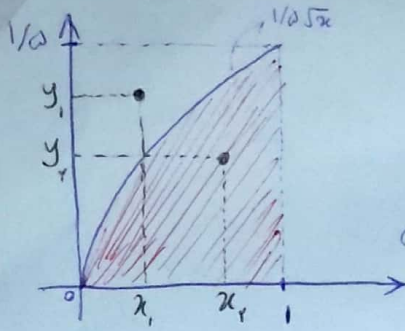


توضیحات ترمین اول: با استفاده از مولد متغیر تصادفی با توانی لایبلاش دو عدد تولیدی کنیم. عدد اول را X و $1/5$ برابر عدد دوم را Y در نظری بگیریم. به نظر دو عدد تولید شده را برابر نقطه ای درون ناحیه مستطیل شده در نظری بگیریم. اگر نقطه ای بدست آمده درون ناحیه هاشور زده باشد مانند (x_1, y_1) آن را بی نوسیم و در غیر این صورت آن هر نقطه ای کنیم. با توجه به آنکه هر چه x به $1/5$ نزدیکتر شود به احتمال بیشتری پذیرفته است و برعکس پس اگر تعداد n ناهای پذیرفته شده در هر بازه $1/5$ کوچک را در نظر بگیریم با فرض n تولید زیاد تعداد تصادفی فرم نرمال نیز شده است $(x, x+d)$ هستوگرام این توزیع تقریباً تابع چگالی منبسط را تولیدی کند.



۲- الف) ابتدا معادله $F(x) = U$ را حل کرده و متغیر تصادفی X را بر حسب متغیر تصادفی U پیدا می کنیم:

$$\text{Exp. CDF: } F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \Rightarrow U = 1 - e^{-\lambda x} \Rightarrow e^{-\lambda x} = 1 - U$$

$$\Rightarrow -\lambda x = \ln(1 - U) \Rightarrow x = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - U)$$

ب) در واقع این الگوریتم همان الگوریتم λ است با این تفاوت که این بار با متغیر تصادفی گسسته سروکار داریم پس معادله زیر را حل می کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Geo. CDF: } F(x) = 1 - (1-p)^x \\ F(x) < U \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - (1-p)^x < U \Rightarrow 1 - U < (1-p)^x \Rightarrow \frac{\ln(1-U)}{\ln(1-p)} < x$$

با توجه به آنکه x عددی صحیح است و ما می بینیم مقدار آخری می خواهیم پس:

$$x = \left\lceil \frac{\ln(1-U)}{\ln(1-p)} \right\rceil$$

۲- با استفاده از روابط $f_{Z_1, Z_2} = \sum f_{U_1, U_2}(u_1, u_2) \times \left| \det \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial z_1} & \frac{\partial u_1}{\partial z_2} \\ \frac{\partial u_2}{\partial z_1} & \frac{\partial u_2}{\partial z_2} \end{bmatrix} \right|$ مقدار f_{Z_1, Z_2} محاسب کرده و نشان می‌دهیم

چون z_1 و z_2 مستقل از هم و با توزیع $N(0, 1)$ هستند \Rightarrow

$$\begin{cases} u_1 = e^{-\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}} \rightarrow 0 \leq u_1 \leq 1 \\ u_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \tan^{-1} \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq u_2 \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

میان z_1 و z_2 متلاطم می‌باشد

$$z_1 = \sqrt{-2 \ln(u_1)} \cos(\sqrt{\pi} u_2)$$

$$z_2 = \sqrt{-2 \ln(u_1)} \sin(\sqrt{\pi} u_2)$$

$$\Rightarrow \int_{u_1, u_2} f(u_1, u_2) = 1 \Rightarrow f_{Z_1, Z_2} = \left| \det \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial z_1} & \frac{\partial u_1}{\partial z_2} \\ \frac{\partial u_2}{\partial z_1} & \frac{\partial u_2}{\partial z_2} \end{bmatrix} \right|$$

$$= \dots = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{z_1^2 + z_2^2}{2}} = -\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{z_1^2}{2}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{z_2^2}{2}} \right)$$

$\Leftarrow z_1$ و z_2 دارای توزیع $N(0, 1)$ و مستقل از یکدیگرند.

