

## ❖ تمرینات :

۱. انتگرال فوریه توابع زیر را محاسبه کنید ؟

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad |x| \leq 1 \\ 0 & , \quad |x| > 1 \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & , \quad 0 \leq x < 1 \\ -\frac{\pi}{2} & , \quad -1 < x < 0 \end{cases} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = e^{-|x|} \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad |x| < a \\ 0 & , \quad |x| > a \end{cases} \quad (\text{د})$$

۲. با استفاده از نمایش انتگرال فوریه ای، نشان دهید که :

$$\int_0^\infty \frac{1 - \cos \pi w}{w} \sin xw dw = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & , \quad 0 < x < \pi \\ 0 & , \quad x > \pi \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos xw}{1+w^2} dw = \frac{\pi}{2} e^{-x} \quad , \quad x > 0 \quad (\text{ب})$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos xw + w \sin xw}{1+w^2} dw = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & , \quad x = 0 \\ \pi e^{-x} & , \quad x > 0 \end{cases} \quad (\text{ج})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi w}{2}\right) \cos xw}{1-w^2} dw = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cos x & , \quad |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \quad |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (د)$$

۳. اگر  $f(t) \xleftrightarrow{F} F(w)$  و  $g(t) \xleftrightarrow{F} G(w)$  آنگاه ثابت کنید

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) g^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(w) G^*(w) dw \quad (\text{قضیه پارسوال})$$

و در حالت خاص :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(w)|^2 dw \quad (\text{قضیه انرژی})$$

۴. تبدیل فوریه توابع زیر را بدست آورید :

$$f(t) = t^2 e^{-t} u(t) \quad (\text{ب}) \qquad f(t) = e^{-t} \cos w_0 t \quad u(t) \quad (\text{الف})$$

$$f(t) = \frac{\cos \beta t}{t^4 + a^4} \quad (د) \qquad f(t) = e^{-kt^2} \quad (\text{ج})$$

$$f(t) = e^{-\alpha|t|} (1 + \alpha|t|) \quad (ج) \qquad f(t) = \ln t \quad (س)$$

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (\text{ش}) \qquad f(t) = \ln \left( \frac{t^2 + a^2}{t^2 + b^2} \right) \quad (\text{س})$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin y}{y(t^2 + y^2 - 2yt + m^2)} dy \quad (\text{ص})$$

۵. تبدیل فوریه معکوس  $F(w)$  (یعنی  $f(t)$ ) را برای هر یک از توابع زیر پیدا نمائید:

$$F(w) = \frac{\sin wT \cos wT}{w} \quad (\text{ب}) \qquad F(w) = \frac{k^2}{k^2 + w^2} \quad (\text{الف})$$

$$F(w) = \frac{2\pi}{1+2j} (jw) [\delta(w+1) + \delta(w-1)] \quad (\text{د}) \qquad F(w) = \frac{1}{(jw+k)^3} \quad (\text{ج})$$

۶. معادله انتگرالی زیر را حل نمائید. ( $f(t)$  را بدست آورید)

$$\frac{1}{\alpha^2 - 1 - 2j\alpha} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-j\alpha t} dt$$