

به نام خدا



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

# درس رادیو نرم افزاری

## تکلیف شماره دو

علی رضا قضاوی (۹۹۱۳۹۰۴)

بهار ۱۴۰۰

با سپاس از

مدرس محترم درس

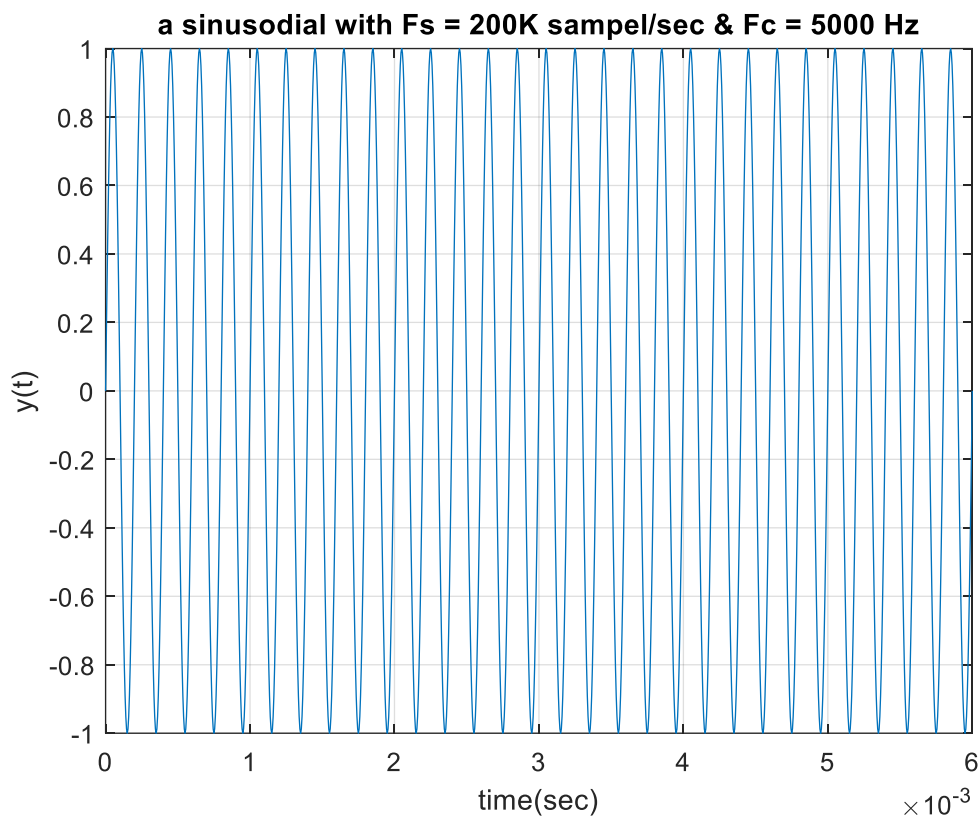
دکتر امیدی

## فهرست اشکال

- شکل ۱: سیگنال سینوسی با فرکانس ۵ KHz و فرکانس نمونه برداری ۲۰۰ Ksample/sec در میدان زمان ۴
- شکل ۲: طیف فرکانسی سیگنال سینوسی با فرکانس ۵ KHz و فرکانس نمونه برداری ۲۰۰ Ksample/sec
- شکل ۳: چگالی طیف توان: سیگنال سینوسی با فرکانس ۵ KHz و فرکانس نمونه برداری ۲۰۰
- ۶ ..... Ksample/sec
- شکل ۴: اساس عملکرد الگوریتم کوردیک، به عنوان مثال بلوک دیاگرام برای مبدل پایین آورنده کوردیک
- ۷ ..... آورده شده است.
- شکل ۵: خروجی های اسیلاتور دیجیتال ..... ۸
- شکل ۶: طیف خروجی کسینوسی اسیلاتور دیجیتال ..... ۹
- شکل ۷: خروجی مبدل Up-Convertor در حوزه زمان ..... ۱۰
- شکل ۸: خروجی مبدل Up-Convertor در حوزه فرکانس ..... ۱۰
- شکل ۹: چگالی طیف توان خروجی حقیقی مبدل Up-Convertor ..... ۱۱
- شکل ۱۰: خروجی حقیقی مبدل Down-Converter پیاده شده با الگوریتم کوردیک در حوزه زمان ..... ۱۲
- شکل ۱۱: خروجی حقیقی مبدل Down-Converter در حوزه فرکانس ..... ۱۳
- شکل ۱۲: طیف توان: خروجی حقیقی مبدل Down-Converter ..... ۱۳
- شکل ۱۳: چگالی طیف توان سیگنال نویزی شده ..... ۱۴
- شکل ۱۴: چگالی طیف توان سیگنال نویزی مدوله شده در باند IF ..... ۱۵
- شکل ۱۵: چگالی طیف توان سیگنال باند پایه (خروجی Down-Converter) در حالت نویزی ..... ۱۵

