



آزمایشگاه کنترل خطی

مدلسازی و شبیه‌سازی موتورهای الکتریکی DC در محیط MATLAB

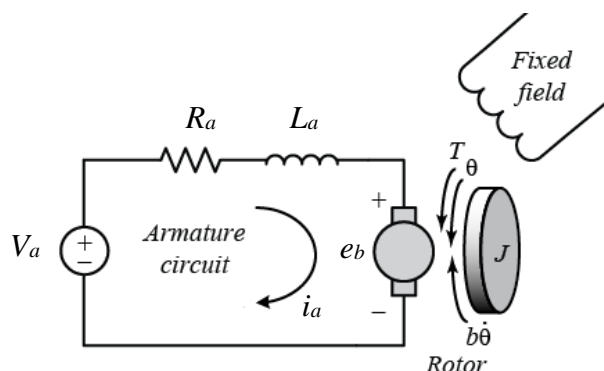
یکی از متداول‌ترین محرک‌های موجود در سیستم‌های کنترل موقعیت و سرعت، موتور الکتریکی می‌باشد. در میان انواع موتورهای الکتریکی، موتورهای الکتریکی DC به علت داشتن قابلیت کنترل بالا و سادگی روش‌های کنترلی مورد نیاز، از کاربرد گسترده‌ای در سیستم‌های کنترل موقعیت و سرعت برخوردار هستند. در سیستم کنترل موقعیت یک موتور DC، هدف طراحی کنترلی است که محور موتور را به اندازه زاویه مشخص شده توسط ورودی مرجع بچرخاند. به همین ترتیب، در سیستم کنترل سرعت یک موتور DC، هدف طراحی کنترلی است که محور موتور با سرعت مشخص شده توسط ورودی مرجع چرخانده شود. هدف از این آزمایش مدل‌کردن و شبیه‌سازی موتور DC در محیط MATLAB است. با مدل‌کردن موتور در محیط MATLAB می‌توان پارامترهای کنترل کننده را قبل از اعمال آن به سیستم اصلی تنظیم و پس از اطمینان از عملکرد کنترل کننده آن را به سیستم اصلی اعمال کرد.

بخش اول: مباحث نظری مربوط به آزمایش

همان‌طور که می‌دانیم، هرگاه یک هادی حامل جریان الکتریکی در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد، نیرویی از طرف میدان مغناطیسی بر آن هادی وارد می‌شود. حال چنانچه این هادی با فاصله‌ای نسبت به یک محور چنان قرار گرفته باشد که بتواند حول آن محور چرخش کند، گشتاور وارد شده بر هادی از طرف میدان مغناطیسی موجب چرخش آن می‌شود. به طور کلی، در موتورهای DC، مقدار گشتاور وارد شده بر هادی از طرف میدان مغناطیسی، با جریان عبوری از هادی و شار میدان مغناطیسی متناسب خواهد بود. به این ترتیب جهت کنترل گشتاور موتور، می‌توان به دو روش کنترل جریان آرمیچر و کنترل شار میدان مغناطیسی عمل کرد. در این آزمایش قصد داریم موتور DC مغناطیس دائم را مدل کنیم. بنابراین، شارمغناطیسی مدار میدان را ثابت در نظر می‌گیریم و گشتاور موتور را با تنظیم جریان آرمیچر تنظیم می‌کنیم.

مدار معادل موتور DC مغناطیس دائم در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن:

V_a ولتاژ اعمالی به آرمیچر	e_b نیروی ضد محرکه القایی در آرمیچر
i_a جریان سیم پیچ آرمیچر	ω سرعت چرخش محور موتور
R_a مقاومت مدار آرمیچر	θ موقعیت (زاویه) محور موتور
L_a اندوکتانس سیم پیچ آرمیچر	J مجموعه ممان اینرسی روی محور موتور
	b ضریب اصطکاک چسبندگی موتور
	T گشتاور تولیدی در محور موتور



شکل (۱): مدار معادل موتور DC مغناطیس دائم

در سیستم کنترل سرعت (موقعیت) موتور، فرض می‌کنیم ورودی سیستم، ولتاژ آرمیچر و خروجی سیستم، سرعت (موقعیت) روتور DC باشد. گشتاور موتور متناسب با جریان آرمیچر می‌باشد که می‌توان این تناسب را به کمک ضریب گشتاور موتور به صورت زیر بیان کرد:

$$T = K_t i_a$$

نیروی ضد محرکه القایی در آرمیچر نیز از طریق ثابت K_b با سرعت زاویه‌ای شفت متناسب می‌باشد:

$$e_b = K_e \omega$$

چنانچه تبدیل انرژی الکتریکی به مکانیکی را در موتور بدون اتلاف فرض کنیم، ثابت‌های گشتاور و ولتاژ القایی آرمیچر با هم برابر می‌باشد، $K = K_t = K_e$.

