Beschreibungslogik | Übung 04

D. Marschner, A. Mahdavi
alma@uni-bremen.de

Aufgabe 1)

tbd

Aufgabe 2)

a)

$C_0 = \exists r.\neg A$ erfüllbar bzgl. $\mathcal{T} = \{\forall r.A \sqsubseteq A, A \sqsubseteq \bot, \forall r.A \sqsubseteq \exists r.A\}$

$\mathcal{T}$ in NNF bringen:

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= \{\forall r.A \sqsubseteq A, A \sqsubseteq \bot, \forall r.A \sqsubseteq \exists r.A\}\\ &= \{\top \sqsubseteq (\neg\forall r.A \sqcup A) \sqcap (\neg A \sqcup \bot) \sqcap (\neg\forall r.A \sqcup \exists r.A)\}\\ &= \{\top \sqsubseteq (\exists r.\neg A \sqcup A) \sqcap \neg A \sqcap (\exists r.\neg A \sqcup \exists r.A)\}\end{aligned}$$

$\mathcal{T} = \{\top \sqsubseteq C_\mathcal{T}\}$ mit $C_\mathcal{T} = \{(\exists r.\neg A \sqcup A) \sqcap \neg A \sqcap (\exists r.\neg A \sqcup \exists r.A)\}$

$sub(C_0, \mathcal{T})$ generieren:

$$sub(C_0, \mathcal{T}) = \{\exists r.\neg A, C_\mathcal{T}, \exists r.\neg A \sqcup A, \neg A, \exists r.\neg A \sqcup \exists r.A, A, \exists r.A\}$$

Wegen $C_\mathcal{T} \in t$ für jeden Typen t für C_0 und $\mathcal{T}$ und der Typ-Bedingung für $\sqcap$, muss jeder Typ die Menge $M = \{C_\mathcal{T}, \exists r.\neg A \sqcup A, \neg A, \exists r.\neg A \sqcup \exists r.A\}$ enthalten. Aufgrund der Regel-(1) von Definition 5.2 (Typ) und weil $\neg A \in M$ ist $A \notin t$. Dadurch ergibt sich mit der $\sqcup$-Regel, dass $\exists r.\neg A \in t$ sein muss.
Somit ist $M = \{C_\mathcal{T}, \exists r.\neg A \sqcup A, \neg A, \exists r.\neg A \sqcup \exists r.A, \exists r.\neg A\}$.

Man kann sich also leicht überzeugen, dass es insgesamt zwei Typen für C_0 und $\mathcal{T}$ gibt, nämlich:

$$
\begin{aligned}
t_0 &= M \cup \{\exists r.A\} \\
t_1 &= M
\end{aligned}
$$

Der Typ t_0 ist schlecht in der Menge aller Typen: für $\exists r.A \in t_0$ und $\exists r.\neg A \in t_0$ ist die Menge aus Definition 5.3 $\{A, \neg A\}$, aber kein Typ enthält sowohl A als auch $\neg A$.
Der Typ t_1 ist nicht schlecht in der Menge aller Typen: für $\exists r.\neg A \in t_1$ ist die Menge aus Definition 5.3 $\{\neg A\}$, wobei t_1 selbst $\neg A$ enthält. Also $\neg A \in t_1 = t'$.

Das Typeliminationsverfahren berechnet folgende Mengen:

$$
\begin{aligned}
\Gamma_0 &= \{t_0, t_1\} \\
\Gamma_1 &= \{t_1\} \\
\Gamma_2 &= \{t_1\}
\end{aligned}
$$

Der Algorithmus stoppt, weil $\Gamma_1 = \Gamma_2$.
Das Ergebnis ist $erf\ddot{u}llbar$, weil es ein $t = t_1 \in \Gamma_2$ gibt mit $C_0 = \exists r.\neg A \in t$.

Aufgabe 3)

tbd

Aufgabe 4)

tbd

Aufgabe 5)

tbd