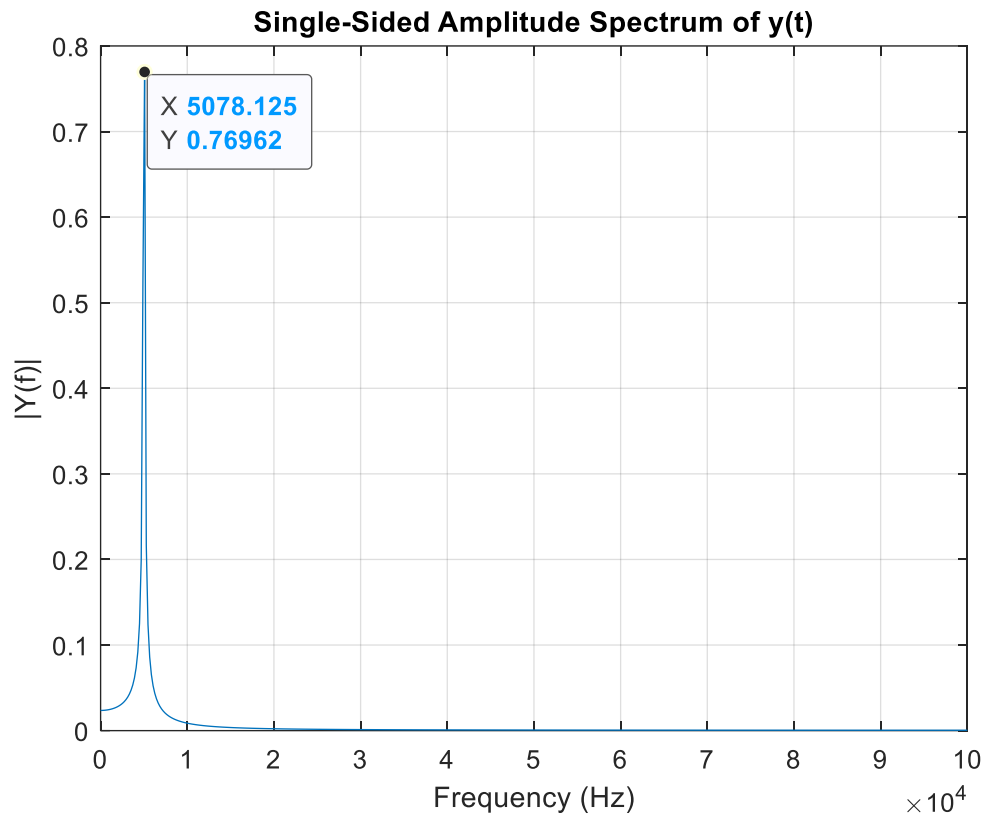
۱- ابتدا یک سیگنال سینوسی با فرکانس  $5\text{KHz}$  و فرکانس نمونه برداری  $200\text{Ksample/sec}$  تولید کنید و شکل آن در میدان زمان و طیف فرکانسی و طیف توان آن را مشاهده کنید.

در شکل ۱ شکل موج این سیگنال در حوزه زمان و برای  $30$  دوره تناوب، ترسیم شده است. (به اسکیل محور زمان توجه کنید).