بخش دوم: محاسبه مدل ریاضی موتور و شبیه‌سازی در محیط MATLAB

در این قسمت، جهت استخراج مدل ریاضی موتور از قوانین اولیئر بر روی روتور و قانون KVL بر روی مدار آرمیچر استفاده می‌کنیم تا روابط زیر حاصل شود:

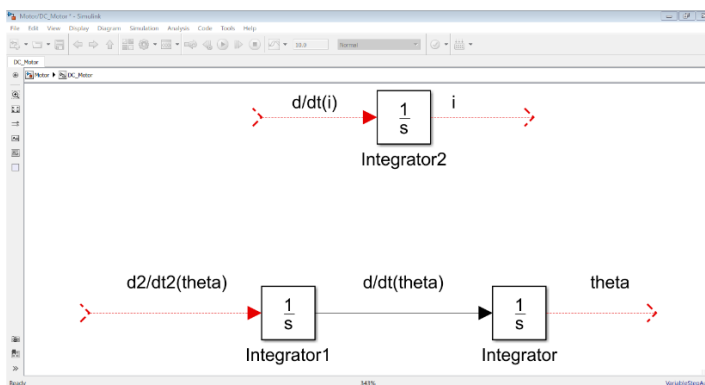
$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_a} \left(-R_a i_a + V_a - K \frac{d\theta}{dt} \right) \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J} \left(K i_a - b \frac{d\theta}{dt} \right) \end{cases} \quad (1)$$

۱-۲- شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل در محیط MATLAB/Simulink

ابتدا محیط Simulink را با اجرا کردن دستور Simulink در MATLAB باز می‌کنیم. برای ساخت مدل جدید در محیط Simulink، از منو گزینه File → New → Model را انتخاب کنید.

برای ساخت روابط (۱) ابتدا انتگرال‌های شتاب زاویه‌ای روتور و نرخ تغییرات جریان آرمیچر را مدل می‌کنیم. برای این کار مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

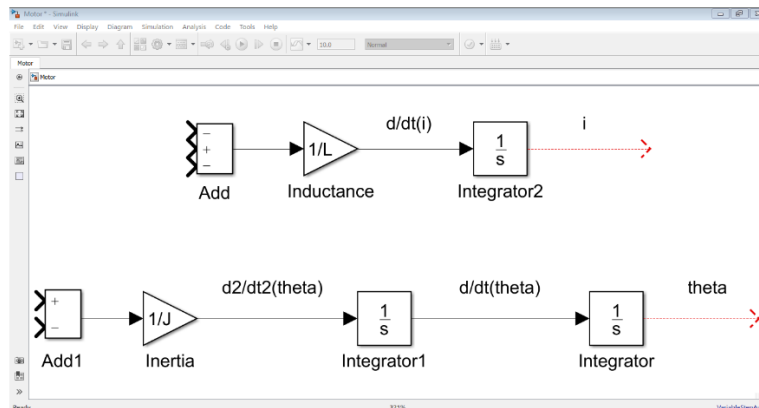
- بلوک انتگرال‌گیر را از قسمت Simulink/continuous به مدل اضافه کنید.
- ترمینال‌های ورودی و خروجی بلوک را امتداد دهید و مطابق شکل (۲) ورودی آن را "d2/dt2(theta)" و خروجی آن را "d/dt(theta)" نام‌گذاری کنید. برای نام‌گذاری بر روی فضای خالی بالای خطوط دوبار کلیک کنید و نام‌گذاری را انجام دهید.
- بلوک انتگرال‌گیر دیگری را به مدل اضافه کنید و ورودی آن را به خروجی بلوک قبل وصل کنید و خروجی آن را امتداد دهید و آن را "theta" نام‌گذاری کنید.
- بلوک انتگرال‌گیر سوم را به مدل اضافه کنید و ورودی آن را "d/dt(i)" و خروجی آن را "i" نام‌گذاری کنید.



