

به نام خدا



دانشکده مهندسی برق و رباتیک

گزارش پروژه درس مدارهای الکتریکی (۱)

موضوع پروژه :

آشنایی با مدارهای مرتبه اول و دوم و نحوه انجام شبیه سازی های زمانی و فرکانسی، سوییچ کردن پارامترها

دانشجو :

رضا ادینه پور

استاد راهنما :

دکتر محمدرضا اشرف

تاریخ تهیه و ارائه :

خرداد ماه ۱۳۹۹

## فهرست

۳	خلاصه ای از پروژه .....
۴	مقدمه ای از مدار های مرتبه اول و دوم .....
۷	مقدمه ای از حالت دائمی سینوسی و حوزه فازوری .....
۹	تحلیل تئوری پروژه .....
۲۳	شبیه سازی و تحلیل مدار با استفاده از نرم افزار PSpice ، مقایسه و نتیجه گیری .....
۳۹	مراجع مورد استفاده .....

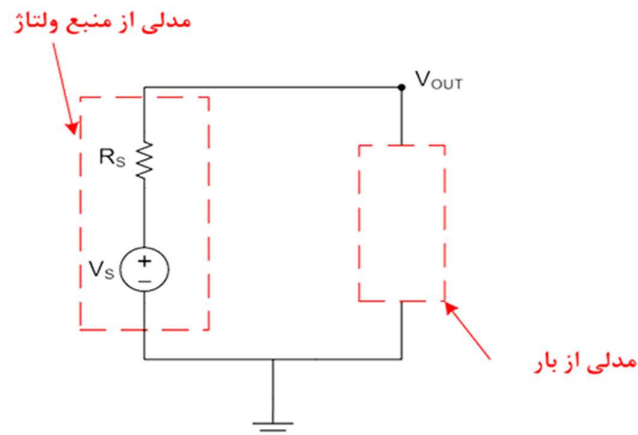
## خلاصه ای از پروژه

در ابتدا به طور خلاصه به یاد آوری مطالب و نکاتی از مدار های مرتبه اول ، دوم ، مدار ها در حالت دائمی سینوسی و حوزه فازوری می پردازیم و در ادامه به کمک مطالب و نکات گفته شده در مقدمه با انجام ۵ آزمایش به صورت تئوری ، به تحلیل و بررسی پروژه می پردازیم و در آخر با مقایسه نتایج به دست آمده از تحلیل تئوری پروژه و خروجی مدل های شبیه سازی شده توسط نرم افزار اسپایس ، پروژه را به اتمام می رسانیم.

مدار شکل ۱ شامل یک منبع ولتاژ با مقاومت داخلی  $R_s$  و یک مصرف کننده (load) است.

در این پروژه می خواهیم ولتاژ خروجی و رفتار دو سر مصرف کننده ( $V_{out}$ ) این مدار را ، بر حسب نوع مصرف کننده (مقاومتی ، مقاومتی-خازنی ، مقاومتی-سلفی-خازنی) مشاهده کنیم.

این موارد را طی انجام ۵ آزمایش به صورت تحلیل تئوری و شبیه سازی شده با نرم افزار مشاهده می کنیم.



شکل ۱: مدار تحت آزمایش

## مقدمه ای از مدار های مرتبه اول و دوم

### مدار های مرتبه اول :

به مدارهایی که تنها شامل سلف یا خازن باشند مدار های مرتبه اول گویند، یعنی با حل مدار از طریق تحلیل گره یا مش به معادله دیفرانسل خطی مرتبه اولی خواهیم رسید که با داشتن یک شرط اولیه که این شرط میتواند ولتاژ اولیه خازن یا جریان اولیه سلف باشد میتوانیم معادله را حل کنیم.

شکل کلی معادلات مرتبه اول به صورت زیر است :

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = b$$

ضریب  $b$  نمایانگر ورودی مدار است، پاسخ معادله به این صورت است :

پاسخ ورودی صفر + پاسخ حالت صفر = پاسخ کامل

**پاسخ ورودی صفر :** در این حالت در مدار ورودی نداریم ( $b = 0$ ) یا به عبارتی دیگر میتوان گفت

پاسخ ورودی صفر همان پاسخ خصوصی معادله دیفرانسیل بالا است.

**پاسخ حالت صفر :** در این حالت شرایط اولیه مدار ( ولتاژ اولیه خازن یا جریان اولیه سلف ) برابر با صفر است

پاسخ کلی معادلات مرتبه اول را می توان به صورت زیر بیان کرد :

$$y(t) = \left( yt_0 - \frac{b}{a} \right) e^{-a(t-t_0)} + \frac{b}{a}$$

## مدار های مرتبه دوم :

اگر درون مدار به طور هم زمان سلف و خازن وجود داشت می توان گفت با یک مدار مرتبه دوم مواجه هستیم. یعنی با حل این مدار با استفاده از تحلیل های گره و مش به معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دومی می رسیم که با داشتن دو شرط اولیه می توانیم پاسخ معادله را به دست آوریم.

شکل کلی معادلات مرتبه دوم به صورت زیر است :

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\alpha \frac{d}{dt}y(t) + \omega_0^2 y(t) = b$$

که به  $\alpha$  در این معادله ضریب میرایی و به  $\omega_0^2$  فرکانس تشدید میگویند  
همچنین به حاصل تقسیم  $\omega_0$  به  $2\alpha$  ضریب کیفیت (Quality Factor) گوئیم :

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$$

با توجه با مقادیر  $\alpha$  و  $\omega$  چهار حالت زیر ممکن است رخ دهد :

- 1) if  $\alpha > \omega_0 \rightarrow \Delta > 0 \rightarrow Q < \frac{1}{2} \rightarrow$  میرایی شدید (*Over Damped*)
- 2) if  $\alpha < \omega_0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow Q > \frac{1}{2} \rightarrow$  میرایی ضعیف (*Under Damped*)
- 3) if  $\alpha = \omega_0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow Q = \frac{1}{2} \rightarrow$  میرایی بحرانی (*Critically Damped*)
- 4) if  $\alpha = 0 \rightarrow \Delta = \infty \rightarrow Q = \infty \rightarrow$  بدون اتلاف (*Loss Less*)

اگر حالت ۱ رخ دهد ابتدا معادله مشخصه را تشکیل می‌دهیم به این صورت که به ازای هر مرتبه از مشتق یک  $\lambda$  قرار می‌دهیم و سپس ریشه‌های معادله مشخصه به دست آمده را حساب می‌کنیم و در معادله زیر قرار می‌دهیم :

$$y(t) = C1 e^{\lambda_1 t} + C2 e^{\lambda_2 t}$$

اگر حالت دوم رخ دهد، دو ریشه مختلط خواهیم داشت و جواب معادله را به صورت زیر تعریف خواهیم کرد:

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\alpha \pm j\omega_d$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$$

$$y(t) = e^{-\alpha t} (C1 \cos \omega_d t + C2 \sin \omega_d t)$$

اگر حالت سوم رخ دهد، یک ریشه مضاعف خواهیم داشت که جواب معادله از رابطه زیر به دست می‌آید :

$$y(t) = (C1 + C2t)e^{\lambda t}$$

و اگر حالت چهارم رخ دهد، ریشه‌ها موهومی خالص میشوند و جواب معادله از رابطه زیر به دست می‌آید :

$$\lambda_1, \lambda_2 = \pm j\omega_d$$

$$\omega_d = \omega_0$$

$$\rightarrow y(t) = C1 \cos \omega_d t + C2 \sin \omega_d t$$

پس از به دست آوردن پاسخ عمومی ، پاسخ خصوصی معادله را از رابطه زیر به دست می‌آوریم :

$$y_p = \frac{b}{\omega^2_0}$$

برای تعیین ضرایب مجهول  $C1$  و  $C2$  به دو شرط اولیه نیاز است که عموماً توسط صورت مسئله داده میشود یا می‌توان آن‌ها را با حل مدار در زمان صفر و یا انتگرال گیری از دوطرف معادله به دست آورد.

## مقدمه ای از حالت دائمی سینوسی و حوزه فازوری

برای حل مدارهای مرتبه ۲ و بالاتر نیاز است که معادلات دیفرانسیلی از مرتبه مدار را حل کنیم. حال اگر مداری که در اختیار قرار داریم از مرتبه  $n$  باشد، به گونه ای که حل این معادله نیازمند صرف وقت و محاسبات زیادی باشد، انگاه باید چه کار کنیم؟ آیا معقول است که با صرف وقت بسیار زیادی معادله دیفرانسیل مرتبه  $n$  را حل کرد؟ برای حل این مشکل روشی را معرفی میکنیم برای به دست آوردن پاسخ خصوصی ورودی های سینوسی به گونه ای که بدون نیاز به حل معادلات دیفرانسیل و صرفا با حل معادلات جبری مدارها را حل کنیم.

حالت دائمی سینوسی : ← ورودی سینوسی (یا کسینوسی)  
حالت گذرا سپری شده

قضیه : مجموع یک سیگنال سینوسی و مشتقات آن از هر مرتبه با فرکانس  $\omega$  خود یک سیگنال سینوسی با فرکانس  $\omega$  است.

فازور :

هر سیگنال سینوسی (یا کسینوسی) را می توان در حوزه فازوری به صورت زیر نشان داد:

$$A_m \cos(\omega t + \varphi) = A_m \angle \varphi = \text{Re}\{A_m e^{j\omega t + \varphi}\} = \text{Re}\{A_m e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}\}$$

امپدانس و ادمیتانس :

امپدانس نقطه تحریک شبکه یک قطبی  $\mathcal{N}$  در فرکانس زاویه ای  $\omega$

یا به طور ساده امپدانس را با نسبت فازور ولتاژ خروجی بر فازور جریان ورودی تعریف میکنیم ، یعنی :

$$Z = \frac{V}{I}$$

و همچنین ادمیتانس را عکس امپدانس معرفی میکنیم :

$$Y = \frac{I}{V}$$

برای تبدیل مدار ها از حوزه زمانی به حوزه فازوری از روابط زیر استفاده میکنیم :

$$\begin{cases} Z_R = R , & Y_R = \frac{1}{R} \\ Z_L = Lj\omega , & Y_L = \frac{1}{Lj\omega} \\ Z_C = \frac{1}{Cj\omega} , & Y_C = Cj\omega \end{cases}$$

پس از تبدیل مدار از حوزه زمانی به حوزه فازوری ، با مدار به دست آمده همانند یک مدار مقاومتی رفتار میکنیم و تمامی روابطی که برای مدار های مقاومتی به یاد داریم (معادل سازی مقاومت ها ، امپدانس ها و ادمیتانس ها، KVL ، KCL و ...) را می توانیم برای این مدار به کار ببریم.