Figure 1



Exercise 1

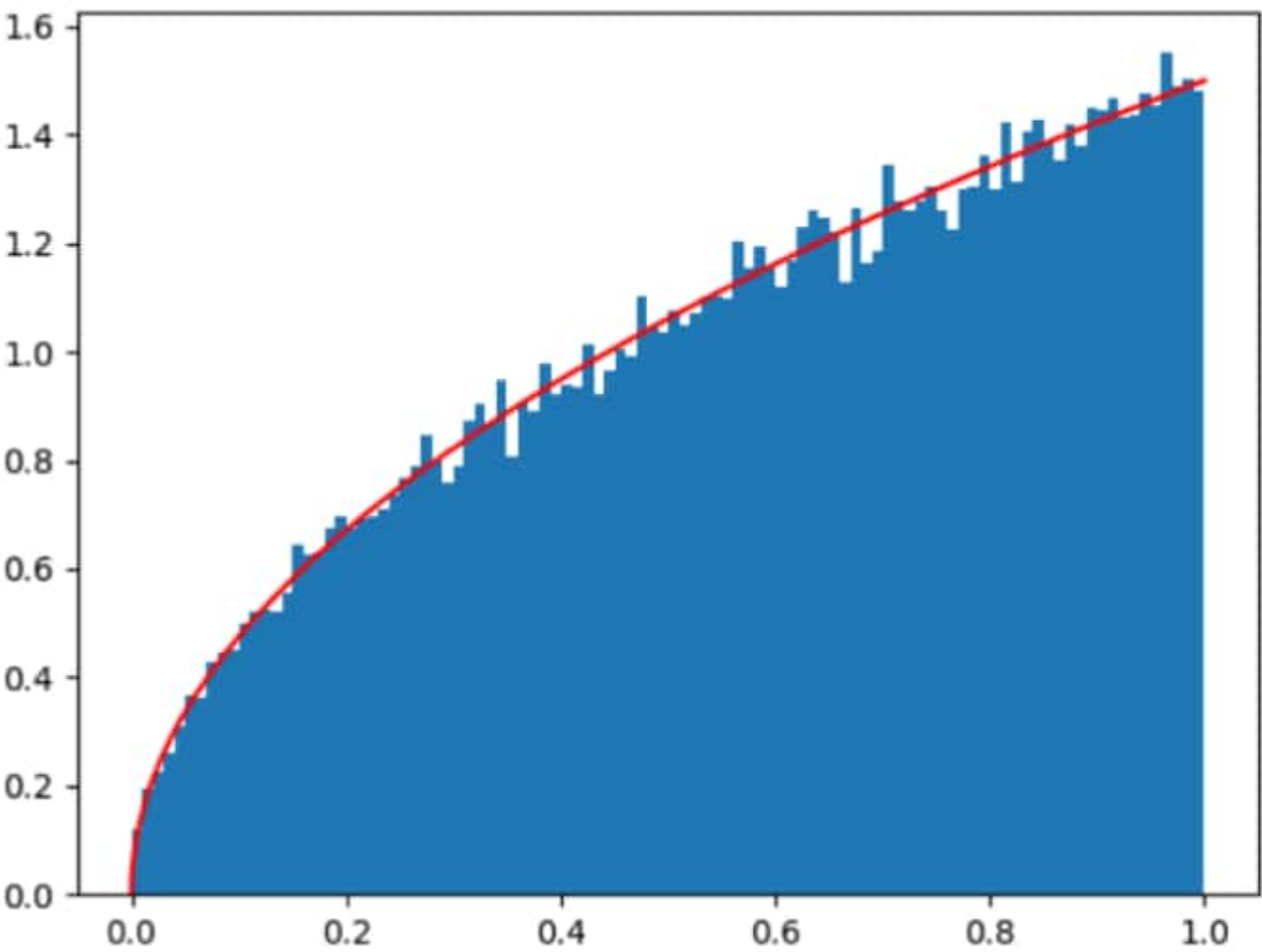


Figure 1



Exercise 2(A)