شکل (۲): مدل کردن انتگرال‌های شتاب زاویه‌ای و نرخ تغییرات جریان آرمیچر

با توجه به روابط بالا، شتاب زاویه‌ای برابر با حاصلضرب $1/J$ در مجموع دو ترم (یکی مثبت و یکی منفی) می‌باشد. بطور مشابه، مشتق جریان برابر با حاصلضرب $1/L$ در مجموع سه ترم (یکی مثبت و دو تا منفی) می‌باشد. بنابراین در ادامه برای مدل کردن روابط بالا مراحل زیر را ادامه می‌دهیم:

- دو بلوک بهره را از Simulink/Math به مدل اضافه کنید و آنها را مطابق شکل (۳) به انتهای سمت چپ انتگرال‌گیرها اضافه کنید.
- دو بار بر روی بلوک بهره متناظر با شتاب زاویه‌ای کلیک کنید و مقدار آن را به $1/J$ تغییر دهید و آن را Inertia نام‌گذاری کنید.
- به طور مشابه مقدار بلوک بهره دوم را $1/L$ گذاشته و نام آن را به Inductance تغییر دهید.
- دو بلوک جمع‌کننده از قسمت Simulink/Math به مدل اضافه کنید و آنها را با خط به بلوک‌های جمع‌کننده متصل کنید.
- علامت بلوک جمع‌کننده متناظر با معادله KVL (جمع‌کننده ولتاژ) را به "-" - تغییر دهید چون در معادله KVL یک ترم مثبت و دو ترم منفی است.
- علامت بلوک جمع‌کننده متناظر با معادلات اویلر (جمع‌کننده گشتاور) را به "+" + تغییر دهید زیرا در معادله مربوط به قانون نیوتن یک ترم مثبت و یک ترم منفی می‌باشد.



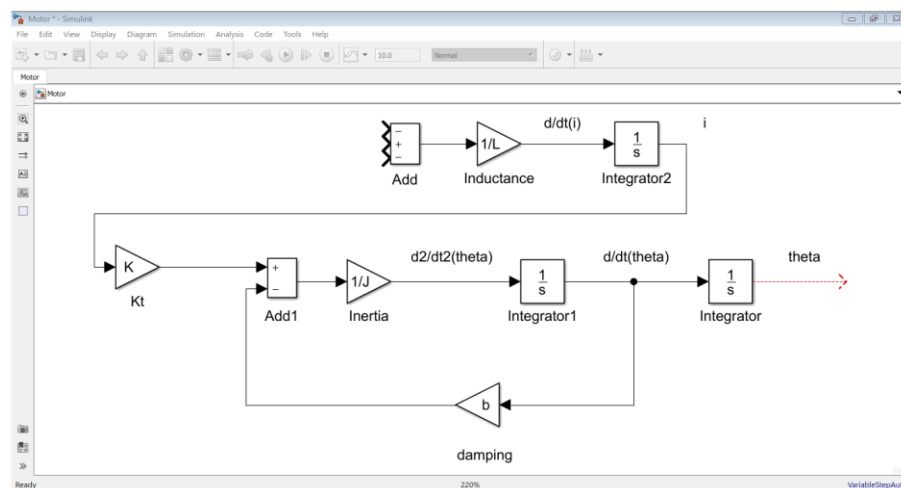
شکل (۳): اضافه کردن بهره و جمع‌کننده به مدل

در ادامه گشتاورها (گشتاور میراکننده و گشتاور آرمیچر) را به مدل اضافه می‌کنیم. در ابتدا گشتاور میراکننده را به مدل اضافه می‌کنیم:

- بلوک بهره جدیدی را به مدل اضافه کنید و آن را زیر بلوک بهره Inertia قرار دهید. مقدار بهره را b گذاشته، آن را $damping$ نام‌گذاری کنید. سپس بلوک بهره را با نگه داشتن **Ctrl-R** چرخانده و مطابق شکل (۴) آن را در مدل قرار دهید. از " $d/dt(\theta)$ " به ورودی بهره میراکننده، خطی را رسم کنید.
- خروجی بهره میراکننده را به قسمت منفی جمع کننده گشتاور متصل کنید.

در ادامه گشتاور ناشی از آرمیچر را به مدل اضافه می‌کنیم:

- بلوک بهره جدیدی را به سیستم اضافه کنید. ورودی آن را به خروجی انتگرال‌گیر جریان و خروجی آن را به جمع کننده گشتاور متصل کنید.
- مقدار بهره بلوک را K و آن را K_t نام‌گذاری کنید که نشان دهنده ثابت گشتاور تولیدی آرمیچر می‌باشد.