#### فرکانس تشدید :

فرکانسی است که در آن بخش موهومی امپدانس (ادمیتانس) دیده شده از ورودی برابر با صفر است.

تابع شبکه : با نسبت فازور خروجی به فازور ورودی تعریف می شود :

$$H(j\omega) = \frac{\text{فازور خروجی}}{\text{فازور ورودی}}$$

#### پاسخ فرکانسی :

چون تابع شبکه تمام اطلاعات لازم مربوط به پاسخ حالت دائمی سینوسی را شامل می باشد ، منحنی های اندازه و فاز  $H(j\omega)$  را پاسخ فرکانسی مدار برای آن ورودی و خروجی مشخص شده گویند.

$$\begin{cases} |H(j\omega)| \rightarrow \text{اندازه پاسخ فرکانسی} \\ \angle H(j\omega) \rightarrow \text{اندازه زاویه فرکانسی} \end{cases}$$

**فرکانس قطع :** فرکانسی که در آن اندازه پاسخ فرکانسی مساوی با ۰,۷ برابر اندازه ماکزیمم آن باشد.

$$|H|_{\omega} = 0.7 |H_{max}|$$

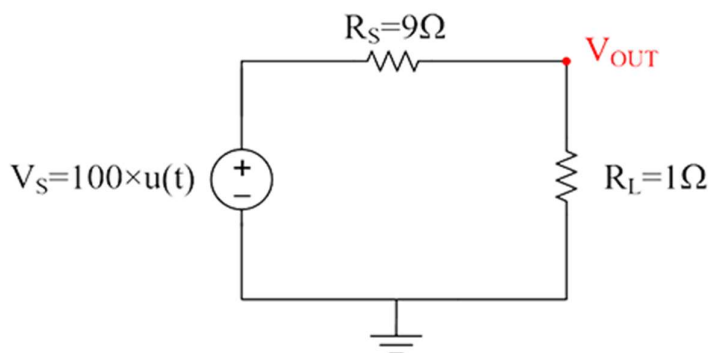


## تحلیل تئوری پروژه

آزمایش اول: تحلیل مدار مقاومتی

**تمرین ۱:** فرض میکنیم مصرف کننده مطابق با شکل ۲ فقط یک مقاومت RL با مقدار ۱ اهم است و مقدار Rs برابر با ۹ اهم است و منبع ولتاژ ورودی را یک تابع پله با مقدار ۱۰۰ ولت در نظر میگیریم و ولتاژ خروجی مدار را به دست می آوریم.

$$V_s(t) = 100 \times u(t)$$



شکل ۲: مدار تحت آزمایش با بار مقاومتی

می دانیم تابع  $u(t)$  برای زمان های بزرگتر از صفر مقدار برابر با یک دارد بنابراین این مقدار منبع ولتاژ برابر با ۱۰۰ ولت می شود و با نوشتن KVL در مدار ولتاژ این گره را به دست می آوریم :

$$t > 0 \rightarrow u(t) = 1 ; \quad V_s = 100^v$$

$$KVL @ M1 : 9 \times I + 1 \times I - 100 = 0 \rightarrow 10I = 10 \rightarrow I = 10^A$$

$$V_{out} = I \times R_L = 10 \times 1 = 10^v$$

**تمرین ۲:** ولتاژ خروجی مدار را به ازای مقادیر مختلف  $R_s$  (از صفر تا ۱۰ اهم) به دست می آوریم :

$$\text{if } R_s = 0 \rightarrow I = 100^A \rightarrow V_{out} = 100 \times 1 = 100^V$$

$$\text{if } R_s = 1 \rightarrow I = 50^A \rightarrow V_{out} = 50 \times 1 = 50^V$$

$$\text{if } R_s = 2 \rightarrow I = 33.3^A \rightarrow V_{out} = 33.3^V$$

$$\text{if } R_s = 3 \rightarrow I = 25^A \rightarrow V_{out} = 25^V$$

$$\text{if } R_s = 4 \rightarrow I = 20^A \rightarrow V_{out} = 20^V$$

$$\text{if } R_s = 5 \rightarrow I = 16.6^A \rightarrow V_{out} = 16.6^V$$

$$\text{if } R_s = 6 \rightarrow I = 14.2^A \rightarrow V_{out} = 14.2^V$$

$$\text{if } R_s = 7 \rightarrow I = 12.5^A \rightarrow V_{out} = 12.5^V$$

$$\text{if } R_s = 8 \rightarrow I = 11.1^A \rightarrow V_{out} = 11.1^V$$

$$\text{if } R_s = 9 \rightarrow I = 10^A \rightarrow V_{out} = 10^V$$

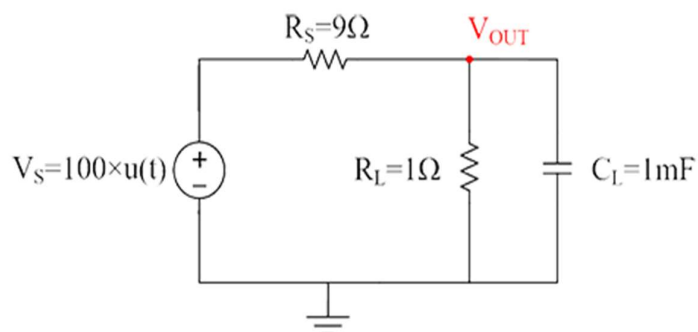
$$\text{if } R_s = 10 \rightarrow I = 9.0^A \rightarrow V_{out} = 9.0^V$$

**سوال ۱:** مقاومت داخلی  $R_s$  کمتر باشد بهتر است یا بیشتر؟

: با توجه به تمرین ۲ در می یابیم که هرچه  $R_s$  کمتر باشد، افت ولتاژ کمتری داریم یا به عبارتی دیگر انرژی کمتری اتلاف می شود و هرچه  $R_s$  بیشتر باشد راندمان مدار کمتر می شود پس می توان گفت هرچه  $R_s$  کمتر باشد، بازده و راندمان مدار بیشتر است و به حالت مطلوب ما (اتلاف انرژی کمتر) نزدیک تر است.

## آزمایش دوم : تحلیل مدار مرتبه اول

**تمرین ۱ :** فرض میکنیم مصرف کننده مطابق با شکل ۳ ، یک مقاومت ( $RL$ ) به همراه یک خازن ( $CL$ ) است، ولتاژ خروجی مدار را به دست می آوریم.



شکل ۳: مدار تحت آزمایش با بار مقاومتی-خازنی

همانطور که در شکل دیده میشود، در مدار علاوه بر مقاومت خازن هم وجود دارد پس می توان گفت معادله حاصل از حل این مدار معادله دیفرانسیل مرتبه اولی خواهد بود که با روش گفته شده در بخش مقدمه حل خواهد شد.

با نوشتن KCL در گره  $V_{out}$  خواهیم داشت:

$$KCL @ V_{out} : \frac{V_{out} - V_S}{9} + C \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{V_{out}}{1} = 0$$

$$\rightarrow V_{out} - 100 + 9 \times 10^{-3} \frac{dV_{out}}{dt} + 9V_{out} = 0$$

$$\rightarrow \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9} \times 10^{-3} V_{out} = \frac{100}{9} \times 10^3$$

$$\rightarrow V_{out} = \left( V_{out(0)} - \frac{b}{a} \right) e^{-a(t-t_0)} + \frac{b}{a}$$

$$\rightarrow V_{out} = (0 - 10) e^{-\frac{10}{9} \times 10^3 t} + 10$$

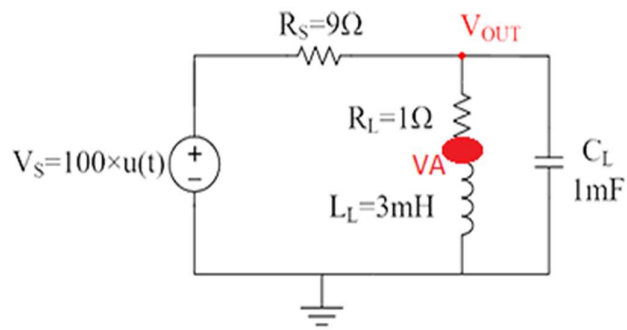
$$\rightarrow V_{out} = \underbrace{-10 e^{-\frac{10}{9} \times 10^3 t}}_{\text{پاسخ گذرا}} + \underbrace{10}_{\text{پاسخ حالت دائم}}$$

همانطور که مشاهده می شود پاسخ گذرا وابسته به زمان است و با گذشت زمان از اثر آن کم می شود و به پاسخ حالت دائم مدار نزدیک می شود.

اگر مقدار  $t$  را در معادله به دست آمده ۵ میلی ثانیه قرار دهیم، با مقداری تقریب می توان گفت پاسخ گذرا صفر میشود و خروجی مدار به مقدار نهایی اش (حالت دائم) می رسد. به این زمان، زمان نشست می گوییم.

### آزمایش سوم : تحلیل مدار مرتبه دوم

**تمرین ۱:** در این حالت فرض میکنیم مصرف کننده مطابق با شکل ۵، یک مقاومت (RL) و یک سلف (LL) باشد، سپس ولتاژ خروجی مدار را به دست می آوریم.



شکل ۵: مدار تحت آزمایش با بار مقاومتی-خازنی-سلفی

در مدار به طور هم زمان سلف و خازن وجود دارد بنابراین می توان گفت معادله حاصل از حل این مدار، معادله دیفرانسیل مرتبه دومی خواهد بود که طبق مطالب گفته شده در مقدمه ان را به دست می آوریم.