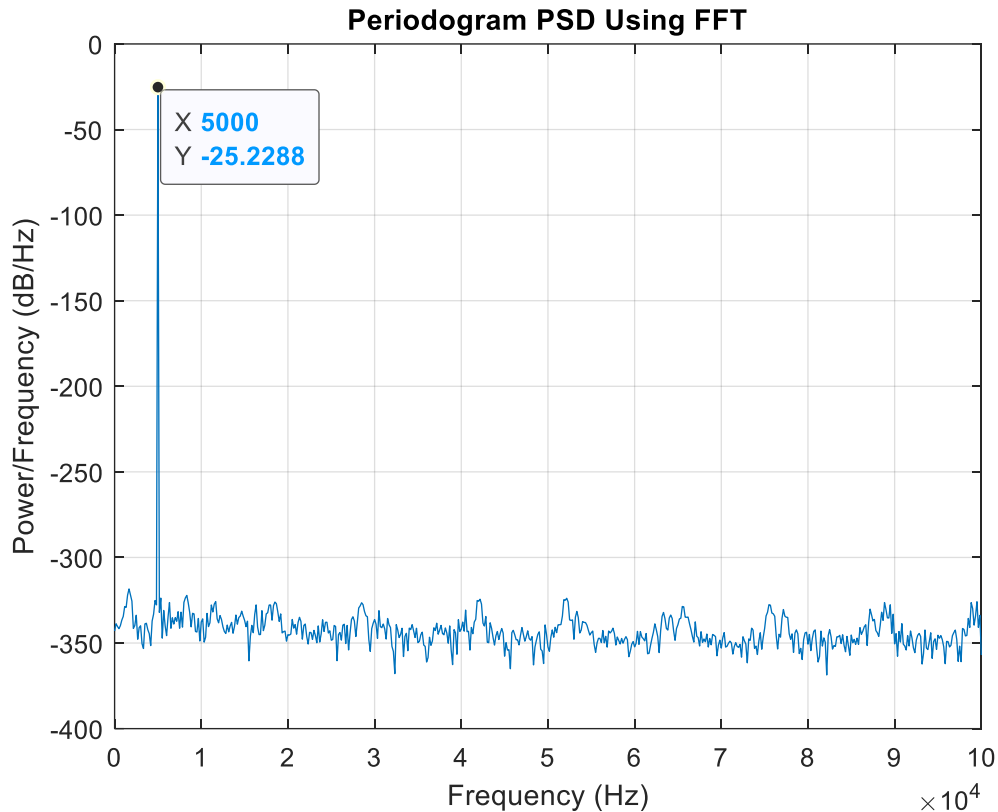
شکل ۱: سیگنال سینوسی با فرکانس  $5\text{KHz}$  و فرکانس نمونه برداری  $200\text{Ksample/sec}$  در میدان زمان

شکل ۲ نمایش حوزه فرکانس سیگنال سینوسی با فرکانس  $5\text{KHz}$  و فرکانس نمونه برداری  $200\text{Ksample/sec}$  را نشان می دهد. ملاحظه می کنیم دو ضربه در فرکانس های حدوداً  $5+$  و  $5-$  کیلوهرتز داریم.



شکل ۲: طیف فرکانسی سیگنال سینوسی با فرکانس ۵۰۷۸.۱۲۵ KHz و فرکانس نمونه برداری ۲۰۰ Ksample/sec

همچنین چگالی طیف توان سیگنال به صورت شکل ۳ است:



شکل ۳ چگالی طیف توان: سیگنال سینوسی با فرکانس ۵ KHz و فرکانس نمونه برداری ۲۰۰ Ksample/sec<sup>۱</sup>

۲- با استفاده از الگوریتم *Cordic* این سیگنال را به فرکانس باند میانی در 50 KHz منتقل کنید و مجدداً شکل آن در میدان زمان و طیف فرکانسی و طیف توان آن را مشاهده کنید.