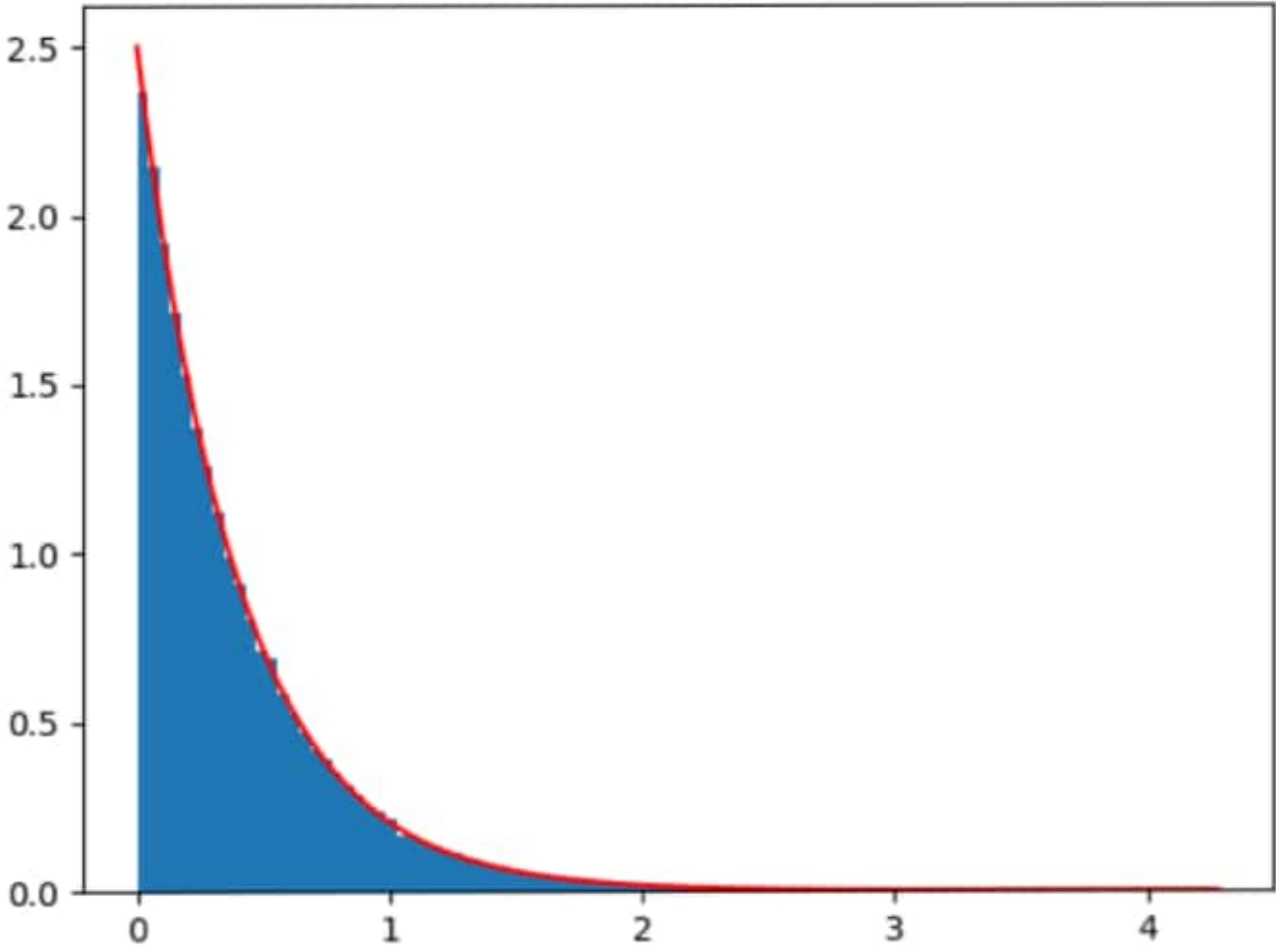


Figure 1



Exercise 2(B)

