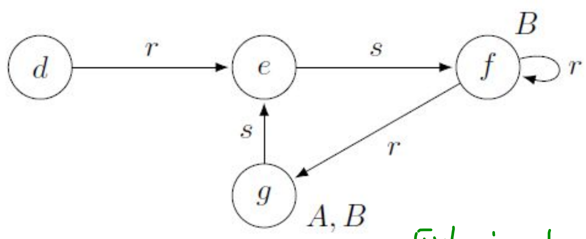
Beschreibungslogik
Übungsblatt 1

1	2	3	4	5(2)	Σ
22	25	25	5	12	89

Aufgabe 1



Extensionen kann man nur von Konzepten bilden, aber dies ist kein ALC-Konzept. Notationsfehler (-1P.)

a) $(\exists s.\exists r.\exists r.\neg A)^I = (\underline{\exists s.\exists r.\{d,f\}})^I = (\exists s.\{f\})^I = \{e\}$ ✓

_ Begründung: Nur wenn man vom Knoten e startet gelangt man über die Kanten r, r und schließlich s (In der Reihenfolge) in einem Knoten der nicht mit A gelabeled ist.

genau umgekehrt! $(\exists s.\exists r.\exists r.\neg A)$ (-1P.)

b) $(\forall r.A)^I =$ {e,g} ✓

_ Begründung: Da Knoten e und g keine ausgehende r Kante aufweisen, erfüllen Sie die Bedingung. Die Knoten d und f hingegen haben keine ausgehende r Kante, sodass man bei einem A Knoten landet. — Diese Eigenschaft gilt auch für e, g. Ihr gebt die Semantik von ∀ falsch wieder. (-1P.)

c) $(\forall r.A \sqcup \forall r.\neg A)^I = (\forall r.A)^I \cup (\forall r.\neg A)^I$ = {e,g} ∪ {d,e,g} = {d,e,g} ✓

_ Begründung: Teillösung schon in b) gelöst. Andere Lösung äquivalent wie in b) gelöst nur nach Knoten mit (nicht)-A geprüft. ✓

Das ist ein kleines Theta, kein Leere-Menge-Zeichen.

d) $\exists r.\bot = \theta = \{\}$ ✓

_ Begründung: Siehe Vorlesungsfolie 2.14. Es ist unmöglich in den Knoten ⊥ zu gelangen. Daher existiert auch kein Knoten mit einer ausgehenden r Kante dorthin.

präziser: $\bot^I = \emptyset$

e) $(\exists r.(A \sqcap \forall r.\neg B) \sqcap \neg\forall s.\exists s.(A \sqcup \neg A))^I$

$= (\exists r.(A \sqcap \forall r.\neg B))^I \cap (\neg\forall s.\exists s.(A \sqcup \neg A))^I$

$= (\exists r.(A \sqcap \forall r.\neg B))^I \cap (\neg\forall s.\exists s.(T))^I$

$= (\exists r.(A \sqcap \{d,e,g\}))^I \cap (\neg\forall s.\{g,e\})^I$

$= (\exists r.(\{d,e,g\}))^I \cap (\neg\forall s.\{g,e\})^I$

$= \{d,f\} \cap (\Delta^I \setminus (\forall s.\{g,e\})^I$

$= \{d,f\} \cap (\Delta^I \setminus \{d,f,g\})^I$

$= \{d,f\} \cap \{e\}$

$= \theta = \{\}$ ✓

Auch hier! Notation!

_ Begründung: Berechnung in Teilschritte unterteilt und gleiche Regeln wie bei a) bis d) angewendet. Insbesondere Rechenregeln aus Folie 2.12 angewendet. ✓

Das ist die Definition der Semantik.

