

در شبکه‌های عصبی گرافی، به صورت کلی، هر نود که متناظر با یک نمونه داده است به  $k$  نزدیکترین همسایه‌اش متصل می‌گردد و ماتریس همسایگی  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ایجاد می‌شود. بر اساس ماتریس همسایگی ایجاد شده، ماتریس  $B \in \mathbb{R}^{nk \times n}$  ساخته می‌شود که  $nk$  برابر با تعداد یال‌ها است و بدین ترتیب، هر سطر از ماتریس  $B$  متناظر با یک یال است و تنها دارای ۲ عدد درایه‌ی یک است و سایر درایه‌های آن صفر هستند. به عنوان مثال، اگر  $k=3$  و بر اساس ماتریس همسایگی  $A$ ، اولین نود به نودهای ۴ و ۵ و ۶ متصل باشد، پس:

$$\begin{cases} B[1,1] = 1, & B[1,4] = 1 \text{ Corresponding to the edge connecting } 1^{\text{th}} \text{ node to } 4^{\text{th}} \text{ node and other elements in this row} = 0 \\ B[2,1] = 1, & B[2,5] = 1 \text{ Corresponding to the edge connecting } 1^{\text{th}} \text{ node to } 5^{\text{th}} \text{ node and other elements in this row} = 0 \\ B[3,1] = 1, & B[3,6] = 1 \text{ Corresponding to the edge connecting } 1^{\text{th}} \text{ node to } 6^{\text{th}} \text{ node and other elements in this row} = 0 \end{cases}$$

به همین صورت، اگر بر اساس ماتریس همسایگی  $A$ ، دومین نود به نودهای ۱ و ۳ و ۶ متصل باشد، پس:

$$\begin{cases} B[4,2] = 1, & B[4,1] = 1 \text{ Corresponding to the edge connecting } 2^{\text{th}} \text{ node to } 1^{\text{th}} \text{ node and other elements in this row} = 0 \\ B[4,2] = 1, & B[4,3] = 1 \text{ Corresponding to the edge connecting } 2^{\text{th}} \text{ node to } 3^{\text{th}} \text{ node and other elements in this row} = 0 \\ B[4,2] = 1, & B[4,6] = 1 \text{ Corresponding to the edge connecting } 2^{\text{th}} \text{ node to } 6^{\text{th}} \text{ node and other elements in this row} = 0 \end{cases}$$

اكتساب بازنمایی ویژگی‌های یال‌ها  $E \in \mathbb{R}^{nk \times d}$ ، توسط ماتریس  $B$  و ماتریس بازنمایی ویژگی ابرگره‌ها  $X \in \mathbb{R}^{n \times d}$  و یادگیری ماتریس وزن  $W \in \mathbb{R}^{d \times d}$ :

$$E = BXW$$

۲ حالتی که در ادامه می‌توان در نظر گرفت:

**حالت اول:** بر اساس ماتریس بازنمایی ویژگی به روزرسانی شده یال‌ها،  $E \in \mathbb{R}^{nk \times d}$ ، به ازای ویژگی هر یال که بر اساس درایه‌ی سطر متناظرش تعیین می‌شود، ۲ نودی را پیدا می‌نماییم که دارای بیشترین شباهت با آن هستند و آن یال را بین آن ۲ نود در نظر می‌گیریم. به این ترتیب در ماتریس همسایگی، هر نود به تعداد متفاوتی یال، اتصال خواهد یافت و نه تعداد ثابتی و ماتریس همسایگی جدید  $A' \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ایجاد می‌شود و ویژگی نودها توسط کانولوشن گراف متداول بر اساس ماتریس همسایگی جدید، به روزرسانی می‌شود و ماتریس جدید بازنمایی ویژگی نودها،  $X' \in \mathbb{R}^{n \times d'}$  ایجاد می‌شود ( $W' \in \mathbb{R}^{d \times d'}$ ).

$$X' = A'XW'$$

**حالت دوم:** بر اساس ماتریس بازنمایی ویژگی به روزرسانی شده یال‌ها،  $E \in \mathbb{R}^{nk \times d}$ ، ماتریس  $A' \in \mathbb{R}^{n \times nk}$  ایجاد شود که هر ستونش متناظر با یک یال است و هر سطرش متناظر با یک نود است و به ازای هر یال، که متناظر با ستون متناظرش در ماتریس  $A'$  است، ۲ نودی را که میزان شباهتشان با آن یال بیشینه است، یافته و درایه‌های سطرهای متناظر با آن ۲ نود را برای این یال (در ستون متناظر)، یک نموده و سایر درایه‌ها در این ستون صفر هستند و به این ترتیب با یادگیری ماتریس  $W' \in \mathbb{R}^{d \times d'}$  و ماتریس جدید بازنمایی ویژگی نودها،  $X' \in \mathbb{R}^{n \times d'}$  ایجاد می‌شود:

$$X' = A'EW'$$