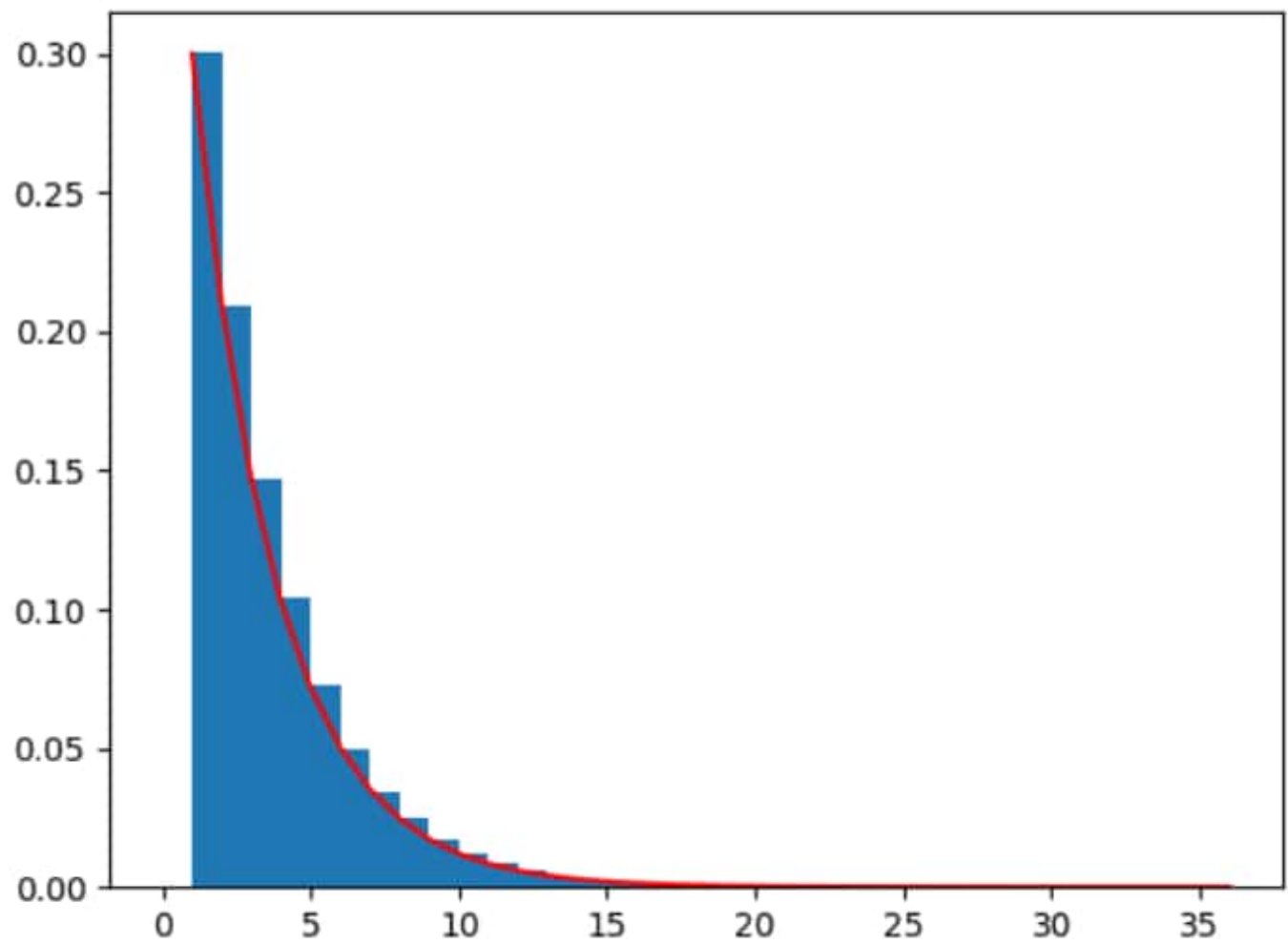