ابتدا در دو گره ( $V_{out}$ ) و ( $V_A$ ) ، KCL می نویسیم :

$$KCL @ V_{out} : C \frac{dV_{out}}{dt} + V_{out} - V_A + \frac{V_{out} - V_s}{9} = 0$$

$$\rightarrow C \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9} V_{out} - V_s = V_A \quad (I)$$

$$KCL @ V_A : V_A - V_{out} + \frac{1}{L} \int V_A dt = 0 \quad (II)$$

$$(I) \text{ in } (II) : C \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9} V_{out} - V_s - V_{out} + \frac{1}{L} \int \left( C \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9} V_{out} - V_s \right) dt = 0$$

$$\text{مشتق میگیریم} : C \frac{d^2 V_{out}}{dt^2} + \frac{10}{9} \frac{dV_{out}}{dt} - \frac{dV_s}{dt} - \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{1}{L} \left( C \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9} V_{out} - V_s \right) = 0$$

$$\rightarrow C \frac{d^2 V_{out}}{dt^2} + \left( \frac{10}{9} - 1 + \frac{C}{L} \right) \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9L} V_{out} = \frac{1}{9L} V_s + \frac{dV_s}{dt}$$

$$\div C : \frac{d^2 V_{out}}{dt^2} + \left( \frac{1}{9C} + \frac{1}{L} \right) \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9LC} V_{out} = \frac{1}{9LC} V_s + \frac{1}{C} \frac{dV_s}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{d^2 V_{out}}{dt^2} + \left( \frac{1}{9 \times 10^{-3}} + \frac{1}{3 \times 10^{-3}} \right) \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10}{9 \times 3 \times 10^{-3} \times 10^{-3}} V_{out} = \frac{1}{9 \times 3 \times 10^{-3} \times 10^{-3}} V_s + \frac{1}{10^{-3}} \frac{dV_s}{dt}$$

$$t > 0 \rightarrow u_{(t)} = 1 \rightarrow \boxed{\frac{d^2 V_{out}}{dt^2} + \frac{4}{9} \times 10^3 \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{10^7}{27} V_{out} = \frac{10^8}{27}}$$

$$\begin{cases} 2\alpha = \frac{4}{9} \times 10^3 \rightarrow \alpha = \frac{4}{18} \times 10^3 \approx 222 \\ \omega_0^2 = \frac{10^7}{27} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{10^7}{27}} \approx 608 \end{cases} \rightarrow \alpha < \omega_0 \rightarrow \text{میرایی ضعیف (UD)}$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{\frac{10^7}{27} - \left( \frac{4}{18} \times 10^3 \right)^2} \approx 566$$

$$V_{out(t)} = V_{g(t)} + V_{p(t)}$$

$$V_{g(t)} = e^{-\alpha t} (k_1 \cos \omega_d t + k_2 \sin \omega_d t) = e^{-222t} (k_1 \cos 566t + k_2 \sin 566t)$$

$$V_{p(t)} = \frac{b}{\omega_0^2} = \frac{\left(\frac{10^8}{27}\right)}{\left(\frac{10^7}{27}\right)} = 10$$

$$V_{out(t)} = e^{-22} (k_1 \cos 566t + k_2 \sin 566t) + 10$$

باید K1 و K2 را به دست آوریم:

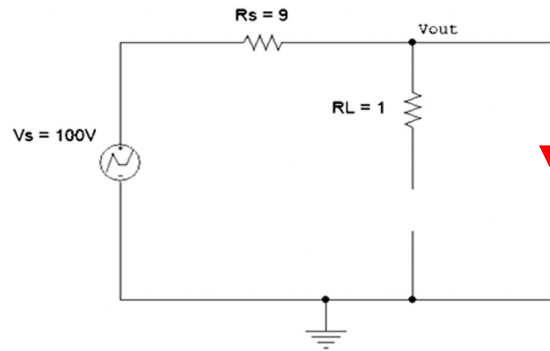
$$\text{چون در مدار تابع ضربه نداریم} \rightarrow \begin{cases} V_{out}(0^-) = V_{out}(0^+) = 0 \\ i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0 \end{cases} \text{ می دانیم}$$

$$\rightarrow V_{out}(0^+) = k_1 + 0 + 10 = 0 \rightarrow \boxed{k_1 = -10}$$

: مدار را در لحظه  $(t = 0^+)$  رسم میکنیم

می دانیم در لحظه  $t = 0^+$  خازن معادل با منبع ولتاژ با شرایط اولیه است همچنین سلف معادل منبع جریان با شرایط اولیه است.

$V_{out}$  و  $i_L$  در لحظه  $t = 0^+$  مقداری برابر با صفر دارند ، و میدانیم منبع ولتاژ با مقدار صفر معادل با اتصال کوتاه است و منبع جریان با مقدار صفر معادل با اتصال باز است.



شکل ۱۵ مدار در لحظه  $t=0^+$

$$\frac{dV_{out}}{dt}(0^+) = \frac{i_c}{C}(0^+)$$

$$KVL @ M : 9 \times i_c - 100 = 0 \rightarrow \boxed{i_c = \frac{100}{9}}$$

$$\rightarrow \frac{dV_{out}}{dt}(0^+) = \frac{\left(\frac{100}{9}\right)}{1 \times 10^{-3}} = \boxed{\frac{10^5}{9}}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{dV_{out}}{dt}(0^+) &= -222e^{-222t}(k_1 \cos 566t + k_2 \sin 566t) \\ &+ e^{-222t}(-566k_1 \sin 566t + 566k_2 \cos 566t) = \frac{10^5}{9} \end{aligned}$$

$$\rightarrow -222(-10 + 0) + (566k_2) = \frac{10^5}{9} \rightarrow k_2 = \frac{8891}{566} \approx \boxed{15}$$

$$\rightarrow \boxed{V_{out(t)} = e^{-222t}(-10 \cos 566t + 15 \sin 566t) + 10}$$

پاسخ گذرا
پاسخ حالت دائم



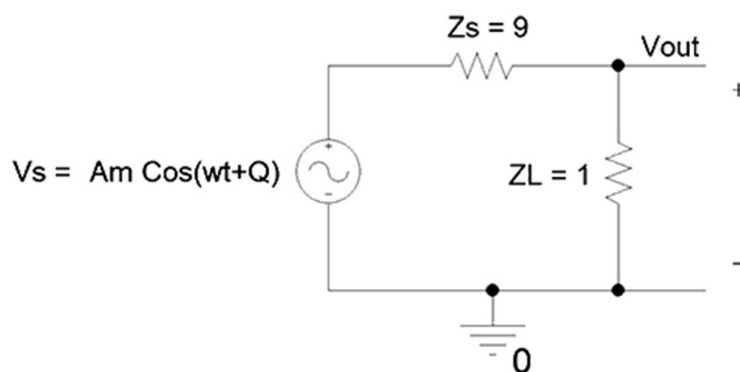
## آزمایش پنجم : پاسخ فرکانسی و حالت دائمی سینوسی

**تمرین ۱:** منبع ورودی را در مدارهای شکل ۲، ۳، ۵ به یک منبع AC تغییر می دهیم و اندازه پاسخ فرکانسی آنها را به دست می آوریم.

(۱)

مدارهای شکل ۲، ۳، ۵ را به حوزه فازوری می بریم ، سپس پاسخ فرکانسی را به دست می آوریم.

$$Z_R = R \rightarrow Z_s = 9, Z_L = 1$$



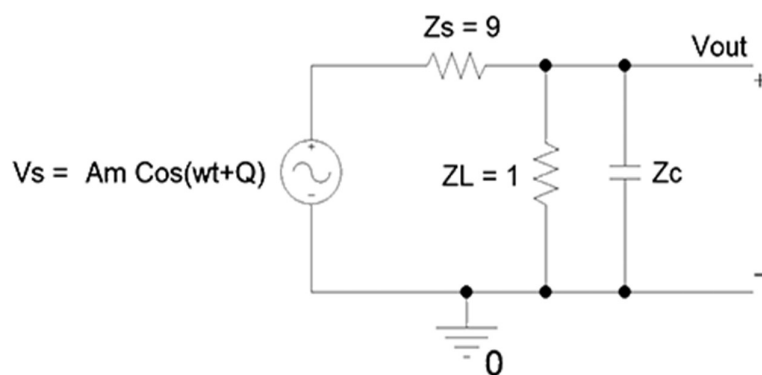
شکل ۷: مدار شکل ۲ در حوزه فازوری

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_s(j\omega)} = \frac{Z_L}{Z_L + Z_s} = \frac{1}{1 + 9} = \frac{1}{10} = 100^{mV}$$

$$\rightarrow \boxed{|H(j\omega)| = 0.1^V}$$

$$Z_R = R \rightarrow Z_s = 9, \quad Z_L = 1$$

$$Z_c = \frac{1}{cj\omega} \rightarrow Z_c = \frac{1}{10^{-3}j\omega}$$



شکل ۸: مدار شکل ۳ در حوزه فازوری

$$Z_L \parallel Z_c \rightarrow Z_{Lc} = \frac{\frac{1}{10^{-3}j\omega}}{1 + \frac{1}{10^{-3}j\omega}} = \frac{1}{10^{-3}j\omega + 1}$$

