

• مجموعه‌ها

$I = \{1,2,3,\dots\}$	مجموعه مراکز فروش با اندیس j را
$V = \{0\} \cup I$	مجموعه مراکز فروش و انبار با اندیس j را ($i=0$ بیانگر انبار است)
$K = \{1,2,\dots\}$	مجموعه وسایل نقلیه همگن

• پارامترها

q	ظرفیت هر وسیله نقلیه
c	هزینه ثابت استفاده از هر وسیله نقلیه
d_i	تقاضای مرکز فروش i
t_{ij}	زمان سفر از i به j
c'_{ij}	هزینه سفر از i به j
s_i	مدت زمان سرویس دهی به مرکز فروش i (s_0 برابر با صفر تعریف میشود)
$[a_i, b_i]$	پنجره زمانی متناظر با مرکز فروش i
t_{max}	یک کران بالا روی کل مدت زمان سفر هر وسیله نقلیه

• متغیرهای تصمیم‌گیری

δ_k	متغیر باینری که اگر از وسیله نقلیه k استفاده شود برابر با یک و در غیر اینصورت برابر با صفر است.
Y_{ijk}	متغیر باینری که اگر وسیله نقلیه k از i به j برود برابر با یک و در غیر اینصورت برابر با صفر است.
X_i	متغیر پیوسته و نامنفی بیانگر زمان شروع سرویس دهی به مرکز فروش i

• روابط ریاضی

$$\text{Min } Z = c \sum_k \delta_k + \sum_k \sum_{i,j \in V: i \neq j} c'_{ij} Y_{ijk} \quad (1)$$

$$\sum_{i,j \in V: j \neq 0} d_j Y_{ijk} \leq q \delta_k \quad \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} Y_{0ik} = \delta_k \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} Y_{i0k} = \delta_k \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V} Y_{ijk} = \sum_{i \in V} Y_{jik} \quad \forall k \in K, \forall j \in I \quad (5)$$

$$\sum_k \sum_{i \in V} Y_{ijk} = 1 \quad \forall j \in I \quad (6)$$

$$X_0 = 0 \quad (7)$$

$$Y_{ijk} = 1 \rightarrow X_j \geq X_i + s_i + t_{ij} \quad \forall i, j \in V: i \neq j, j \neq 0, \forall k \in K \quad (8)$$

$$Y_{i0k} = 1 \rightarrow X_i + s_i + t_{i0} \leq t_{max} \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (9)$$

$$a_i \leq X_i \leq b_i \quad \forall i \in I \quad (10)$$

$$\delta_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad (11)$$

$$Y_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V: i \neq j, \forall k \in K \quad (12)$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (13)$$

• توضیحات مدل ریاضی

رابطه (۱) درصد کاهش هزینه‌های ثابت استفاده از وسایل نقلیه و هزینه پیمایش مسیرها است. رابطه (۲) تضمین می‌کند که اگر از وسیله نقلیه k استفاده نمی‌شود، هیچ یک از مراکز فروش توسط آن ملاقات نگردد و چنانچه وسیله نقلیه k به کار گرفته می‌شود، مجموع تقاضای مراکز فروشی که ملاقات می‌کند حداکثر به اندازه ظرفیتش باشد. روابط (۳) تا (۵) بیان می‌کنند که وسیله نقلیه k در صورت استفاده دقیقاً یک بار از انبار خارج می‌شود و دقیقاً یک بار به انبار وارد می‌شود و در نقاط متناظر با مراکز فروش تعادل برقرار باشد. رابطه (۶) تضمین می‌کند که هر مرکز فروش دقیقاً توسط یک وسیله نقلیه ملاقات گردد. رابطه (۷) زمان خروج از انبار را برابر با صفر در نظر می‌گیرد. رابطه (۸) تضمین می‌کند که اگر وسیله نقلیه k از i به مرکز فروش j برود، زمان سرویس دهی به j بعد از اتمام سرویس دهی i و سفر به j آغاز گردد. همچنین این قید از تشکیل تور ناقص (توری که شامل مرکز فروش باشد اما انبار نداشته باشد) جلوگیری می‌کند. رابطه (۹) تضمین می‌کند که زمان بازگشت به انبار برای هر وسیله نقلیه حداکثر برابر با t_{max} باشد. رابطه (۱۰) پنجره زمانی را برای هر مرکز فروش رعایت می‌کند. روابط (۱۱) تا (۱۳) نوع متغیرها را بیان می‌کند.