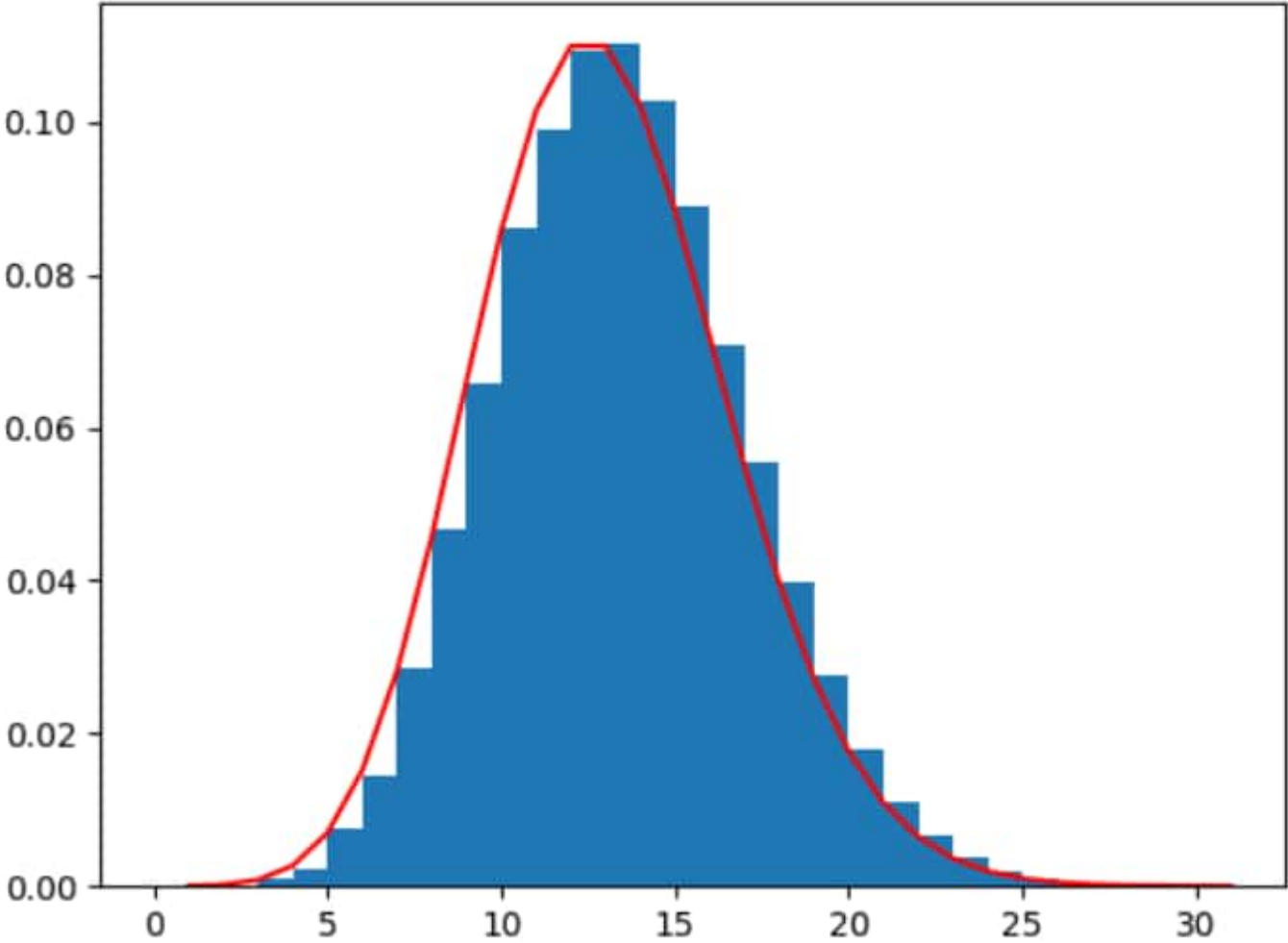