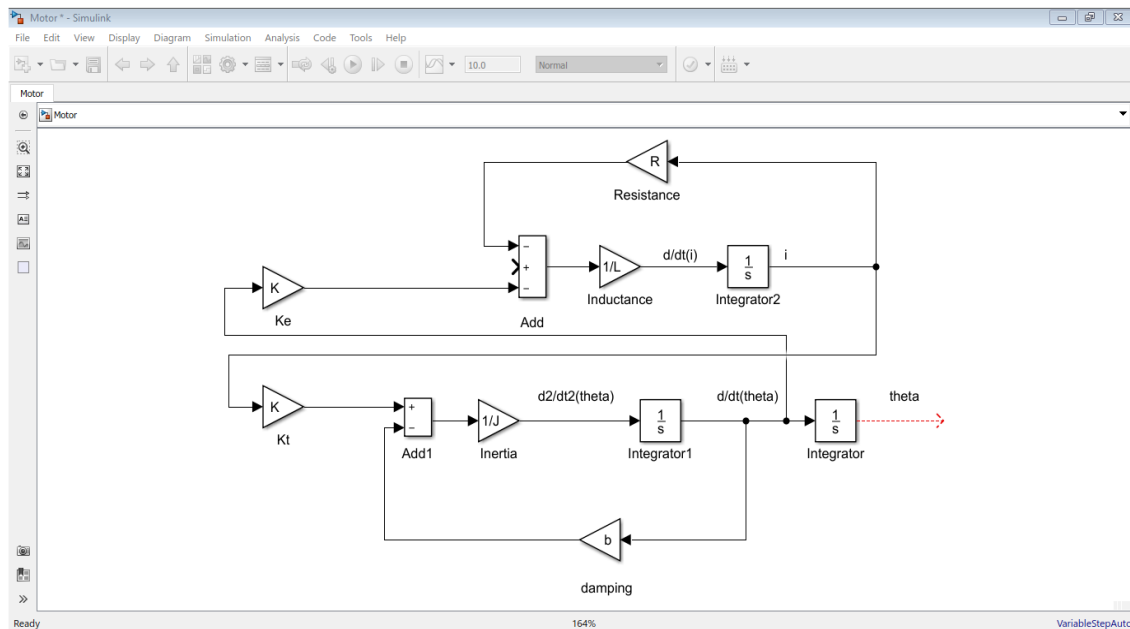
شکل (۴): اضافه کردن گشتاور میرا کننده و گشتاور آرمیچر

در ادامه ولتاژهای ظاهر شده در معادله KVL را به مدل اضافه می‌کنیم. ابتدا افت ولتاژ ناشی از مقاومت آرمیچر را طی مراحل زیر به مدل اضافه می‌کنیم:

- بلوک بهره جدیدی را به سیستم اضافه کنید و آن را بالای بلوک بهره اندوکتانس قرار داده و جهت آن را عوض کنید.
- مقدار آن را R گذاشته و آن را $Resistance$ نام‌گذاری کنید.
- خروجی انتگرال‌گیر جریان را به ورودی بلوک بهره مقاومت متصل کنید.
- خروجی بلوک بهره مقاومت را به قسمت منفی جمع کننده ولتاژ متصل کنید.

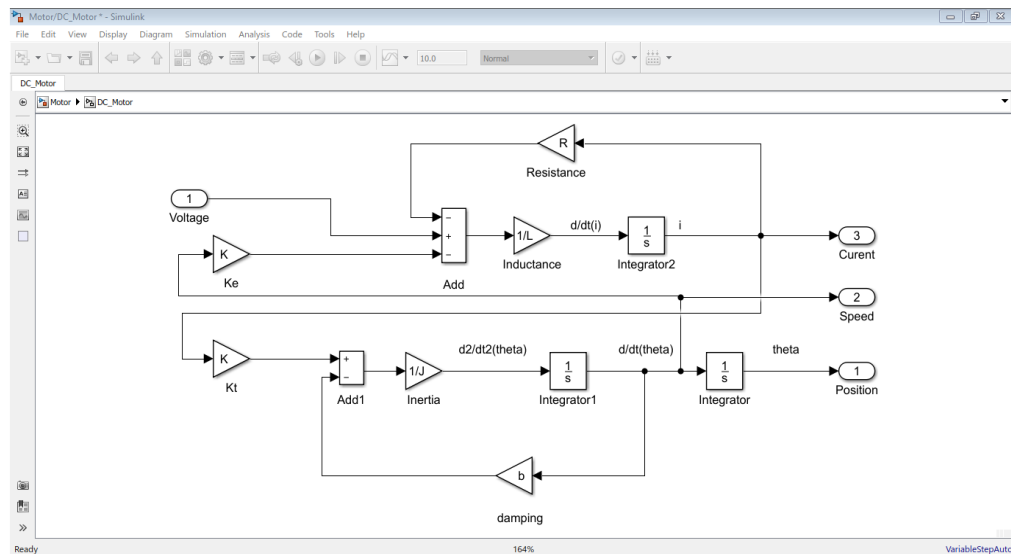
در ادامه نیروی ضد محرکه القایی آرمیچر را به مدل اضافه می‌کنیم:

- بلوک بهره جدیدی را به مدار اضافه کنید. مقدار آن را K (ثابت emf) گذاشته و آن را K_e نام‌گذاری کنید.
- خروجی بلوک بهره K_e را به قسمت منفی جمع کننده ولتاژ متصل کنید. ورودی آن را با خط به $d/dt(\theta)$ متصل کنید.



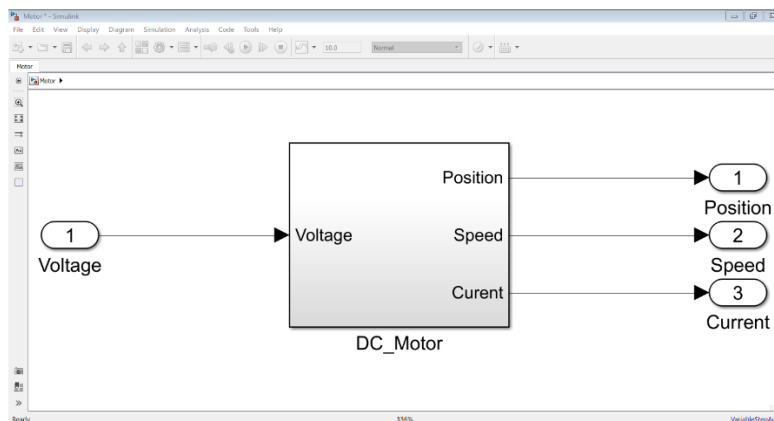
شکل (۵): اضافه کردن ولتاژهای حلقه KVL به مدل

اکنون مدل ساخته شده و کافی است ولتاژ آرمیچر را به عنوان ورودی و جریان آرمیچر، موقعیت و سرعت موتور را به عنوان خروجیها به مدل اضافه کنیم. برای این کار پورت In1 و سه پورت Out1 را از قسمت Simulink/Sources و قسمت Simulink/Sinks به مدل اضافه کنید. ورودی In1 را voltage و پورت‌های out1 را به موقعیت، سرعت روتور و جریان آرمیچر متصل و آنها را مطابق شکل (۶) نام‌گذاری کنید.



شکل (۶): مدل موتور DC در محیط MATLAB/Simulink

در آخر برای نشان دادن مدل کامل شده موتور به عنوان یک زیر سیستم، تمام مدل را انتخاب کرده و با کلیک راست گزینه Create Subsystem From Selection، زیر سیستم مدل را بسازید و آن را DC_Motor نام‌گذاری کنید.



شکل (۷): زیرسیستم موتور DC

پارامترهای مدل ساخته شده را با استفاده از جدول (۱) در MATLAB/Workspace وارد کنید، سپس ولتاژ ورودی آرمیچر را یک ولت انتخاب کنید و مدل ساخته شده را اجرا کنید. شکل موج‌های جریان آرمیچر، سرعت موتور و موقعیت آن را در محیط MATLAB/Workspace ترسیم و ذخیره کنید.

جدول ۱: پارامترهای فیزیکی موتور DC

J	مجموعه ممان اینرسی روی محور موتور	$3.2284e-5 \text{ Kg.m}^2$
b	ضریب اصطکاک ویسکوزیته موتور	$3.5077e-6 \text{ N.m/(rad/s)}$
K_e	ثابت ولتاژ القایی آرمیچر	0.0274 V/(rad/s)
K_t	ثابت گشتاور	0.0274 N.m/A
R_a	مقاومت مدار آرمیچر	4Ω
L_a	اندوکتانس سیم‌پیچ آرمیچر	$2.75e-6 \text{ H}$