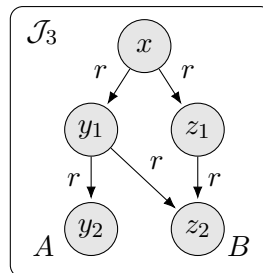
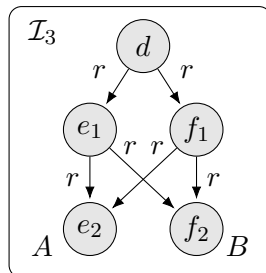
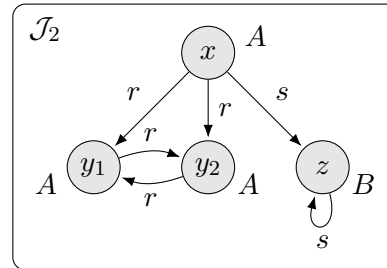
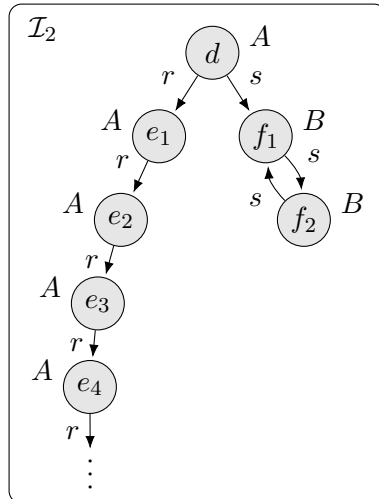
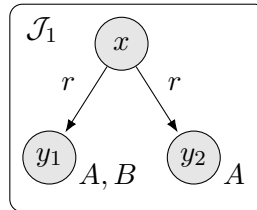
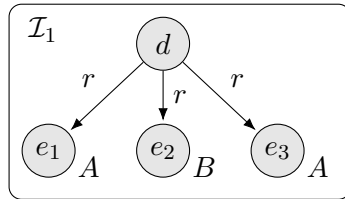


**Beschreibungslogik****Übungsblatt 2**

Abgabe im PDF-Format bis 17.5.2020, 23:59 Uhr in Stud.IP, Ordner „Abgabe Blatt 2“  
 Bitte nur eine PDF-Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk“.

1. (20 %) Für jedes der folgenden Interpretationspaare  $\mathcal{I}_i, \mathcal{J}_i$  bestimme, ob es ein  $\mathcal{ALC}$ -Konzept  $C$  gibt mit  $d \in C^{\mathcal{I}_i}$  und  $x \notin C^{\mathcal{J}_i}$  oder umgekehrt. Wenn dies der Fall ist, gib das Konzept  $C$  explizit an. Wenn nicht, gib eine Bisimulation an, die zeigt, dass  $(\mathcal{I}_i, d) \sim (\mathcal{J}_i, x)$ .

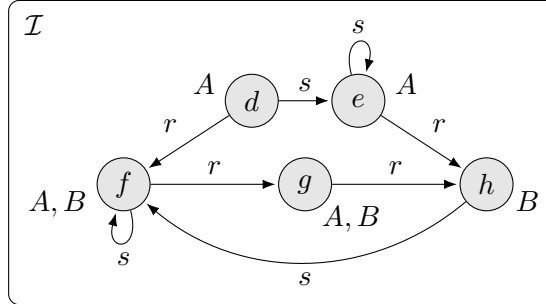


2. (20 %) Beweise, dass die folgenden Eigenschaften nicht in  $\mathcal{ALC}$  ausdrückbar sind, wobei  $r$  und  $s$  feste Rollennamen sind. Benutze dazu Theorem 3.5.
- $\{ (\mathcal{I}, d) \mid \text{für alle } e \in \Delta^{\mathcal{I}} \text{ gilt } (d, e) \in r^{\mathcal{I}} \}$
  - $\{ (\mathcal{I}, d) \mid \text{es gibt ein } e \in \Delta^{\mathcal{I}} \text{ mit } (d, e) \in r^{\mathcal{I}} \text{ und } (e, d) \in s^{\mathcal{I}} \}$
3. (20 %) Konstruiere die Unravellings der Interpretationen  $\mathcal{J}_2$  und  $\mathcal{I}_3$  aus Aufgabe 1 an der Stelle  $x$  bzw.  $d$  gemäß Definition 3.7 (graphische Darstellung genügt).