1: 22/25

Aufgabe 2

Meint ihr „weil" ?

a) $(B)^{I} \subseteq (\forall r.B)^{I} = \{f,g\} \subseteq \{f,g,e\}$

_ Begründung: subsumiert, denn $(B)^{I}$ ist eine Teilmenge von $(\forall r.B)^{I}$ ✓

b) $(B)^{I} = (A \sqcup \exists r.T)^{I} = \{f,g\} \neq \{d,f,g\}$

_ Begründung: Nicht erfüllt, da die Extensionen der Konzepte nicht gleich sind. ✓

c) $(T)^{I} \subseteq (A \sqcup \exists s.B \sqcup \exists r.T)^{I}$

$(T)^{I} \subseteq (A)^{I} \cup (\exists s.B)^{I} \cup (\exists r.T)^{I}$

$(T)^{I} \subseteq \{g\} \cup \{e\} \cup \{d,f\}$

$\{d,g,e,f\} \subseteq \{g\} \cup \{e\} \cup \{d,f\}$

$\{d,g,e,f\} \subseteq \{d,g,e,f\}$

$\Delta^{I} \subseteq \Delta^{I}$

_ Begründung: Ja erfüllt. Die gleiche Menge ist per Definition immer Teilmenge der Menge selbst. ✓

d) $(\bot)^{I} \subseteq (T)^{I} = \varnothing \subseteq \Delta^{I}$

_ Begründung: Ja erfüllt. Die Leere Menge $\varnothing$ ist Teilmenge jeder Menge und somit auch Teilmenge von Δ^{I}. ✓

e) $(\exists r.T)^{I} \subseteq (\exists r.\exists r.T)^{I}$

$\{f,d\} \subseteq (\exists r.\{f,d\})^{I}$ Notation, siehe Aufg. 1

$\{f,d\} \not\subset \{f\}$

_ Begründung: Die Konzept Inklusion ist in der Interpretation $\mathcal{I}$ nicht erfüllt. ✓

2 : 25/25

Aufgabe 3

a) $C \equiv \exists r.(A \sqcup B)$ $D \equiv \exists r.A \sqcup \exists r.B$

Frage: Gilt $C \sqsubseteq D$ (also: C wird subsumiert von D)?

Antwort: Ja, C wird von D subsumiert. Diese Konzept Inklusion ist erfüllt.

Begründung durch Verwendung von Semantik:

Sei $\mathcal{I}$ eine Interpretation und $d \in (\exists r.(A \sqcup B))^{I}$. Dann gibt es ein Element $e \in (A \sqcup B)^{I}$ mit $(d,e) \in r^{I}$. Wegen $e \in A^{I}$ oder $e \in B^{I}$ gilt $d \in (\exists r.A)^{I}$ oder $d \in (\exists r.B)^{I}$. Wenn ~~also ein d existiert mit~~ $d \in (\exists r.A)^{I}$ oder $d \in (\exists r.B)^{I}$, dann ist $d \in (\exists r.A \sqcup \exists r.B)^{I}$.

13/13

Schön!
(ich empfehle euch Latex ☺)

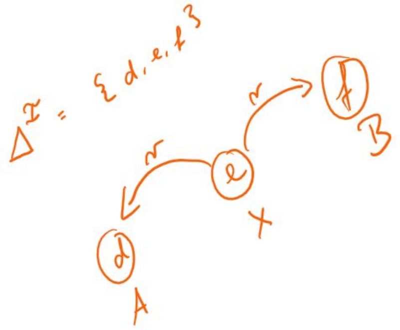
b) $C \equiv \exists r.A \sqcap \exists r.B$ $D \equiv \exists r.(A \sqcap B)$

Frage: Gilt $C \sqsubseteq D$ (also: C wird subsumiert von D)?

Antwort: Nein, C wird nicht von D subsumiert

Begründung durch Gegenbeispiel:

Wir müssen also eine Interpretation $\mathcal{I}$ finden, mit $(\exists r.A \sqcap \exists r.B)^{I} \not\subseteq (\exists r.(A \sqcap B))^{I}$



12/12

3: 25

$(\exists r.A \sqcap \exists r.B)^{\mathcal{I}} \not\subseteq (\exists r.(A \sqcap B))^{\mathcal{I}}$

$(\exists r.A)^{\mathcal{I}} \cap (\exists r.B)^{\mathcal{I}} \not\subseteq (\exists r.(A \sqcap B))^{\mathcal{I}}$

$\{x\} \cap \{x\} \not\subseteq (\exists r.\{\emptyset\})^{\mathcal{I}}$

$\{x\} \cap \{x\} \not\subseteq \emptyset$

$\{x\} \not\subseteq \emptyset$

_ Begründung: Damit ist gezeigt, dass es eine Interpretation $\mathcal{I}$ gibt, die $(\exists r.A \sqcap \exists r.B)^{\mathcal{I}} \not\subseteq (\exists r.(A \sqcap B))^{\mathcal{I}}$ erfüllt. Was also bedeutet, dass C nicht von D subsumiert wird.