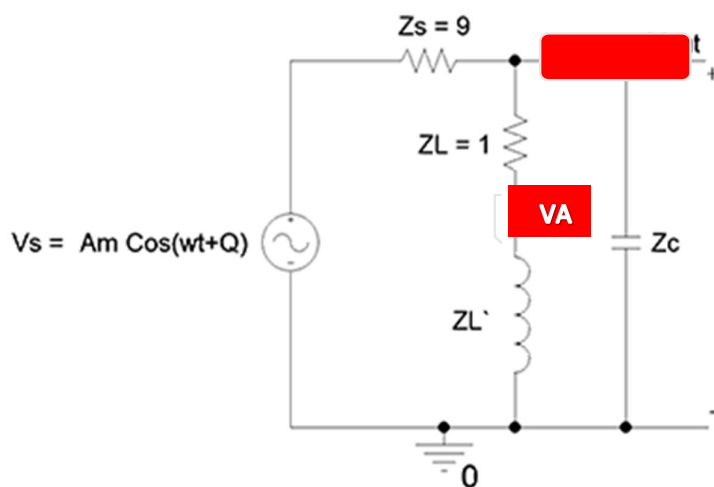
$$H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_s(j\omega)} = \frac{Z_{Lc}}{Z_{Lc} + Z_s} = \frac{\frac{1}{10^{-3}j\omega + 1}}{9 + \frac{1}{10^{-3}j\omega + 1}} = \frac{1}{10 + 9 \times 10^{-3}j\omega}$$

$$\rightarrow \boxed{|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{10^2 + 81 \times 10^{-6} \omega^2}}}$$

$$Z_R = R \rightarrow Z_s = 9, \quad Z_L = 1$$

$$Z_c = \frac{1}{cj\omega} \rightarrow Z_c = \frac{1}{10^{-3}j\omega}$$

$$Z_L = Lj\omega \rightarrow Z_{L'} = 3 \times 10^{-3}j\omega$$



شکل ۹: مدار شکل ۵ در حوزه فازوری

$$KCL @ V_{out} : \frac{V_{out} - 0}{\frac{1}{10^{-3}j\omega}} + \frac{V_{out} - V_A}{1} + \frac{V_{out} - V_s}{9} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 9} 9 \times 10^{-3}j\omega V_{out} + 10V_{out} - 9V_A = V_s \quad (I)$$

$$KCL @ V_A : \frac{V_A - 0}{3 \times 10^{-3}j\omega} + \frac{V_A - V_{out}}{1} = 0 \rightarrow V_A = \frac{3\omega V_{out}}{3\omega - 10^{-3}j} \quad (II)$$

$$(II) \text{ in } (I) : 9 \times 10^{-3}j\omega V_{out} + 10V_{out} - 9 \left( \frac{3\omega V_{out}}{3\omega - 10^{-3}j} \right) = V_s$$

$$\rightarrow \frac{V_{out}}{V_s} = \frac{1}{9 \times 10^{-3}j\omega + 10 - \frac{27\omega}{3\omega - 10^{-3}j}}$$

$$\rightarrow H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_s} = \frac{3\omega - 10^{-3}j}{9 \times 10^{-6}\omega + 30\omega + j(27 \times 10^{-3}\omega^2 - 10^{-2})}$$

$$\rightarrow |H(j\omega)| = \frac{\sqrt{9\omega^2 + 10^{-6}}}{\sqrt{81 \times 10^{-12}\omega^2 + 540 \times 10^{-6}\omega^2 + 900\omega^2 + 729 \times 10^{-6}\omega^4 - 54 \times 10^{-5}\omega^2 + 10^{-4}}}$$

**تمرین ۲:** نوع فیلتر ، فرکانس قطع و فرکانس تشدید را برای هر سه مدار به دست می آوریم.

(۱)

مدار شکل ۷ کاملاً مقاومتی است و به همین جهت در این مدار فرکانس تشدید و فرکانس قطع نداریم. نمودار پاسخ فرکانسی مدار ثابت است و می توان این مدار را به عنوان یک فیلتر تمام گذر در نظر گرفت.

(۲)

برای به دست آوردن فرکانس قطع در مدار شکل ۸ ، ابتدا باید مقدار ماکزیمم  $|H(j\omega)|$  را به دست بیاوریم و سپس  $\omega$  را در فرکانسی که مقدار آن  $\frac{1}{\sqrt{2}}|H_{max}|$  است پیدا کنیم و آن فرکانس را فرکانس قطع بنامیم.

$$\begin{cases} \text{if } \omega = 0 \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{1}{10} \\ \text{if } \omega = \infty \rightarrow |H(j\omega)| = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Low Pass Filter (فیلتر پایین گذر)}$$

چون مدار فرکانس های پایین را عبور می دهد و فرکانس های بالا را عبور نمی دهد ، فیلتر پایین گذر است.

$$\text{if } |H(j\omega)| = 0 \rightarrow \omega_0 = \text{Resonance Frequency}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{10^2 + 81 \times 10^{-6} \omega^2}} = 0 \rightarrow \omega_0 = \pm \frac{1}{9} \times 10^4 j = \frac{1}{9} \times 10^4 \angle \frac{\pm \pi}{2}$$

سپس :

$$\begin{aligned} |H(j\omega)|_{\omega=\omega_c} &= \frac{1}{\sqrt{2}} |H(j\omega)|_{max} \\ \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{10} &= \frac{1}{\sqrt{10^2 + 81 \times 10^{-6} \omega_c^2}} \rightarrow \sqrt{10^2 + 81 \times 10^{-6} \omega_c^2} = 10\sqrt{2} \\ \rightarrow \omega_c &= \frac{1}{9} \times 10^4 \approx 1111 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \text{if } \omega = 0 \rightarrow |H(j\omega)| \approx \frac{1}{10} \\ \text{if } \omega = \infty \rightarrow |H(j\omega)| = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Band Pass Filter (فیلتر میان گذر)}$$

قاعداً با توجه به مقادیر به دست آمده در فرکانس های صفر و بی نهایت ، مدار باید فیلتر پایین گذر باشد اما با رسم دقیق نمودار پاسخ فرکانسی و یا با قرار دادن فرکانسی میانی در  $|H(j\omega)|$  به دست آمده متوجه می شویم که مدار فرکانس های میانی را هم عبور می دهد. در نتیجه این مدار فیلتری میان گذر است.

$$\text{if } |H(j\omega)| = 0 \rightarrow \omega_0 = \text{Resonance Frequency}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{9\omega^2 + 10^{-6}}}{\sqrt{81 \times 10^{-1} \omega^2 + 540 \times 10^{-6} \omega^2 + 900 \omega^2 + 729 \times 10^{-6} \omega^4 - 54 \times 10^{-5} \omega^2 + 10^{-4}}} = 0 = \omega_0$$

و در نهایت :

$$|H(j\omega)|_{\omega=\omega_c} = \frac{1}{\sqrt{2}} |H(j\omega)|_{max}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times 55 \times 10^{-2} = \frac{\sqrt{9\omega^2 + 10^{-6}}}{\sqrt{81 \times 10^{-12} \omega^2 + 540 \times 10^{-6} \omega^2 + 900 \omega^2 + 729 \times 10^{-6} \omega^4 - 54 \times 10^{-5} \omega^2 + 10^{-4}}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \omega_{c-low} = 50^{Hz} \\ \omega_{c-hig} = 100^{Hz} \end{cases}$$

مدارها	فرکانس تشدید (ت/ع)	نوع فیلتر(ت/ع)	فرکانس قطع (ت/ع)
مدار آزمایش ۱	ندارد	تمام گذر/ تمام گذر	ندارد
مدار آزمایش ۲	$-\frac{1}{9} \times 10^4 \angle \frac{\pm\pi}{2}$	پایین گذر/پایین گذر	300Hz /1111Hz
مدار آزمایش ۳	-	پایین گذر/ میان گذر	50Hz و 100Hz / 37Hz و 73Hz

جدول ۱ : مقایسه هر سه مدار

\* ت = نتیجه به دست آمده از قسمت تئوری

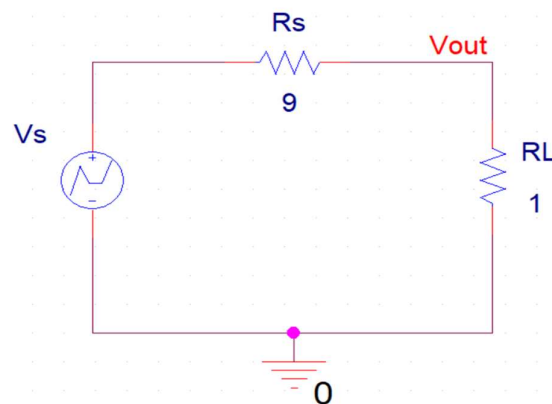
\* ع = نتیجه به دست آمده از قسمت عملی

## شبیه سازی و تحلیل مدار با استفاده از نرم افزار PSpice ، مقایسه و نتیجه گیری

پس از بررسی تئوری آزمایش ها در بخش قبل، در این بخش به شبیه سازی و تحلیل آزمایش ها به کمک نرم افزار Orcad PSpice می پردازیم.

### آزمایش اول : تحلیل مدار مقاومتی

**تمرین ۱:** ابتدا شماتیک مدار را با رعایت نکات لازم در نرم افزار رسم میکنیم



شکل ۱۰: شماتیک مدار شبیه سازی شده آزمایش ۱ در نرم افزار

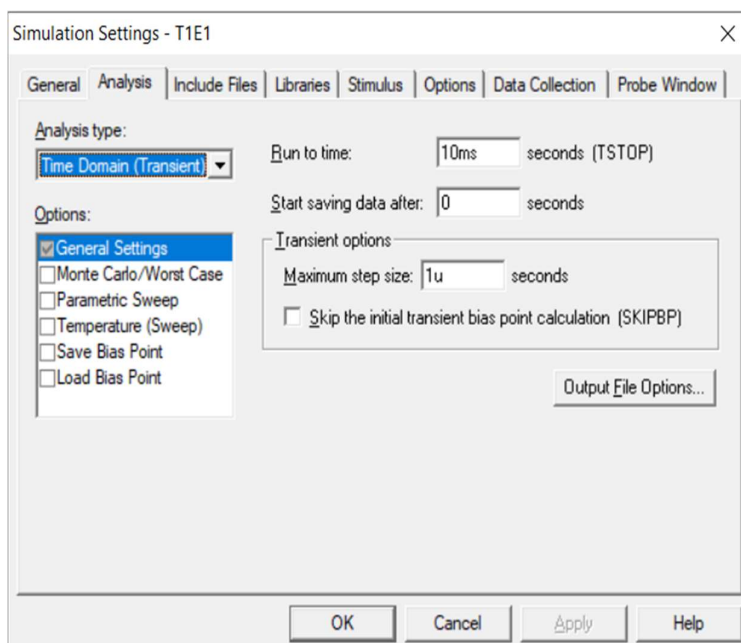
از جمله نکات قابل توجه به هنگام رسم شماتیک مدار در نرم افزار می توان به قرار دادن منبع ولتاژ PWL در مدار به عنوان ورودی پله اشاره کرد.

