cos 120°}^{-\frac{1}{2}}}_{E^2}$$

$E = \sqrt{E^2}$ برآیند میدان P_{L_2} و P_{L_3} برابر است با



$$E = \frac{P_L \sqrt{3} \cancel{L}}{\cancel{6}_{2} \times \cancel{4}\pi \varepsilon_0} \times \frac{\cancel{12}^{\cancel{2}}}{\cancel{L^2}_{L}} \times \frac{\sqrt{12}^{\,2\sqrt{3}}}{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{3P_{L2}}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{3P_{L3}}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{3P_{L1}}{4\pi\varepsilon_0}$$



$P_{L_1} = 2P_{L_2} = 2P_{L_3}$

E در مرکز مثلث متساوی الاضلاع $= ?$

$$\bar{R} = -Z a_z + \frac{\sqrt{3}}{6} L a_r$$

توزیع بار خطی برای P_{L_3}, P_{L_2} $\rightarrow$ $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{P_L (-Z \overset{0}{\cancel{a_z}} + \frac{\sqrt{3}}{6} L a_r)\, dz}{(Z^2 + \frac{3}{36} L^2)^{3/2}}$

$$E = \frac{P_L \frac{\sqrt{3}}{6} L a_r}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(Z^2 + \frac{1}{12} L^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{Z}{\frac{1}{\sqrt{12}} L} = \tan\theta \rightarrow dz = \frac{L}{\sqrt{12}} (1 + \tan^2\theta)\, d\theta = \frac{L\, d\theta}{\sqrt{12} \cos^2\theta}$$

$$\int \frac{\frac{L}{\sqrt{12}\cos^2\theta}\, d\theta}{(\frac{1}{\sqrt{12}} L)^3 \underbrace{(1 + \tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}}_{\frac{1}{\cos^3\theta}}} = \int \frac{12 \cos\theta\, d\theta}{L^2} = \frac{12}{L^2} \sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{\frac{\sqrt{12}}{L} z}{\sqrt{1 + \frac{12}{L^2} z^2}} \Bigg]_{-L/2}^{L/2} = \frac{\sqrt{12}}{\cancel{L}} \times \cancel{L} \frac{1}{\underbrace{\sqrt{1 + \frac{12 \times \cancel{L^2}}{\cancel{L^2}\, 4}}}_{\sqrt{4}}}$$

$\frac{12}{L^2}$