• خطی سازی روابط (۸) و (۹)

رابطه (۸) :

$$X_j \geq X_i + (s_i + t_{ij})Y_{ijk} - t_{max}(1 - Y_{ijk}) \quad \forall i, j \in V: i \neq j, j \neq 0, \forall k \in K \quad (14)$$

رابطه (۹) :

$$X_i + (s_i + t_{i0})Y_{i0k} \leq t_{max} + t_{max}(1 - Y_{i0k}) \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (15)$$

• کدنویسی مساله

sets

v /s1,cu1*cu9/

s(v) /s1/

cu(v) /cu1*cu9/

k /k1*k6/

alias(v,i,j,n)

;

table c(i,j)

	s1	cu1	cu2	cu3	cu4	cu5	cu6	cu7	cu8	cu9
s1	0	5	5	5	5	5	5	5	5	5
cu1	5	0	5	5	5	5	5	5	5	5
cu2	5	5	0	5	5	5	5	5	5	5
cu3	5	5	5	0	5	5	5	5	5	5
cu4	5	5	5	5	0	5	5	5	5	5
cu5	5	5	5	5	5	0	5	5	5	5
cu6	5	5	5	5	5	5	0	5	5	5
cu7	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5
cu8	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5
cu9	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0

;

table t(i,j)

	s1	cu1	cu2	cu3	cu4	cu5	cu6	cu7	cu8	cu9
s1	0	2.3	2.2	2.1	2.8	2.4	3.3	1.8	2.6	3.6
cu1	2.3	0	0.8	2.3	3.8	3.9	4.5	2.1	4.9	1.4
cu2	2.2	0.8	0	2.8	4.2	4.2	4.9	2.6	4.6	1.5
cu3	2.1	2.3	2.8	0	1.5	1.8	2.2	0.3	4.4	3.5
cu4	2.8	3.8	4.2	1.5	0	0.8	0.8	1.7	4.3	5
cu5	2.4	3.9	4.2	1.8	0.8	0	0.9	1.9	3.5	5.2
cu6	3.3	4.5	4.9	2.2	0.8	0.9	0	2.4	4.3	5.8
cu7	1.8	2.1	2.6	0.3	1.7	1.9	2.4	0	4.2	3.4
cu8	2.6	4.9	4.6	4.4	4.3	3.5	4.3	4.2	0	6.1
cu9	3.6	1.4	1.5	3.5	5	5.2	5.8	3.4	6.1	0

;

*t(i,j)=t(i,j)*0.5;

parameter

demand(j) /cu1 9,cu2 5,cu3 6,cu4 6,cu5 2,cu6 9,cu7 5,cu8 9,cu9 2/

ss(i) /cu1 0.25,cu2 0.25,cu3 0.25,cu4 0.25,cu5 0.25,cu6 0.25,cu7 0.25,cu8 0.25,cu9 0.25/

a(i) /cu1 2,cu2 1,cu3 3,cu4 3,cu5 3,cu6 3,cu7 2,cu8 2,cu9 2/

b(i) /cu1 9,cu2 7.25,cu3 7,cu4 8,cu5 10,cu6 6,cu7 8,cu8 9,cu9 8/

tmax

q

;

tmax =15;

q=40;

*b(i) =b(i) +5;

free variable

z ;

binary variables

$\sigma(k)$, $y(i,j,k)$;

positive variable

$x(i)$;

equations

of

c_1

c_2

c_3

c_4

c_5

c_6

c_7

c_8

c_9

c_{10}

c_{11}

$*c_{12}$

;

of.. $z = \sum_{(k,i,j)} (c_{10}(j)), c(i,j) * y(i,j,k) + 1000 * \sum(k, \sigma(k)) + \sum(j, x(j))$;