Aufgabe 4

a) $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq B\}$ $\quad\quad$ $\forall r.A \sqsubseteq \forall r.B$

<u>Gegeben:</u>

$\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq B\}$

Sei $\mathcal{I}$ eine Interpretation und ein Modell von $\mathcal{T}$. Dann gilt $A^{\mathcal{I}} \subseteq B^{\mathcal{I}}$.

<u>Frage:</u>

Gilt: $\mathcal{T} \models \forall r.A \sqsubseteq \forall r.B$? bzw. wird $(\forall r.A)$ von $(\forall r.B)$ subsumiert bzl.?

<u>Definition 2.6 (erfüllbar, subsumiert, äquivalent bezügl. einer TBox) (Folie 2.23):</u>

$\forall r.A$ wird von $\forall r.B$ subsumiert” bezgl. $\mathcal{T}$ gdw. $(\forall r.A)^{\mathcal{I}} \subseteq (\forall r.B)^{\mathcal{I}}$ in allen Modellen $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$

(Notation $\mathcal{T} \models \forall r.A \sqsubseteq \forall r.B$)

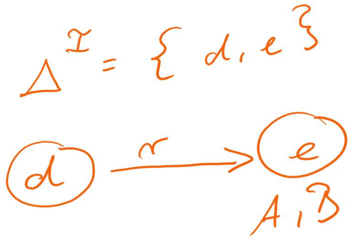
<u>Zu zeigen:</u>

$(\forall r.A)^{\mathcal{I}} \subseteq (\forall r.B)^{\mathcal{I}}$ in allen Modellen $\mathcal{I}$ von $\mathcal{T}$

bis hierher richtig

!

Um das zu zeigen, bauen wir zunächst folgende Interpretation $\mathcal{I}$.



das heißt: ihr dürft euch keine konkrete hernehmen, sondern: "Sei $\mathcal{I}$ bel. Modell von $\mathcal{T}$ und $d \in (\forall r.A)^{\mathcal{I}}$. Zu zeigen: $d \in (\forall r.B)^{\mathcal{I}}$

$\mathcal{I}$ ist ein Modell von der TBox $\mathcal{T}$, da $\mathcal{I}$ alle Konzeptinklusionen in $\mathcal{T}$ erfüllt da offensichtlich gilt: $(A)^{I} \subseteq (B)^{I} = \{e\} \subseteq \{e\}$.

Daraus folgt trivialerweise:

$(\forall r.A)^{I} \subseteq (\forall r.B)^{I} = \{d\} \subseteq \{d\}$

Und somit gilt unsere zu zeigende Annahme, dass...

$\mathcal{I}$ ist Modell von $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq B, \forall r.A \sqsubseteq \forall r.B\}$

Gilt $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$: Sei $\mathcal{I}$ Model von $\mathcal{T}$ 3/8

$(\forall r.A)^{I} \subseteq (\forall r.B)^{I}$

$\subseteq (\forall r.A)^{I} \cap (\forall r.B)^{I}$

b) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.\top \sqcup \exists s.\top\}$ $\quad \top \sqsubseteq \exists r.\exists s.\top$

$C = \top \quad D = \exists r.\exists s.\top$

Gilt $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$: sei $\mathcal{I}$ Model von $\mathcal{T}$ und $C^{I} = \Delta$ zu zeigen ist $\Delta \subseteq D^{I}$

hier ist ein Gegenmodell gefragt!