برای ایجاد ورودی پله در مدار با مقدار ۱۰۰ ولت با استفاده از منبع ولتاژ PWL، ورودی آن را به صورت زیر مقدار دهی میکنیم.

		Source Package	T1	T10	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	V1	V10	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	Value
1	SCHEMATIC1: PAGE1: Vb	VPWL	0		1n								0		100								VPWL

شکل ۱۱: مقادیر ورودی منبع ولتاژ

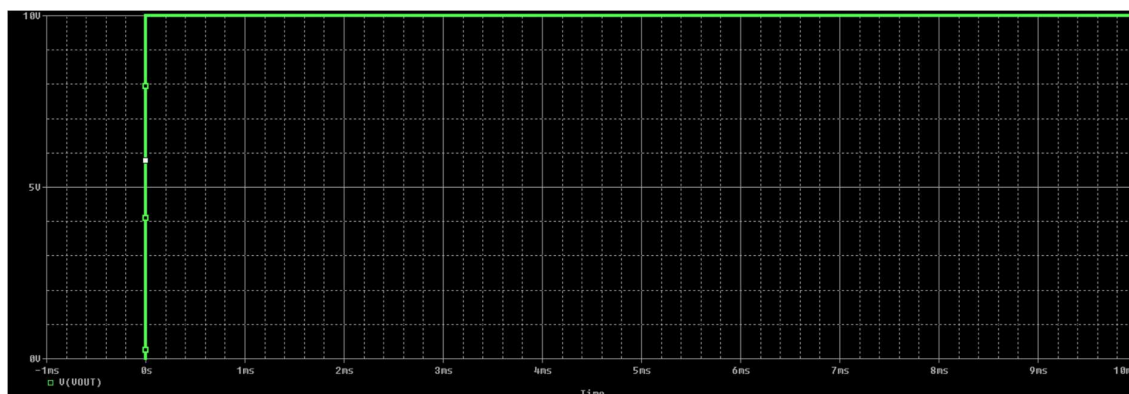
پس از رسم شماتیک مدار نوبت به تعیین حوزه آنالیز میرسد که در این تمرین از آنالیز زمانی (Time Domain) استفاده میکنیم.



شکل ۱۲: نمونه تنظیم صحیح در بخش آنالیز و تحلیل زمانی (Time Domain)

پس از رسم شماتیک مدار و انتخاب حوزه آنالیز با توجه به توضیحات فوق، نمودار خروجی مدار ( $V_{out}$ ) به صورت زیر می شود :



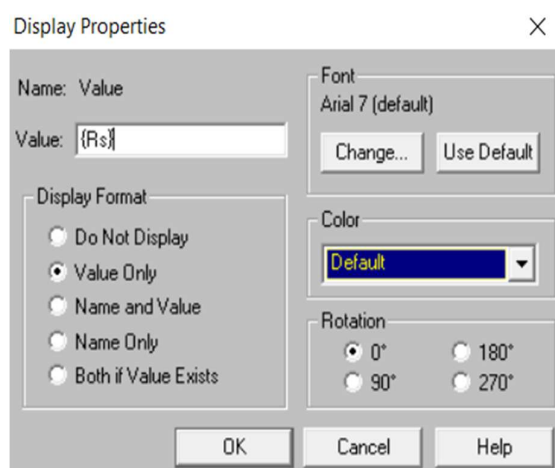


شکل ۱۳: نمودار ولتاژ مدار تحت آزمایش ۱

که این نمودار تحلیل تئوری ما را تایید میکند چرا که در هر دو حالت ولتاژ خروجی مدار ( $V_{out}$ ) برابر با ۱۰ ولت شده است.

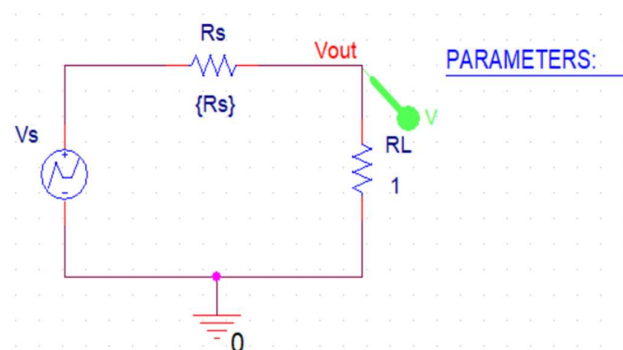
**تمرین ۲:** این بار با انجام تحلیل Parametric Sweep، ولتاژ خروجی را به ازای مقادیر مختلف  $R_s$  از صفر تا ۱۰ اهم به دست می آوریم.

به این منظور ابتدا نام مقاومت  $R_s$  را به صورت زیر تغییر میدهیم:



شکل ۱۴: تغییر نام صحیح مقدار مقاومت

سپس از قسمت Place Part نرم افزار، قطعه ای به نام Param را در مدار قرار می دهیم.  
روی Param کلیک کرده و از قسمت New Column نام مقاومت تحت سوییچ را در آن قرار می دهیم.



شکل ۱۵: قرار گرفتن قطعه Param در مدار

Add New Column

Name:  
Rs

Value:  
1

Enter a name and click Apply or OK to add a column/row to the property editor and optionally the current filter (but not the <Current properties> filter).

No properties will be added to selected objects until you enter a value here or in the newly created cells in the property editor spreadsheet.

☐ Always show this column/row in this filter

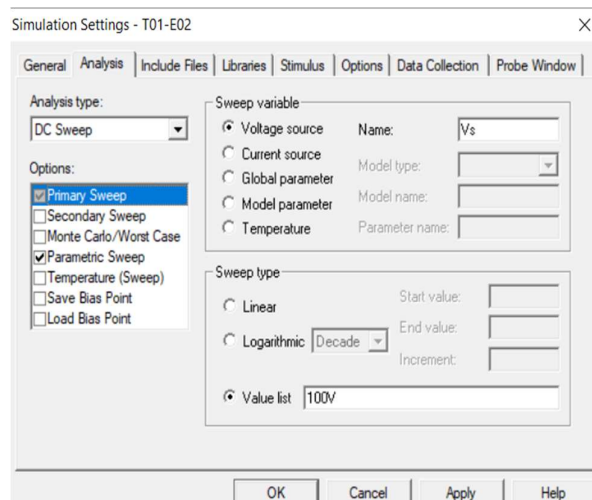
Apply OK Cancel Help

شکل ۱۶: قسمت Add New Column

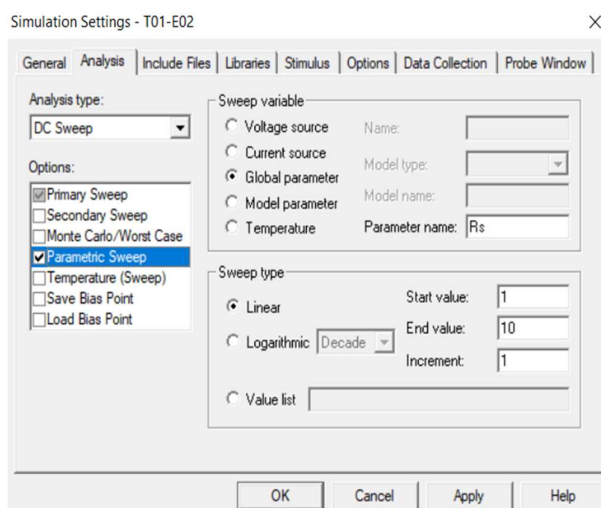
Property Editor												
<div> New Column... Apply Display... Delete Property Filter by: &lt; Current properties &gt; Help </div>												
	Color	Designator	Graphic	ID	Implementation	Implementation Path	Implementation Type	Name	Part Reference	PCB Footprint	Power Pins Visible	Primitive
1	Default		PARAM.Normal				PSpice Model	100150	3		<input type="checkbox"/>	DEFAULT

شکل ۱۷: قسمت New Column

به قسمت تعیین حوزه آنالیز رفته و DC Sweep را انتخاب کرده و مقادیر مقاومت را در آنجا وارد میکنیم. به دلیل آن که نرم افزار مقدار مقاومت \* اهم را قبول نمیکرد، مقدار مقاومت ها را از ۱ اهم شروع کردیم.

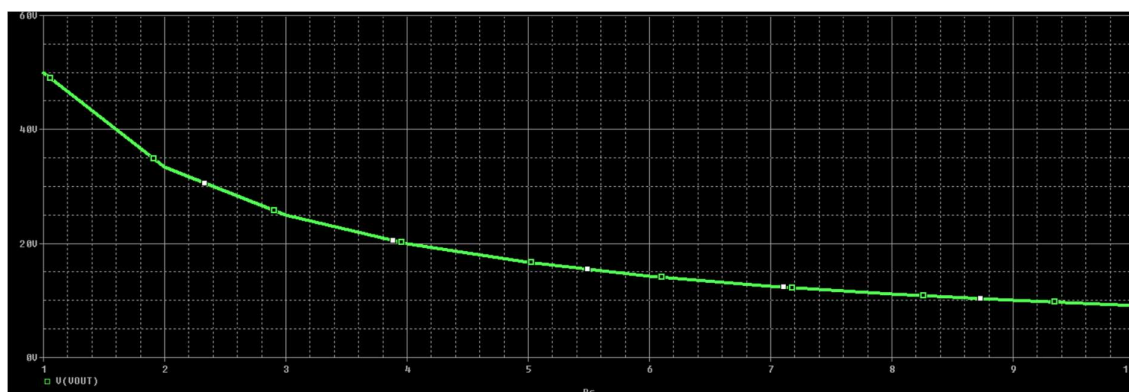


شکل ۱۸: نمونه تنظیم صحیح منبع ولتاژ در بخش آنالیز



شکل ۱۹: نمونه تنظیم صحیح مقاومت ها در بخش آنالیز

نمودار ولتاژ خروجی مدار ( $V_{out}$ ) برای مقادیر مختلف مقاومت  $R_s$  (۱ اهم تا ۱۰ اهم) به صورت زیر میباید که کاملاً با تحلیل تئوری ما هم خوانی دارد.