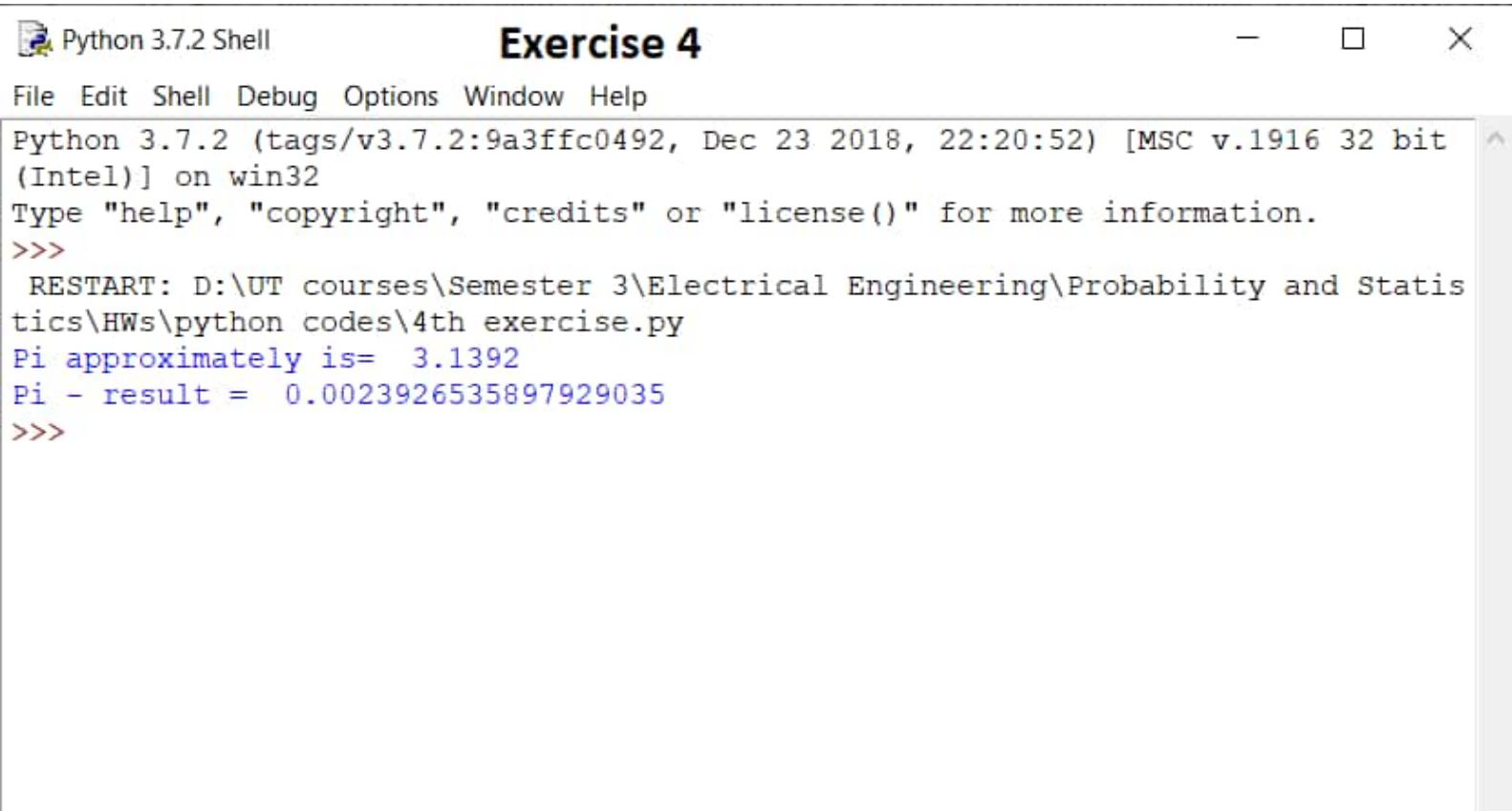