D.h $\Delta \subseteq (\exists r.\exists s.\top)^{I}$

$(\exists s.\top)^{I} = \{d \in \Delta^{I} \mid \text{es gibt } e \in \Delta^{I} \text{ mit } (d,e) \in s^{I} \text{ und } e \in \Delta^{I}\}$

$(\exists r.(\exists s.\top))^{I} = \{d \in \Delta^{I} \mid \text{es gibt } e \in \Delta^{I} \text{ mit } (d,e) \in r^{I} \text{ und } e \in (\exists s.\top)^{I}\}$

Antwort: $\mathcal{I}$ ist ein Modell von $\mathcal{T}$ da $\top^{I} \subseteq (\exists r.\exists s.\top)^{I}$

(Ausführlich beantwortet, siehe bitte untenstehende Bild.) 0/9

c) $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.\exists s.\top\}$ $\quad \top \sqsubseteq \exists r.\top \sqcup \exists s.\top$

$C = \top \quad D = \exists r.\top \sqcup \exists s.\top$

Gilt $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$: sei $\mathcal{I}$ Model von $\mathcal{T}$ und $C^{I} = \Delta$ zu zeigen ist $\Delta \subseteq D^{I}$ ✓

D.h $\Delta \subseteq (\exists r.\top \sqcup \exists s.\top)^{I}$ 2/8

$(\exists s.\top)^{I} = \{d \in \Delta^{I} \mid \text{es gibt } e \in \Delta^{I} \text{ mit } (d,e) \in s^{I} \text{ und } e \in \Delta^{I}\}$

$(\exists r.\top)^{I} = \{d \in \Delta^{I} \mid \text{es gibt } e \in \Delta^{I} \text{ mit } (d,e) \in r^{I} \text{ und } e \in \Delta^{I}\}$

Semantik falsch verstanden / angewendet...

~~in $\mathcal{T}$ r steht in Relation zu s, aber im gegebenen Konzept steht r in Relation zu allen Knoten in T. also C wird nicht subsumiert von D bzgl. $\mathcal{T}$. $\mathcal{T} \not\models C \sqsubseteq D$~~

4 : 5

Aufgabe 5

zum owl-File:
Axiom 1 müsste streng syntaktisch als GCI (Active Ontology → General class axioms) modelliert werden. Eure Lösung ist aber äquivalent.
Axiome 2, 3, 5 habt ihr als 2 bzw. 3 SubClassOf-Axiome modelliert. Das ist aber schwächer! Es muss jeweils 1 EquivalentTo-Axiom (mit Konjunktion rechts) sein. -2P.
Axiom 6 fehlt ganz (siehe Hinweis zu Axiom 1). -2P.

a) Einzelhandel TBox

$\mathcal{T} \models \{$

1 $\quad$ Kiosk $\sqcup$ Bäcker $\sqsubseteq$ Laden

2 $\quad$ Bäcker $\equiv$ Laden $\sqcap \forall$hatGeöffnet.Tags

3 $\quad$ Kiosk $\equiv$ Laden $\sqcap (\exists$.hatGeöffnet.Tags $\sqcup \exists$hatGeöffnet.Nachts)

4 $\quad$ Angestellter $\sqsubseteq$ Mensch $\sqcap \exists$arbeitetIn.Laden

5 $\quad$ Besitzer $\equiv$ Angestellter $\sqcap \exists$besitzt.Laden

6 $\quad$ Angestellllter $\sqcap \exists$arbeitsVerhältnis.Kurzarbeit $\sqsubseteq$ Arbeitsmarkt

$\}$

oder steht „Bäcker"

➔ Kiosk $\sqcup$ Supermarkt $\sqsubseteq$ Laden

Alle Kioske und Bäcker subsumieren das Konzept eines Ladens, jeder Kiosk sowie Bäcker sind Läden, es gibt aber noch andere Läden ✓

➔ Bäcker $\equiv$ Laden $\sqcap \forall$hatGeöffnet.Tags

Ein Bäcker hat nur tagsüber geöffnet – „ist ein Laden" fehlt -1P.

➔ Kiosk $\equiv$ Laden $\sqcap \exists$.hatGeöffnet.Tags $\sqcup \exists$hatGeöffnet.Nachts

⊔ ist ein Oder! −1P.