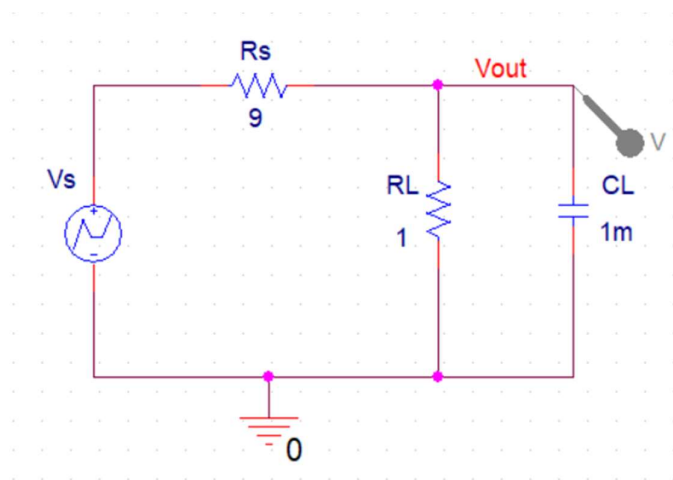
شکل ۲۰: نمودار ولتاژ خروجی مدار تحت آزمایش ۱ در تمرین ۲

**سوال ۱:** مقاومت داخلی  $R_s$  کمتر باشد بهتر است یا بیشتر؟

: از روی نمودار و همچنین تحلیل تئوری متوجه می شویم که هرچه مقدار  $R_s$  کمتر باشد افت ولتاژ کمتری داریم یا به عبارتی دیگر انرژی کمتر اتلاف می شود و هرچه  $R_s$  بیشتر می شود، راندمان مدار کمتر می شود. پس می توان گفت هرچه مقدار مقاومت  $R_s$  کمتر باشد بهتر است.

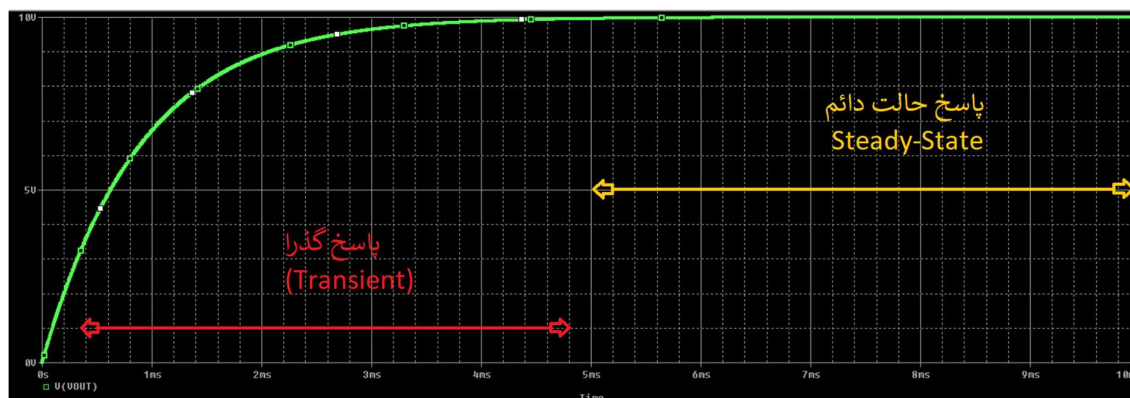
## آزمایش دوم: تحلیل مدار مرتبه اول

**تمرین ۱:** شماتیک مدار را در نرم افزار رسم میکنیم.



شکل ۲۱: شماتیک مدار شبیه سازی شده آزمایش ۲ در نرم افزار

سپس ولتاژ خروجی مدار ( $V_{out}$ ) را در حوزه زمانی (Time Domain) به دست می آوریم.



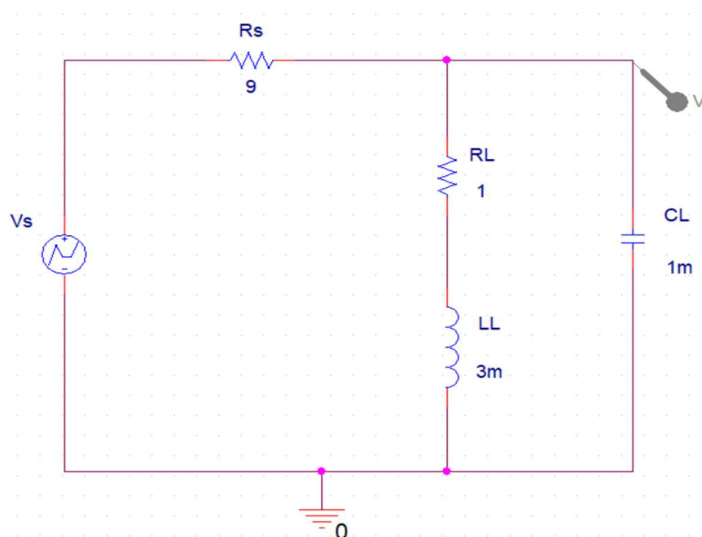
شکل ۲۲: نمودار ولتاژ خروجی مدار تحت آزمایش ۲

در قسمت تئوری ولتاژ خروجی را، ( $V_{out} = -10e^{-\frac{10}{9} \times 10^3 t} + 10$ ) به دست آوردیم که دقیقا

مطابق با نمودار شبیه سازی شده در نرم افزار است و همان طور که از قسمت تئوری آزمایش انتظار می رفت ، می توان از روی نمودار نیز مشاهده کرد که زمان نشست مدار تقریبا برابر با 5 ms است.

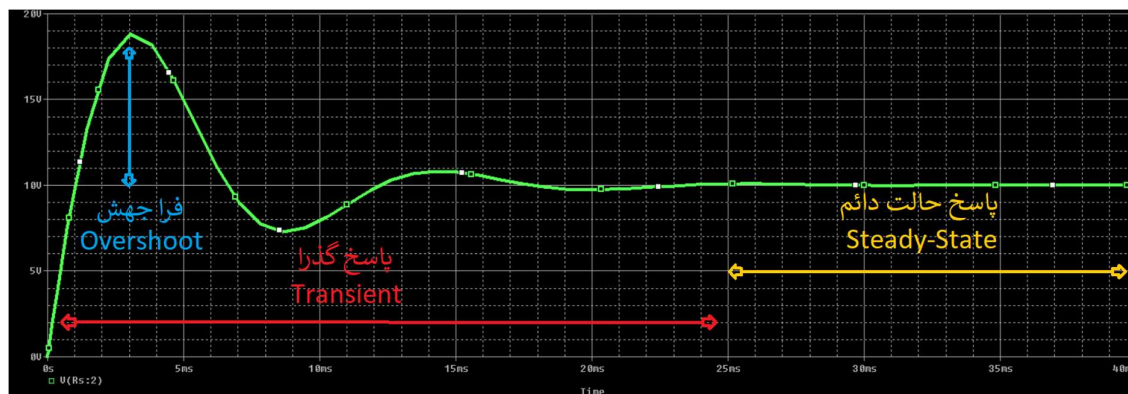
## آزمایش سوم: تحلیل مدار مرتبه دوم

**تمرین ۱:** شماتیک مدار را در نرم افزار رسم میکنیم.



شکل ۲۳: شماتیک مدار شبیه سازی شده آزمایش ۳ در نرم افزار

ولتاژ خروجی مدار ( $V_{out}$ ) را در حوزه زمانی (Time Domain) به دست می آوریم.



شکل ۲۴: نمودار ولتاژ خروجی مدار تحت آزمایش ۳

همانطور که در شکل ۲۴ مشاهده می شود ، زمان نشست در این مدار ۲۵ میلی ثانیه است.

نسبت  $(\frac{b}{\omega_0^2})$  یا همان پاسخ حالت دائمی مدار را در قسمت تئوری  $10V$  به دست آوردیم، در شکل ۲۴ نیز دقیقاً همین مقدار به دست آمده است.

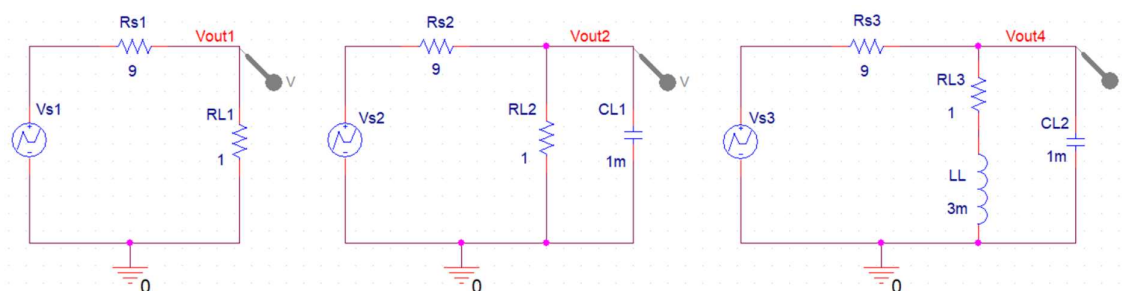
از حل تئوری به خاطر داریم که مدار در حالت میرایی ضعیف قرار داشت که نمودار خروجی حاصل از این مدار در شکل ۲۴ گواه بر این ادعا است.

**سوال ۱:** آیا در مدار شکل ۲۳ فراجش وجود دارد؟ مقدار آن چقدر است؟ آیا می توان با تغییر مقدار سلف، مقدار فراجش را صفر کرد؟

: بله، همانطور که در شکل ۲۴ مشاهده می شود در این مدار فراجشی به مقدار ۹ ولت دیده میشود. با کاهش مقدار سلف می توان مقدار فراجش را کاهش داد اما هیچگاه نمی توان آن را به صفر رساند.