Bitte wenden.

4. (20 %)

- a) Seien  $C = A$  und  $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \exists r.B, \forall r.B \sqsubseteq A \sqcup B, A \sqcap \neg B \sqsubseteq \exists s.(A \sqcap \neg B)\}$ . Konstruiere die Filtration  $\mathcal{J}$  des folgenden Modells  $\mathcal{I}$  von  $C$  und  $\mathcal{T}$  gemäß Definition 3.16. Gib  $\text{sub}(C, \mathcal{T})$  und  $t_{\mathcal{I}}(x)$  für alle Elemente  $x$  an und stelle  $\mathcal{J}$  graphisch dar.



- b) Gilt  $(\mathcal{I}, d) \sim (\mathcal{J}, [d])$ ? Begründe.

5. (20 %) Beweise die offenen Punkte von Lemma 2.9: Für alle TBoxen  $\mathcal{T}$  und  $\mathcal{ALC}$ -Konzepte  $C, D$  gilt:

- a)  $C$  ist erfüllbar bzgl.  $\mathcal{T}$  gdw.  $\mathcal{T} \not\models C \equiv \perp$   
b)  $\mathcal{T} \models C \equiv D$  gdw.  $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq (C \sqcap D) \sqcup (\neg C \sqcap \neg D)$

Use the definitions, Luke! ☺

6. **Zusatzaufgabe** (20 %) Betrachte den folgenden Versuch, eine für  $\mathcal{ALCQ}$  geeignete Bisimulationsrelation zu definieren:

Eine Relation  $\rho$  heißt  *$\mathcal{ALCQ}$ -Bisimulation* zwischen zwei Interpretationen  $\mathcal{I}_1$  und  $\mathcal{I}_2$ , wenn Bedingungen 1–3 aus Definition 3.1 erfüllt sind und zusätzlich gilt:

4. Wenn  $d_1 \rho d_2$  und  $(d_1, d'_1), (d_1, d''_1) \in r^{\mathcal{I}_1}$  mit  $d'_1 \neq d''_1$  für einen Rollennamen  $r$ , dann gibt es  $d'_2, d''_2 \in \Delta^{\mathcal{I}_2}$  mit  $d'_1 \rho d'_2$  und  $d''_1 \rho d''_2$  sowie  $(d_2, d'_2), (d_2, d''_2) \in r^{\mathcal{I}_2}$ .

- a) Zeige, dass diese Definition nicht ausreicht, um die in Theorem 3.2 behauptete Eigenschaft für alle  $\mathcal{ALCQ}$ -Konzepte sicherzustellen. Gib dafür ein  $\mathcal{ALCQ}$ -Konzept  $C$  sowie zwei Interpretationen  $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2$  und Elemente  $d_1, d_2$  an mit  $(\mathcal{I}_1, d_1) \sim (\mathcal{I}_2, d_2)$  und  $d_1 \in C^{\mathcal{I}_1}$ , aber  $d_2 \notin C^{\mathcal{I}_2}$ .
- b) Wie muss man Bedingung 4 modifizieren, damit die Behauptung aus Theorem 3.2 für alle  $\mathcal{ALCQ}$ -Konzepte gilt? Gib die modifizierte Bedingung an.
- c) Zeige nun, dass mit Deiner modifizierten Bedingung 4 Theorem 3.2 für  $\mathcal{ALCQ}$ -Konzepte gilt. Formuliere dazu nur den im Induktionsschritt zusätzlich benötigten Fall für Konzepte der Form  $(\geq n r.C)$  aus. Warum ist kein zusätzlicher Fall für  $(\leq n r.C)$  notwendig?