Ein Kiosk hat sowohl tagsüber als auch nachtsüber geöffnet

→ Angestellter ⊑ Mensch ⊓ ∃arbeitetIn.Laden

Ein Angestellter ist ein Mensch der mindestens in einem Laden arbeitet, er kann aber auch woanders arbeiten

Besitzer sind genau die Menschen, die... (≡ statt ⊑), auch in Axiomen?!

−1P.

→ Besitzer ≡ Angestellter ⊓ ∃besitzt.Laden

Ein Besitzer ist ein Mensch, der in einem Laden arbeitet und ihn gleichzeitig besitzt

Angestellte!

→ Angestellllter⊓∃arbeitsVerhältnis.Kurzarbeit ⊑ Arbeitsmarkt

Ein Angestellter, dessen Arbeitsverhältnis wegen der aktuellen Corona-Krise in Kurzarbeit umgestellt wurde, spiegelt einen Teil des aktuellen Arbeitsmarktes wider

Das wird aber in eurem Axiom nicht ausgedrückt! −1P.

Meint ihr dann nicht „⊑ ∃istTeilVon.Arbeitsmarkt“? Angestellte sind ja üblicherweise keine Arbeitsmärkte.

b) dhimitris_mahdavi_marschner_einzelhandel.owl

Σ: 12/20

*zusätzlich zu Aufgabe 4(b):

Aufgabe 4

(b) → TBox: $\mathcal{T} = \{ \top \sqsubseteq \underbrace{\exists r.\top}_{(2)} \sqcup \underbrace{\exists s.\top}_{(1)} \}$ (3) (4)

(1) $d \in \exists s.\top$
↳ $e \in \top$
↳ "Alle Knoten im Graphen werden von s-Pfeilen getroffen"

diese Aussage ist nicht ausdrückbar!

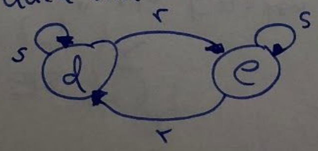
nein! „d hat eine ausgehende s-Kante“!

(2) $d \in \exists r.\top$
↳ $e \in \top$
↳ "Alle Knoten im Graphen werden von r-Pfeilen getroffen"

(3) $(d,e) \in r = \top$
$(d,e) \in s = \top$
↳ "Alle Knoten im Graphen werden von s-Pfeilen und von r-Pfeilen getroffen"

(4) "Die Gesamte Domäne muss also alle Knoten sowohl mit s-Pfeilen als auch mit r-Pfeilen treffen"

Bsp:



$\Delta^{\mathcal{I}} = \{d, e\}$
$r = \{(d,e), (e,d)\}$
$s = \{(d,d), (e,e)\}$

(b) → Interpretation: $\mathcal{I} = \{ \underbrace{\top \sqsubseteq \underbrace{\exists r.\ \underbrace{\exists s.\top}_{(1)}}_{(2)}}_{(3)} \}$

(1) $d \in (\exists s.\top)^{\mathcal{I}}$

$\hookrightarrow e \in (\top)^{\mathcal{I}}$

$\hookrightarrow$ "Alle Knoten werden von s-Pfeilen getroffen"

(2) $d \in (\exists r.(\exists s.\top))^{\mathcal{I}}$

$\hookrightarrow e \in (\exists s.\top)^{\mathcal{I}}$

$\hookrightarrow$ "Da (1) alle Knoten beinhaltet, werden auch alle Knoten von r-Pfeilen getroffen"

(3) "$\top$ muss eine Teilmenge von der gesamten Domäne $\Delta^{\mathcal{I}}$ sein, damit es den rechten Term subsumiert.
Das ist der Fall, denn alle Knoten werden von sowohl $r^{\mathcal{I}}$ als auch von $s^{\mathcal{I}}$ getroffen, sie bilden somit die $\Delta^{\mathcal{I}}$ ab"

Antwort: $\mathcal{I}$ ist ein Modell von $\mathcal{T}$, da $\top^{\mathcal{I}} \subseteq (\exists r.\exists s.\top)$ $\square$