P. L. PSET#2 99109393 علیرضا حبیب زاده

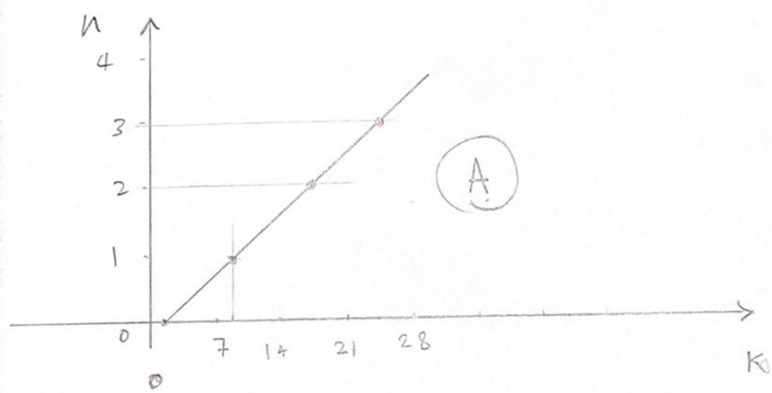
A. $k_{(n+1)} = k_{(n)} + 7 \Longrightarrow K = 7n + C = 7n + 1$

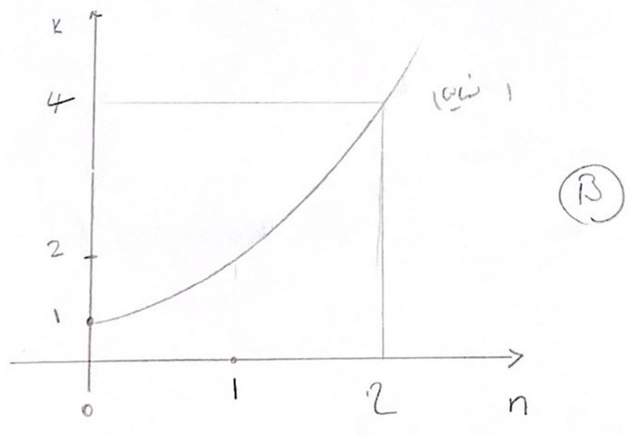
$\longrightarrow \underline{S_A = \{(n, 7n+1) \mid n \in W\}} \longrightarrow = \{(0,1), (1,8), \dots\}$

$(W = \{0, 1, 2, \dots\})$

B. $k_{(n+1)} = 2k_{(n)} \Longrightarrow k = C2^n = 2^n$

$\Longrightarrow \underline{S_B = \{(n, 2^n) \mid n \in W\}} = \{(0,1), (1,2), \dots\}$





C. $\begin{cases} j_{(n+1)} = i_{(n)} + j_{(n)} \\ i_{(n+1)} = j_{(n)} \end{cases} \longrightarrow i_{(n+1)} = i_{(n-1)} + j_{(n-1)} = i_{(n-1)} + i_{(n)}$

$\Longrightarrow \; i(n+1) = i(n) + i(n-1) \quad , \quad i(0) = 0 \quad , \quad i(1) = J(0) = 1$

با این معادله و دو شرط مرزی پاسخ $i(n)$ یکتاست . می‌دانیم فیبوناچی در آن صدق می‌کند پس $i(n) = fib(n)$

$, \quad J(n) = i(n+1) = fib(n+1)$

$$\Longrightarrow S_C = \{ (n, fib(n), fib(n+1)) \mid n \in \mathbb{W} \}$$

$$= \{ (0,0,1), (1,1,1), (2,1,2), \dots \}$$

D.
$$\begin{cases} i(n+1) = i(n) + 2 \;, \quad i(0) = 1 \quad \Longrightarrow i(n) = 2n+1 \\ J(n+1) = i(n) + J(n) \end{cases}$$

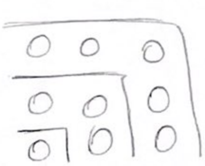
$$\Longrightarrow J(n+1) = 2n+1 + J(n)$$

$$J(n) = \alpha n^2 + \beta n + \gamma \;\rightarrow\; 2n+1 = \alpha(2n+1) + \beta$$

$$\overset{\text{(lon sno)}}{\Longrightarrow} \alpha = 1 \;,\; \beta = 0$$

$$\Longrightarrow J(n) = n^2 + \gamma \qquad J(0) = 0 \rightarrow \gamma = 0 \rightarrow J(n) = n^2$$

با توجه به اینکه $J(n)$ حاصل جمع $2n+1$ (اعداد فرد) است از آن قضیه‌ی معروف که جمع اعداد فرد n^2 است نیز می‌توانستیم بفهمیم :



$$\Sigma(2n+1) = n^2$$

$$\Longrightarrow S_D = \{ (n, 2n+1, n^2) \mid n \in \mathbb{W} \}$$

$$= \{ (0,1,0), (1,3,1), (2,5,4), \dots \}$$