در درس داشتیم:

$$x_{BB}(kT) = x_{IF}(kT)e^{-j2\pi f_{IF}kT} \quad (۱)$$

و بنابراین:

$$x_{IF}(kT) = x_{BB}(kT)e^{j2\pi f_{IF}kT} \quad (۲)$$

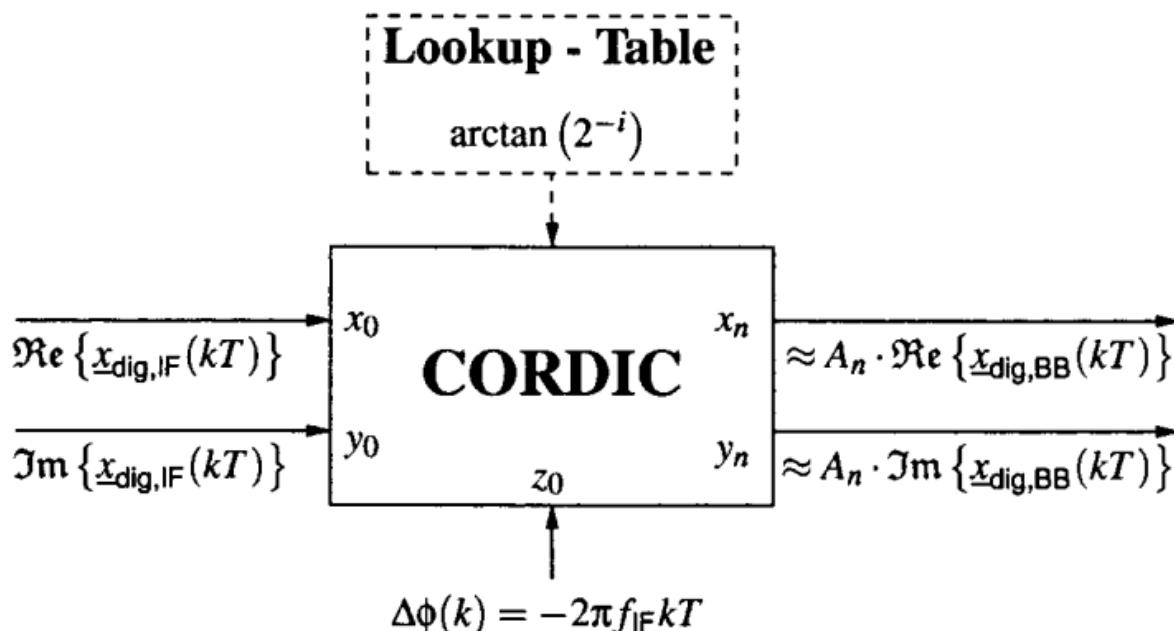
در اینجا  $f_{IF} = 50 \text{ KHz}$  می باشد و از فرمول (۲) استفاده می کنیم.

در مجموعه کدهای ضمیمه شده، تابعی با نام *cor2* نوشته شده که در آن الگوریتم کوردیک پیاده سازی شده است. با استفاده از این الگوریتم، یک شکل موج سینوسی با فرکانس  $f_{IF}$  پیاده سازی می کنیم. سپس با بهره بردن از روابط فوق و حقیقی بودن  $x_{BB}(kT)$  داریم:

$$x_{IF,real}(kT) = x_{BB}(kT).Real\{e^{j2\pi f_{IF}kT}\} = x_{BB}(kT).cos(2\pi f_{IF}kT) \quad (۳)$$

<sup>۱</sup> توجه کنید به دلیل حقیقی بودن شکل موجها و تقارن موجود در شکل موجها کافیست محتوای فرکانسی قسمت مثبت فرکانسها را نمایش دهیم. واضح است محتوای فرکانسهای منفی نیز آیندهی مقادیر نمایش داده شده نسبت به محور عمودی است.

عبارت معادله (۳) در واقع همان خروجی حقیقی بلوک دیاگرام مبدل  $BB^2$  به  $IF^3$  کوردیک است. حسن استفاده از الگوریتم کوردیک برای محاسبه عبارت معادله (۳) این است که برخلاف روش ذخیره سازی نمونه‌ها، در این روش فقط کافی است مقادیر زوایای تانژانت وارون را برای توان‌های مختلف  $\frac{1}{2}$  داشته باشیم. بنابراین این روش برای پیاده سازی سخت افزاری (مثلاً پیاده سازی روی FPGA) بسیار مناسب است. (شکل ۴)



شکل ۴: اساس عملکرد الگوریتم کوردیک، به عنوان مثال بلوک دیاگرام برای مبدل پایین آورنده کوردیک آورده شده است.

