



Assignment#2

Monte Carlo Method

ALI RANJBAR

Email: ranjbar.ali@ut.ac.ir

EPS – Fall 97



فهرست مطالب

تمرین کامپیوتری دوم _____ ۳

تمرین اول: روش رد کردن _____ ۳

تمرین دوم: _____ ۳

تمرین سوم: روشی خاص برای تولید متغیر تصادفی نرمال (امتیازی) _____ ۴

تمرین چهارم: تخمین عدد پی _____ ۴

تمرین پنجم: انتشار نرم افزار جدید (پیش بینی) (امتیازی) _____ ۴

نکات تحویل _____ ۵

تمرین کامپیوتری دوم

تمرین اول: روش رد کردن^۱

فرض کنید مولد متغیر تصادفی یکنواخت استاندارد، U را دارید. توضیح دهید چگونه می‌توانید به کمک این متغیر تصادفی، یک متغیر تصادفی با تابع چگالی زیر تولید کنید و رابطه آن را بدست آورید. برای این کار از روش تبدیل معکوس استفاده کنید. با استفاده از رابطه بدست آمده تعداد زیادی عدد تصادفی تولید کنید و با رسم هیستوگرام^۲ اعداد تولید شده، آن‌ها را با نمودار تابع چگالی متغیر تصادفی مربوطه مقایسه کنید.

$$f(x) = 1.5\sqrt{x} \quad \text{for } 0 < x < 1$$

تمرین دوم:

فرض کنید U متغیر تصادفی یکنواخت استاندارد است. با استفاده از روش تبدیل معکوس^۳، تمام مراحل تولید متغیرهای تصادفی زیر را نشان دهید:

الف) متغیر تصادفی نمایی با پارامتر λ (راهنمایی: از الگوریتم ۲ استفاده کنید).

ب) متغیر تصادفی هندسی با پارامتر p (راهنمایی: از الگوریتم ۳ استفاده کنید).

پ) با استفاده از روابطی که در قسمت الف و ب بدست آورده‌اید و همچنین با استفاده از رابطه $X =$

$\max\{k: U_1, \dots, U_k \geq e^{-\lambda}\}$ برای $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ ، تعداد زیادی عدد تصادفی تولید کنید و با رسم هیستوگرام اعداد

تولید شده، آن‌ها را با نمودار تابع چگالی متغیر تصادفی مربوطه مقایسه کنید. برای مثال در کد موجود در فایل

normal_rejection.py با استفاده از روش رد کردن، تعداد ۱۰۰۰۰۰ عدد تصادفی با توزیع نرمال تولید شده است. (آن

را اجرا کنید و نتیجه را مشاهده کنید. در هر مورد نتیجه مشابه مورد انتظار است. - در این قسمت برای توزیع نمایی از

پارامتر $\lambda = 2.5$ ، برای توزیع هندسی از پارامتر $p = 0.3$ و برای توزیع پواسون از پارامتر $\lambda = 13$ استفاده کنید).

^۱Rejection Method

^۲Histogram

^۳Inverse Transform Method

تمرین سوم: روشی خاص برای تولید متغیر تصادفی نرمال (امتیازی)

ثابت کنید تبدیل Box-Muller یک جفت متغیر تصادفی استاندارد نرمال که مستقل از هم هستند، تولید

می‌کند. (راهنمایی نشان دهید: $\Pr\{Z_1 \leq a \cap Z_2 \leq b\} = \Phi(a)\Phi(b)$ for all a and b که در آن $\Phi(z)$ تابع

توزیع متغیر تصادفی نرمال استاندارد است.)

$$\begin{cases} Z_1 = \sqrt{-2 \ln(U_1)} \cos(2\pi U_2) \\ Z_2 = \sqrt{-2 \ln(U_1)} \sin(2\pi U_2) \end{cases}$$

تمرین چهارم: تخمین عدد پی^۱

مساحت یک دایره به شعاع واحد برابر است با π . فرض کنید این دایره داخل یک مربع 2×2 محاط شده

است. با استفاده از الگوریتم ۵ و با ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ عدد تصادفی، عدد π را تخمین بزنید. مقدار تخمین زده

شده را با مقدار دقیق $\pi = 3.14159265358 \dots$ مقایسه کنید.

تمرین پنجم: انتشار نرم‌افزار جدید (پیش‌بینی) (امتیازی)

در این تمرین یک مدل تصادفی برای تعداد خطاهای احتمالی موجود در یک برنامه را که تازه منتشر شده

است، بررسی می‌کنیم. توسعه دهندگان برنامه هر روز تعدادی تصادفی خطا کشف می‌کنند و آن‌ها را برطرف می‌کنند.

تعداد خطاها (X_t) در روز t -ام دارای توزیع پواسون $(Poisson(\lambda_t))$ است که پارامتر آن کمترین تعداد خطا در

سه روز گذشته است؛ یعنی:

$$\lambda_t = \min\{X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}\}$$

فرض کنید در سه روز اول توسعه دهندگان تعداد ۲۸، ۲۲ و ۱۸ خطا کشف کرده‌اند.

(الف) تعداد روز‌هایی را که لازم است تا همه خطا کشف شوند، پیش‌بینی کنید. (۱۶.۷۵~)

(ب) احتمال این را که تعدادی از خطاها بعد از ۲۱ روز کشف نشده باقی بمانند، تخمین بزنید. (۰.۲۲~)

(پ) تعداد کل خطاهای این نرم‌افزار را پیش‌بینی کنید. (۲۲۲~)

نکات تحویل

- جواب تمرین ها به همراه کد های پایتون را در یک فایل فشرده که فرمت اسم که به صورت زیر است تا تاریخ ۱۳۹۷/۱۰/۱۴ ساعت ۲۳:۵۵ در سامانه دروس آپلود کنید.
EPS_CA2_SID_yourName.zip
- از فرمت های دیگر فشرده سازی مانند rar. استفاده نکنید.
- فایل PDF آپلود شده باید حاوی تصاویر خروجی کد های شما باشد. همچنین در انتها حتما نحوه اجرای کد خود را توضیح دهید. با خواندن این بخش باید بتوان به راحتی کدهای شما را اجرا و نتایج گزارش شده را مشاهده کرد.