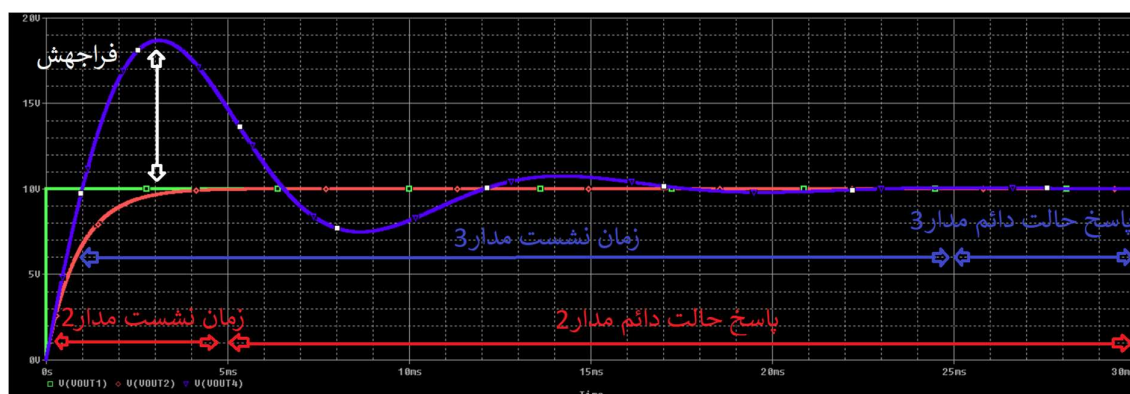
#### آزمایش چهارم: مقایسه سه مدار قبل

**تمرین ۱:** شماتیک هر سه مدار را در یک پروژه از نرم افزار رسم میکنیم.



شکل ۲۵: شماتیک مدار های شبیه سازی شده آزمایش ۴ در نرم افزار

ولتاژ خروجی مدارها را در حوزه زمانی (Time Domain) به دست می آوریم.



شکل ۲۶: نمودار ولتاژ خروجی مدارهای تحت آزمایش ۴

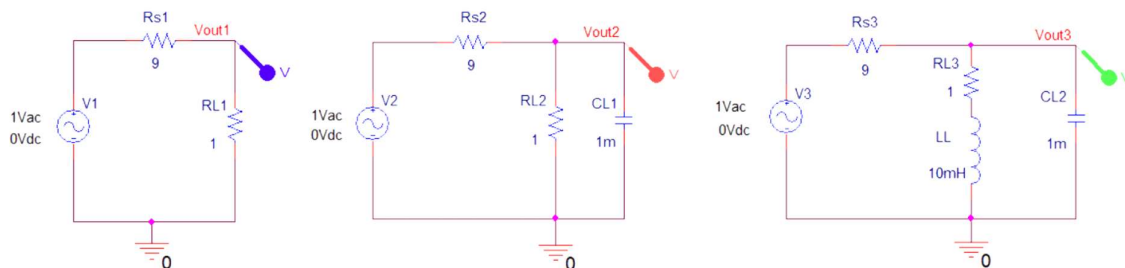
مدارها	زمان نشست	پاسخ حالت دائم	فراجهش
مدار آزمایش ۱	-	10V	-
مدار آزمایش ۲	5ms	10V	-
مدار آزمایش ۳	25ms	10V	9V

جدول ۲: مقایسه هر سه مدار



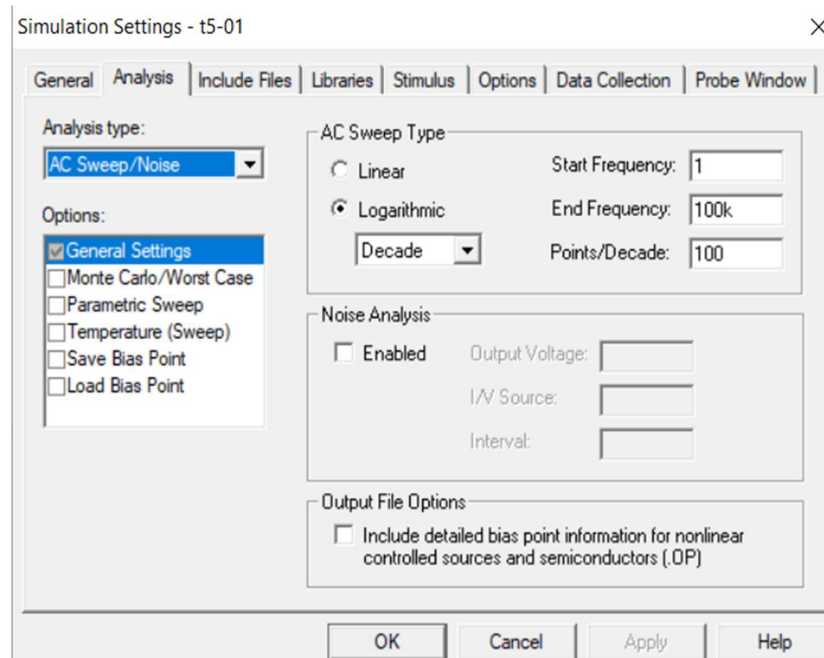
## آزمایش پنجم: پاسخ فرکانسی و حالت دائمی سینوسی

**تمرین ۱:** منبع ورودی را در مدارهای شکل ۲ و ۳ و ۵ به یک منبع AC تغییر می دهیم و پس از رسم شماتیک مدارها با استفاده از تحلیل فرکانسی، پاسخ فرکانسی را در بازه ۱ هرتز تا ۱۰۰ کیلو هرتز شبیه سازی میکنیم.



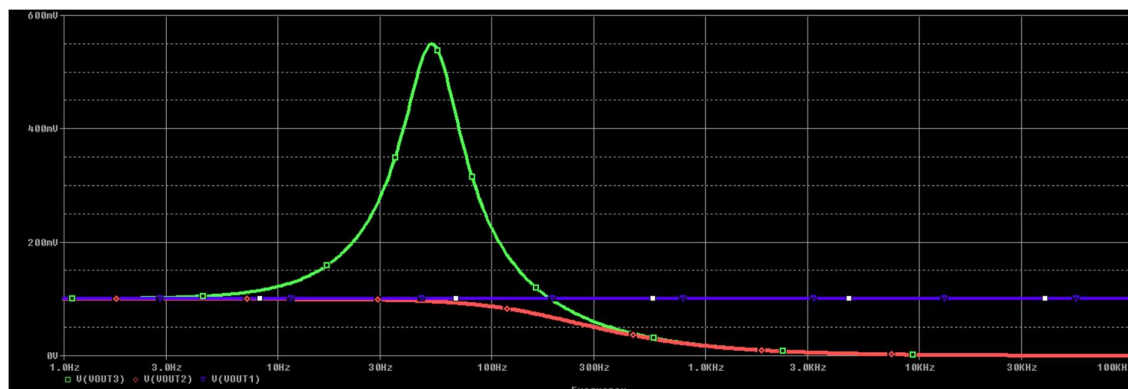
شکل ۲۷: شماتیک سه مدار تحت آزمایش در حوزه فرکانسی

از قسمت Edit Simulation Settings نرم افزار، نوع آنالیز را AC Sweep انتخاب میکنیم و بازه فرکانسی را 1Hz تا 100KHz قرار می دهیم.



شکل ۲۸: نمونه تنظیم صحیح در بخش آنالیز و تحلیل فرکانسی (AC Sweep)

نمودار خروجی حاصل از سه مدار تحت آزمایش به صورت زیر است که کاملاً منطبق است با آن چه که در قسمت تئوری آزمایش به دست آوردیم.



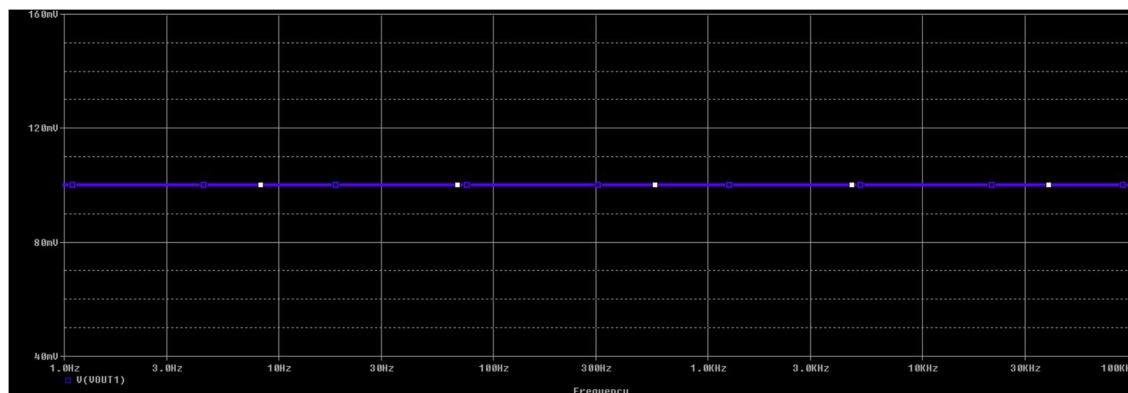
شکل ۲۹: نمودار اندازه پاسخ فرکانسی مدار های شکل ۲۷

**تمرین ۲:** نوع فیلتر ، فرکانس قطع و فرکانس تشدید را برای هرمدار به دست می آوریم.

(۱)

همانطور که از حل تئوری مدار انتظار می رفت ، نمودار مدار ثابت است.(به دلیل آن که مدار مقاومتی است و تغییر فرکانس تاثیری در خروجی مدار های مقاومتی ندارد) و می توان گفت که این مدار فرکانس قطع و فرکانس تشدید ندارد.

این مدار را می توان به عنوان فیلتر تمام گذر در نظر گرفت زیرا در تمام طول بازه فرکانسی مد نظر ، خروجی یکسان دارد.