همانطور که در شکل ۴ می‌بینیم کافی است اختلاف فاز بین هر دو نمونه (که برای انتقال از IF به BB مقدار منفی داشته و برای انتقال از BB به IF مقدار مثبت دارد) را معین کرده و LookUp Table تانژانت وارون‌ها را به بلوک کد بدهیم.

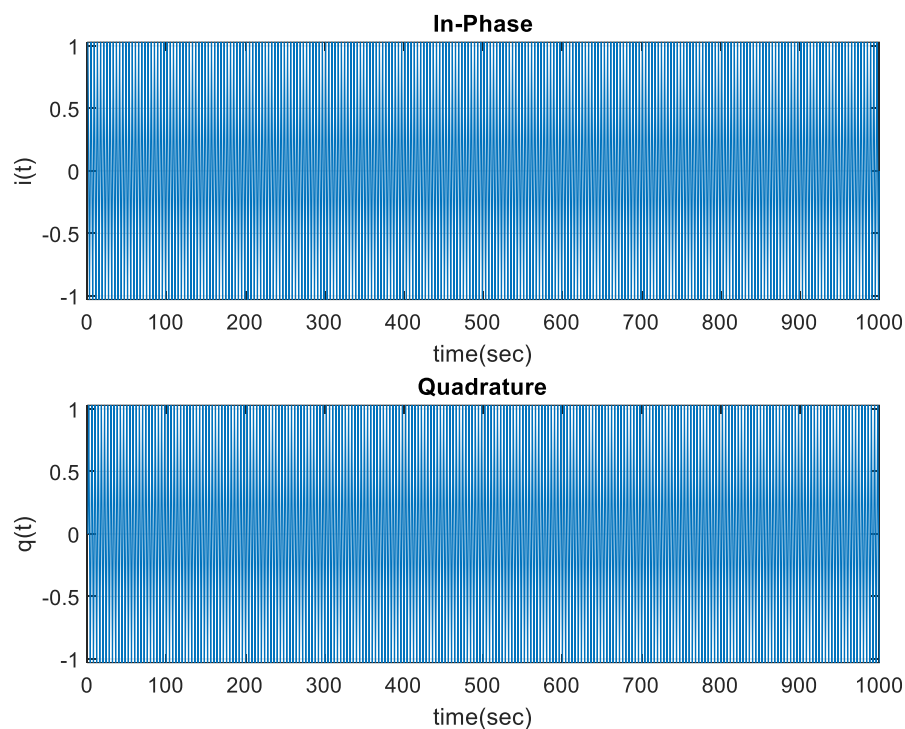
با نگاهی دوباره به رابطه (۳) در می‌یابیم که کافی است مقادیر  $\cos(2\pi f_{IF}kT)$  را داشته باشیم و سپس آنها را نمونه به نمونه در  $x_{BB}(kT)$  ضرب می‌نماییم. مقادیر این حاصلضرب را با استفاده از الگوریتم کوردیک محاسبه می‌کنیم. در واقع با استفاده از الگوریتم کوردیک یک اسیلاتور دیجیتال با حافظه مورد نیاز بسیار کمتر و حجم محاسبات بسیار کمتر نسبت به روش‌های دیگر می‌سازیم.

کد این قسمت را در تابع cor2 نوشته ایم. در این تابع، دو سیگنال متعامد کسینوسی و سینوسی با فرکانس  $f_{IF} = 50 \text{ KHz}$  به صورت مولفه همفاز (کسینوسی) و مولفه ناهمفاز (سینوسی) تولید می‌کنیم. (شکل ۵) و

<sup>۲</sup> باند پایه

<sup>۳</sup> باند میانی

این سیگنال‌ها حامل<sup>۴</sup> در سیگنال باند پایه (در انتقال از باند پایه به باند میانی) ضرب می‌شوند. شایان ذکر است که فرکانس نمونه برداری مثل قسمت قبل  $200\text{ Ksample/sec}$  در نظر گرفته شده است.