Figure 1



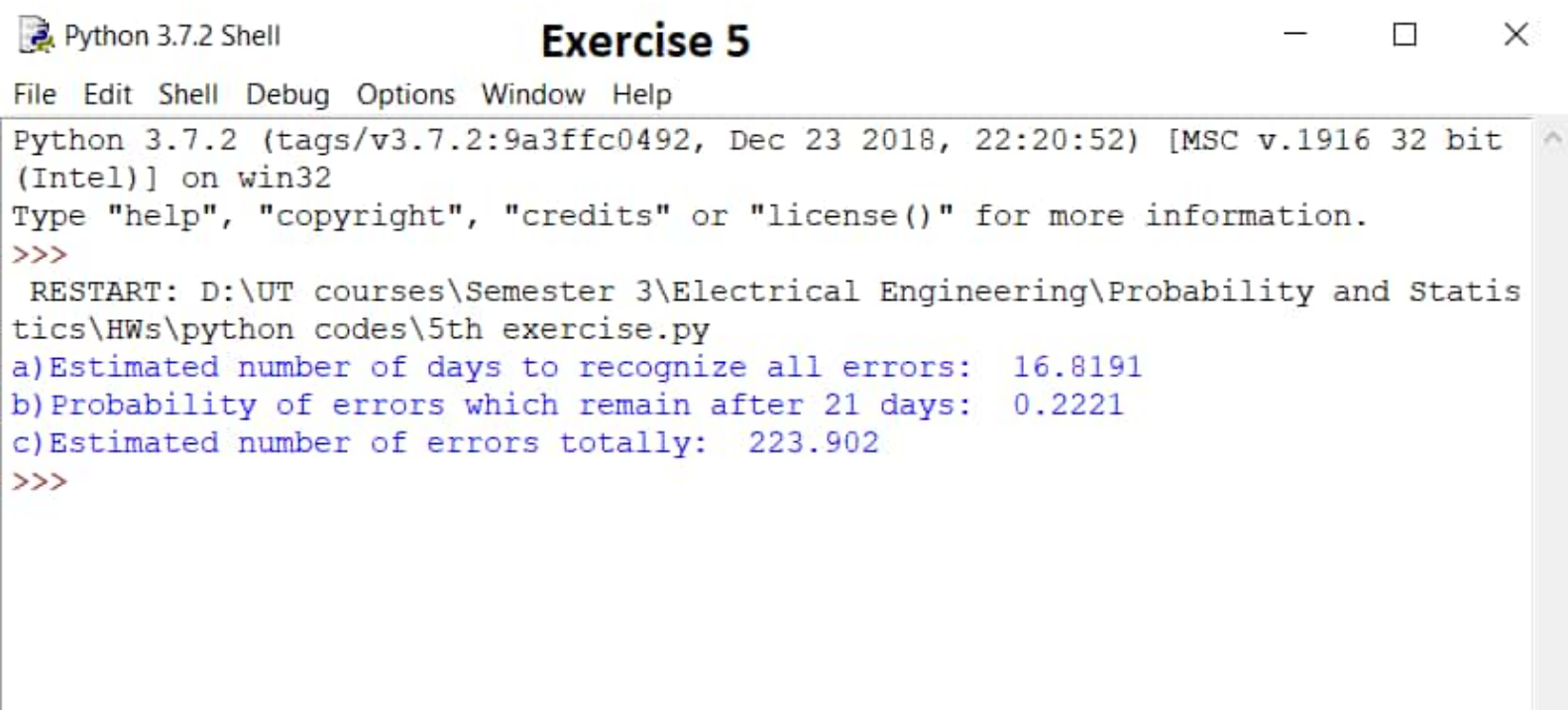
Exercise 2(C)





The image shows a screenshot of a Python 3.7.2 Shell window. The title bar reads "Python 3.7.2 Shell" and "Exercise 4". The menu bar includes "File", "Edit", "Shell", "Debug", "Options", "Window", and "Help". The main text area displays the following output:

```
Python 3.7.2 (tags/v3.7.2:9a3ffc0492, Dec 23 2018, 22:20:52) [MSC v.1916 32 bit (Intel)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
RESTART: D:\UT courses\Semester 3\Electrical Engineering\Probability and Statistics\Hws\python codes\4th exercise.py
Pi approximately is= 3.1392
Pi - result = 0.0023926535897929035
>>>
```

The image shows a screenshot of a Python 3.7.2 Shell window. The title bar reads "Python 3.7.2 Shell" and "Exercise 5". The menu bar includes "File", "Edit", "Shell", "Debug", "Options", "Window", and "Help". The main text area displays the following output:

```
Python 3.7.2 (tags/v3.7.2:9a3ffc0492, Dec 23 2018, 22:20:52) [MSC v.1916 32 bit (Intel)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
RESTART: D:\UT courses\Semester 3\Electrical Engineering\Probability and Statistics\Hws\python codes\5th exercise.py
a)Estimated number of days to recognize all errors:  16.8191
b)Probability of errors which remain after 21 days:  0.2221
c)Estimated number of errors totally:  223.902
>>>
```