$c_1(k)$.. $\sum_{(i,j)} (c_{11}(j)), \text{demand}(j) * y(i,j,k) = l = q * \sigma(k)$;

$$c2(k).. \quad \sum(j \$(cu(j)) ,y('s1',j,k)) =e= \sigma(k) ;$$

$$c3(k).. \quad \sum(i \$(cu(i)),y(i,'s1',k)) =e= \sigma(k) ;$$

$$c4(k,j) \$(cu(j)).. \sum(i,y(i,j,k)) =e= \sum(i,y(j,i,k)) ;$$

$$c5(j) \$(cu(j)).. \sum((k,i), y(i,j,k)) =e= 1 ;$$

$$c6.. \quad x("s1") =e= 0 ;$$

$$c7(i) \$(cu(i)).. \quad x(i) =g= a(i) ;$$

$$c8(i) \$(cu(i)).. \quad x(i) =l= b(i) ;$$

$$c9(K,I,J) \$(cu(j) \text{ and } (\text{ord}(i) \neq \text{ord}(j))) .. \quad x(j) =g= x(i) + (ss(i) + t(i,j)) * y(i,j,k) - tmax * (1 - y(i,j,k)) ;$$

$$c10(k,i) \$(cu(i)) .. \quad x(i) + (ss(i) + t(i,'s1')) * y(i,'s1',k) =l= tmax + tmax * (1 - y(i,'s1',k));$$

$$c11(k,i,j) \$(\text{ord}(i) = \text{ord}(j)) .. \quad y(i,j,k) =e= 0;$$

$$*c12(K,I).. \quad x('cu7') =e= x(i) + (ss(i) + t(i,'cu7')) * y(i,'cu7',k) - tmax * (1 - y(i,'cu7',k)) ;$$

$$y.fx(i,i,k)=0;$$

model ali /all/;

options mip=cplex , optcr=0;

solve ali us mip min z ;

display z.l , y.l,x.l ;

parameter

aa

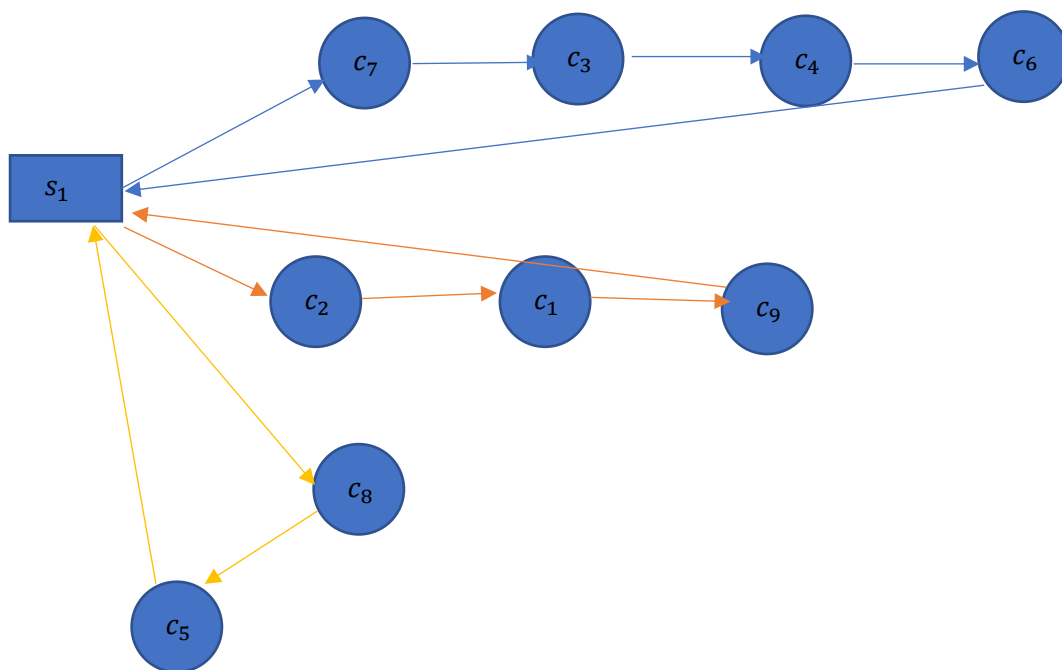
bb;

```
aa= sum( (k,i,j)$ (cu(j)), c(i,j) * y.l(i,j,k) ) + 1000*sum(k, sigma.l(k) ) ;
```

```
bb = sum( j$ ( cu(j) ), x.l(j) ) ;
```

```
display aa,bb;
```

• جواب مساله بر اساس داده‌های داده شده در کدها



زمان شروع سرویس دهی به مراکز فروش

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
3.25	2.2	3	4.75	6.35	5.8	2	2.6	4.9