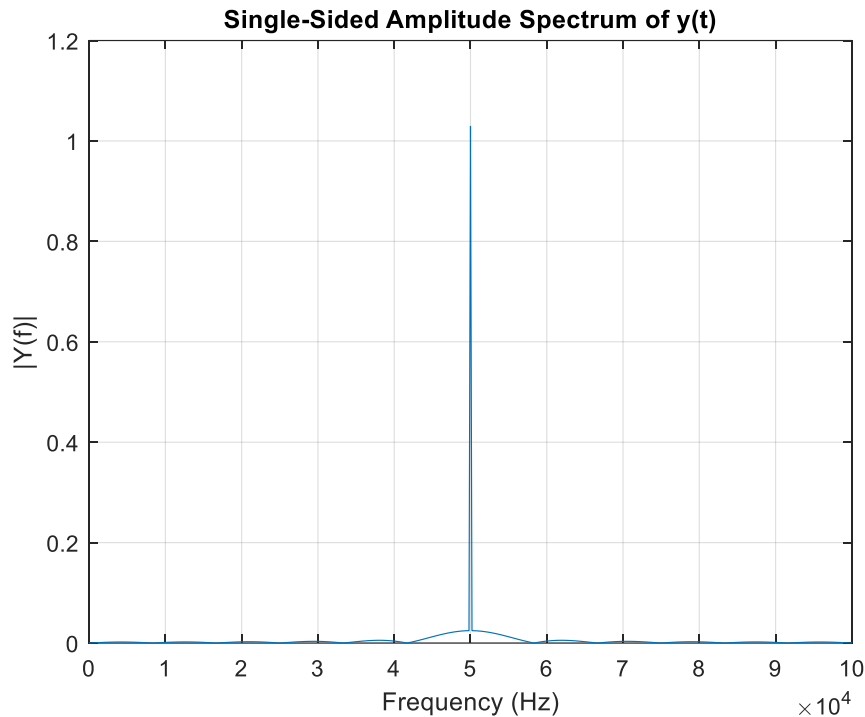
شکل ۵: خروجی‌های اسیلاتور دیجیتال

همچنین طیف خروجی یک طرفه‌ی کسینوسی اسیلاتور دیجیتال (پیاده شده با الگوریتم کوردیک) در شکل ۶ آورده شده است و مشاهده می‌کنیم که اسیلاتور دیجیتال به درستی کار می‌کند. (اندازه‌ی مولفه فرکانسی سینوسی در فرکانس پنجاه کیلوهرتز مقدار دارد).

