Beschreibungslogik

Übungsblatt 4

Abgabe im PDF-Format bis 17. 6. 2020, 23:59 Uhr in Stud.IP, Ordner „Abgabe Blatt 4“
Bitte nur eine PDF-Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk“.

1. (25 %) Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch? Begründe kurz.

a) Mit Typelimination kann man nur Erfüllbarkeit von Konzepten bezüglich TBoxen entscheiden, nicht aber Erfüllbarkeit ohne TBoxen.

b) Mit Typelimination kann man nicht Subsumtion oder Äquivalenz von Konzepten entscheiden.

c) Typelimination hat im Worst Case eine bessere Laufzeit als der Tableau-Algorithmus für $\mathcal{ALC}$ mit TBoxen.

d) Disjunktionen erfordern auch bei Typelimination Backtracking.

e) Absorption ist für Typelimination keine wirksame Optimierungstechnik. (Denke an das Beispiel aus T4.19.)

f) Wenn ein Typ t schlecht in Γ ist, dann gibt es keine Interpretation $\mathcal{I}$, so dass $\{t_{\mathcal{I}}(d) \mid d \in \Delta^{\mathcal{I}}\} \subseteq \Gamma$ und $t = t_{\mathcal{I}}(d_0)$ für ein $d_0 \in \Delta^{\mathcal{I}}$.

2. (25 %) Verwende Typelimination um zu entscheiden, ob

a) $C_0 = \exists r.\neg A$ erfüllbar bzgl. $\mathcal{T} = \{\forall r.A \sqsubseteq A, A \sqsubseteq \bot, \forall r.A \sqsubseteq \exists r.A\}$ ist;

b) $C_0 = \forall r.\forall r.A$ erfüllbar bzgl. $\mathcal{T} = \{\neg A \sqsubseteq B, A \sqsubseteq \neg B, \forall r.A \sqsubseteq \bot\}$ ist.

Gib jeweils die konstruierte Folge $\Gamma_0, \Gamma_1, \ldots$ an. Im Fall von Erfüllbarkeit gib das Modell aus dem Beweis von Lemma 5.5 an. Beim Wandeln der TBox in Normalform kannst Du Inklusionen der Form $C \sqsubseteq \bot$ direkt in $\mathsf{NNF}(\neg C)$ wandeln anstatt in $\neg C \sqcup \bot$.

3. (25 %) Betrachte die folgenden ExpTime-Spiele und bestimme, ob Spielerin 2 eine Gewinnstrategie hat. Wenn dies der Fall ist, gib die Strategie an. Wenn nicht, beschreibe, wie Spielerin 1 spielen muss um zu gewinnen. In beiden Spielen weist die Anfangsbelegung π_0 allen Variablen „falsch“ zu.

a) $\varphi = (p_1 \wedge p_2 \wedge \neg q_1) \vee (p_3 \wedge p_4 \wedge \neg q_2) \vee (\neg(p_1 \vee p_4) \wedge q_1 \wedge q_2)$,

$\Gamma_1 = \{p_1, \ldots, p_4\}, \quad \Gamma_2 = \{q_1, q_2\}$

b) $\varphi = ((p_1 \leftrightarrow \neg q_1) \wedge (p_2 \leftrightarrow \neg q_2) \wedge (p_1 \leftrightarrow p_2)) \vee ((p_1 \leftrightarrow q_1) \wedge (p_2 \leftrightarrow q_2) \wedge (p_1 \leftrightarrow \neg p_2))$,

$\Gamma_1 = \{p_1, p_2\}, \quad \Gamma_2 = \{q_1, q_2\}$

Bitte wenden.

4. (25 %) Die *universelle Rolle* ist ein Rollenname u, dessen Extension in *jeder* Interpretation $\mathcal{I}$ gleich $\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$ ist. Sei $\mathcal{ALC}^u$ die Erweiterung von $\mathcal{ALC}$ um die universelle Rolle. Zeige, dass das Erfüllbarkeitsproblem für $\mathcal{ALC}^u$ *ohne TBoxen* ExpTime-hart ist; benutze dazu eine Reduktion vom Erfüllbarkeitsproblem für $\mathcal{ALC}$ *mit TBoxen.*

Gib die Reduktionsfunktion an, zeige Korrektheit und begründe, dass sie in Polynomialzeit berechnet werden kann.

Hinweis: Wer Kenntnisse über (Polynomialzeit-)Reduktionen auffrischen möchte, kann z. B. Def. 17.8 und 20.1 im Skript Theoretische Informatik $1 + 2$ (in Stud.IP) nachlesen.

5. Zusatzaufgabe (20 %)

Erweitere den Typeliminationsalgorithmus aus der Vorlesung auf die Beschreibungslogik $\mathcal{ALCI}$, also auf $\mathcal{ALC}$ mit inversen Rollen. Der neue Algorithmus soll korrekt und vollständig sein und auf jeder Eingabe terminieren; Beweise sind jedoch nicht gefordert, bis auf folgendes Detail: Erkläre auch, wie die Modellkonstruktion im Korrektheitsbeweis (Definition von $\mathcal{I}$ auf Folie 5.14) geändert werden muss.

Wende den erweiterten Algorithmus auf folgende Eingaben an und überprüfe, ob er das richtige Ergebnis liefert:

a) $C_0 = \top$, $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r.A \sqcap \forall r^-.\neg A\}$

b) $C_0 = \top$, $\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq \exists r^-.A \sqcap \forall r.\neg A\}$