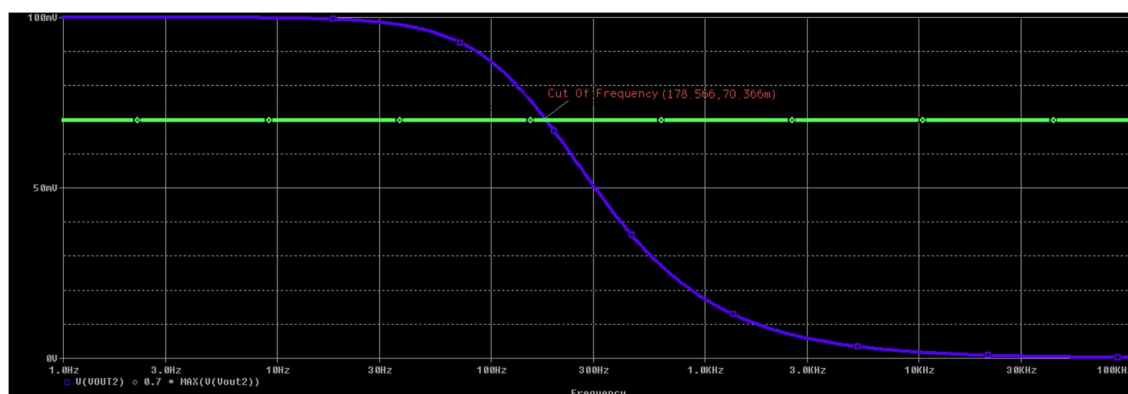


شکل ۳۰: نمودار اندازه پاسخ فرکانسی مدار سمت چپ در شکل ۲۷

برای به دست آوردن فرکانس قطع این مدار ، ماکزیمم مقدار ولتاژ خروجی مدار را در ۰,۷ ضرب میکنیم و نقطه تقاطع آن را با نمودار اصلی ولتاژ خروجی ، فرکانس قطع می نامیم.

در شکل ۳۱ ، نمودار ایی رنگ ، خروجی مدار است و نمودار سبز رنگ ، ۰,۷ برابر ماکزیمم مقدار ولتاژ خروجی است که نقطه تقاطع این دو نمودار در فرکانس ۱۷۹ Hz اتفاق افتاده است. پس می توان فرکانس ۱۷۹ Hz را فرکانس قطع این مدار در نظر گرفت.

از شکل این نمودار مشخص است که این مدار ، فیلتری پایین گذر است چرا که این مدار فرکانس های پایین را عبور داده و فرکانس های بالا را عبور نداده است.



شکل ۳۱ : نمودار اندازه پاسخ فرکانسی مدار وسط در شکل ۲۷

در این مدار هم همانند قسمت قبل ، ماکزیمم مقدار ولتاژ خروجی مدار را در ۰,۷ ضرب میکنیم و نقاط تقاطع را فرکانس های قطع می نامیم.

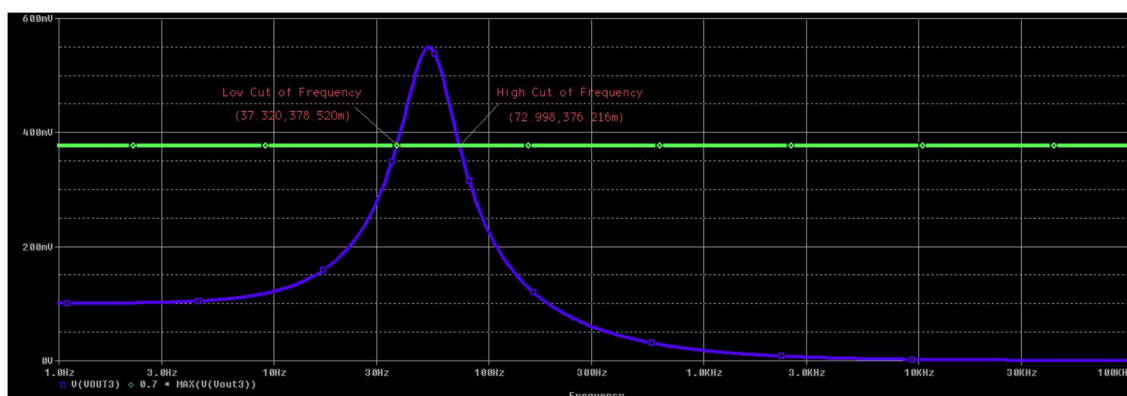
در این مدار ۲ فرکانس قطع داریم(فرکانس قطع بالا و پایین) که مقادیر آنها به صورت زیر است :

$$(High\ Cut\ of\ Frequency) = 73^{Hz}$$

$$(Low\ Cut\ of\ Frequency) = 37^{Hz}$$

در قسمت تئوری با مقادیری که برای  $|H(j\omega)|$  به دست آوردیم ، حدس زدیم که مدار فیلتر پایین گذر باشد.

اما در اینجا می بینیم با این که مدار مقدار کمی از فرکانس های پایین (0Hz تا 10Hz) را عبور داده است و در بی نهایت صفر شده است اما به هیچ عنوان مدار ، فیلتر پایین گذر نیست بلکه فیلتر میان گذر است چرا که فرکانس های میانی را هم عبور داده است.



شکل ۳۲ : نمودار اندازه پاسخ فرکانسی مدار سمت راست در شکل ۲۷

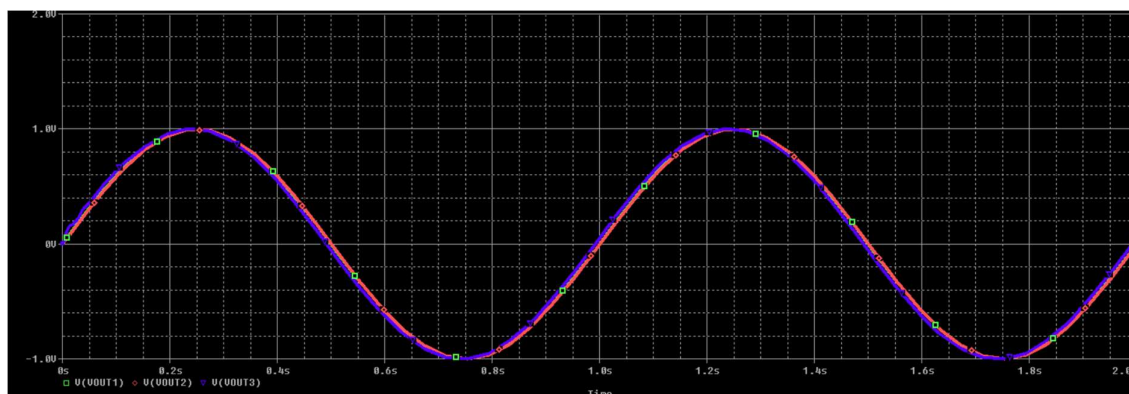
### تمرین ۳:

به مدار های تحت آزمایش یک سیگنال سینوسی با دامنه ۱۰ ولت در نرم افزار اعمال می کنیم ، فرکانس آن را یک بار ۱ هرتز و بار دیگر ۱ مگاهرتز قرار می دهیم.

با تغییر منبع ولتاژ AC به سیگنال سینوسی ، به اجبار باید نوع آنالیز را از AC Sweep به Time Domain تغییر داد و با کمی دقت می توان فهمید که ولتاژ خروجی مدار ها در از حوزه فازوری(حالت دائمی سینوسی) به حوزه زمانی تبدیل شده است.  
شکل های ۳۳ و ۳۴ نمودار های این سه مدار را در حوزه زمانی نشان می دهند.

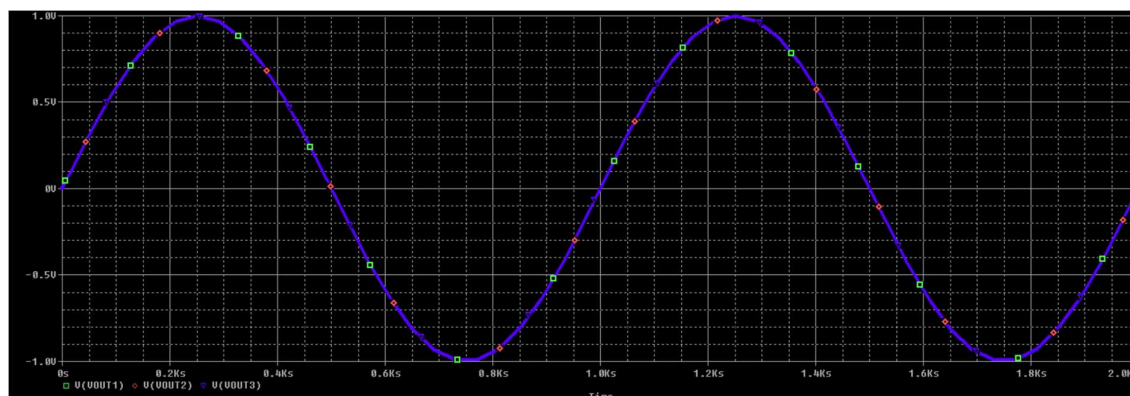
ابتدا فرکانس را 1Hz قرار می دهیم.

خروجی به صورت زیر است:



شکل ۳۳: نمودار هر سه مدار با سیگنال سینوسی و فرکانس 1Hz

سپس فرکانس را به 1 MHz تغییر می دهیم و خروجی زیر به دست می آید :



شکل ۳۴: نمودار خروجی هر سه مدار با سیگنال سینوسی و فرکانس 1 MHz

همانطور که از نمودارهای شکل ۳۳ و ۳۴ مشخص است ، تغییر فرکانس تاثیری در خروجی مدار ها نداشته است و نمودار ها ثابت مانده اند و تنها طول بازه زمانی افزایش یافته است.

### مراجع مورد استفاده

- نظریه اساسی مدارها و شبکه ها (جلد اول) ، ارنست کوه - چارلز دسور ، ترجمه دکتر پرویز جبه دار مارالانی ، چاپ نوزدهم ، ۱۳۸۷
- فیلم های آموزشی تدریس شده
- William Hayt , *Engineering Circuit Analysis* , 6<sup>th</sup> Ed.
- R.C. Dorf and J.A. Svoboda , *Introduction to Electric Circuits* , 8<sup>th</sup> Ed. John Wiley , 2010.
- [www.researchgate.net](http://www.researchgate.net)
- Orcad PSpice *Demo Version*