---

<sup>۴</sup> carrier

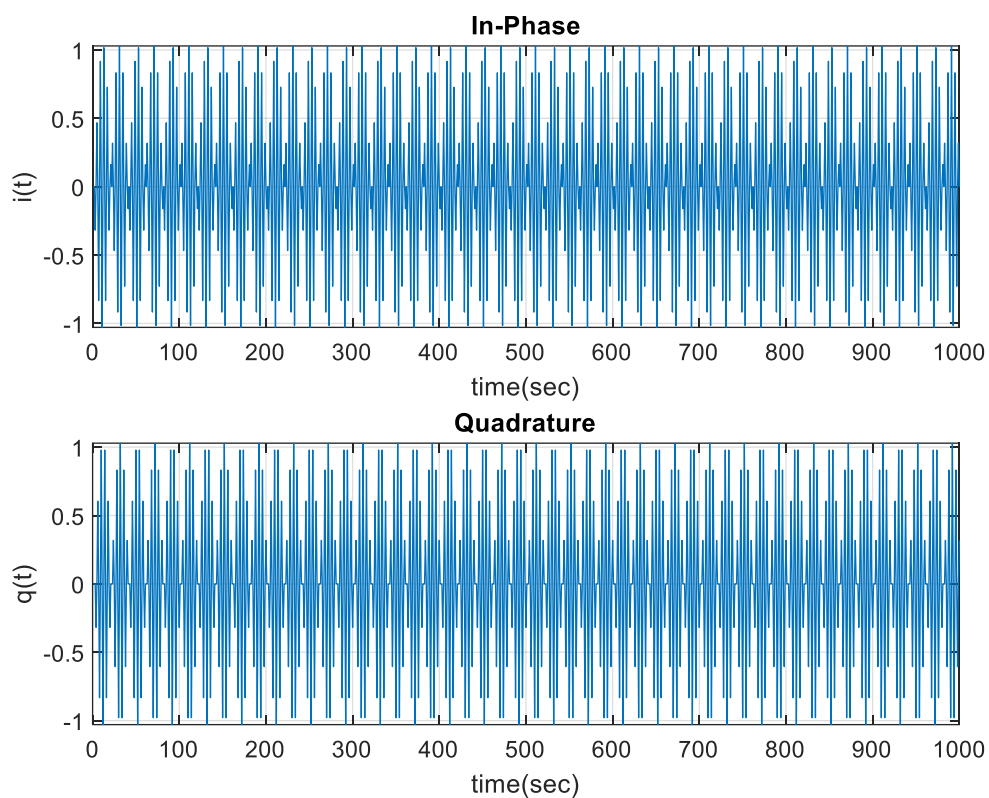




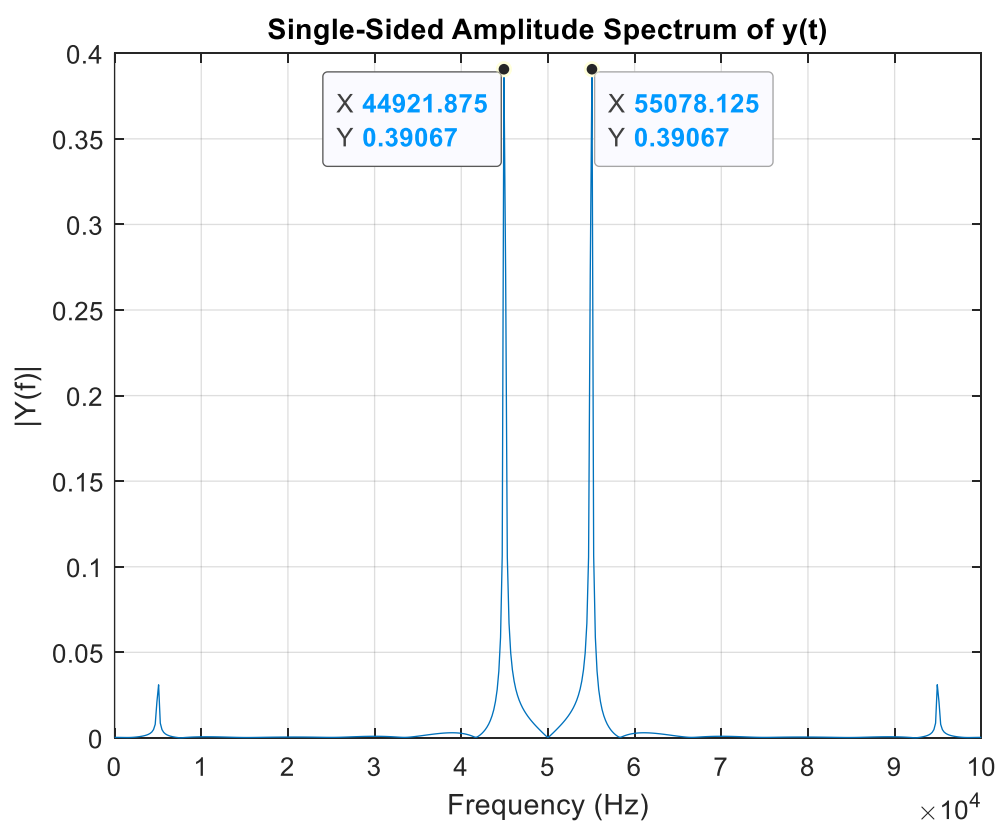
شکل ۶: طیف خروجی کسینوسی اسلاتور دیجیتال

پس از اطمینان از صحت تولید شکل موج‌ها حامل شروع به ساخت واحد مبدل کوردیک می‌کنیم. شیوه‌ی کار و پیاده‌سازی همانند آنچه در اسلایدهای درس گفته شد می‌باشد. با این تفاوت که برای گردش فازهایی که در ربع اول دستگاه مختصات کارتزین نیست، تبدیل‌های اولیه‌ای را قبل از حلقه تکرار و برای هر نمونه سیگنال ورودی، اعمال می‌نماییم. همچنین برای خنثی کردن اثر گین این مبدل، مقدار  $an$  متناظر برای تعداد تکرار ۶ را محاسبه و قرار می‌دهیم، این مقادیر برای تعداد تکرارهای مختلف محاسبه و در یک بردار قرار داده شده است. در انتها نیز شایان ذکر است پس از مدوله کردن هر نمونه، و تغییر فاز برای مرحله بعدی، در صورت زیاده‌تر شدن مقدار تغییر فاز از  $360^\circ$  درجه، از آن  $360^\circ$  درجه کم می‌کنیم تا در محدوده قابل قبول بمانیم.

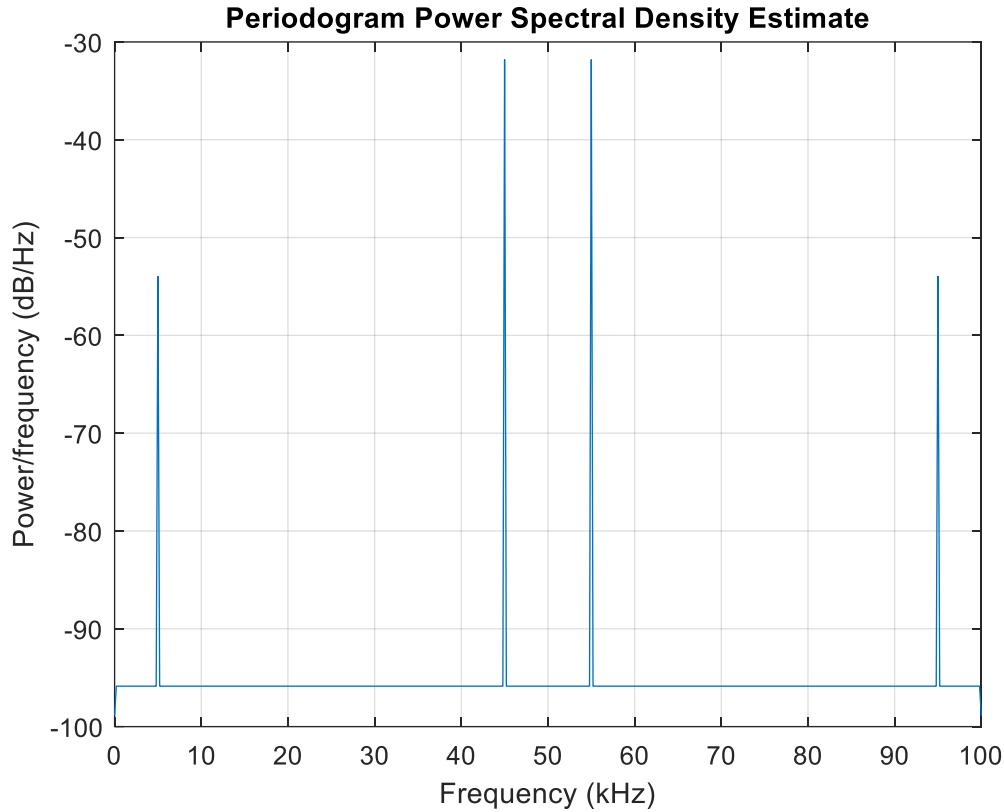
پس از این با اعمال این مبدل دیجیتال کوردیک به سیگنال ساخته شده در سوال اول، نتایج زیر را داریم. مشاهده می‌کنیم تغییرات سیگنال خروجی نمایش داده شده در شکل ۷ افزایش یافته است. همچنین با توجه به شکل ۸ و شکل ۹ ملاحظه می‌کنیم که هم طیف فرکانسی و هم طیف توان سیگنال باند پایه به باند میانی منتقل شده است.



شکل ۷: خروجی مبدل  $Up$ -Converter در حوزه زمان



شکل ۸: خروجی مبدل  $Up$ -Converter در حوزه فرکانس



شکل ۹: چگالی طیف توان خروجی حقیقی مبدل Up-Convertor

۳- بررسی کنید تعداد دفعات تکرار الگوریتم *Cordic* چه تاثیری روی نتیجه میگذارد و حداقل تعداد دفعات تکرار قابل قبول چیست؟

مشاهده می‌کنیم که با افزایش تعداد دفعات تکرار الگوریتم، شکل موج‌های بدست آمده بهتر و دقیقتر می‌شوند. همچنین حداقل تعداد دفعات تکرار قابل قبول برابر ۰ است. برای تلخیص گزارش و زیاد بودن شکل‌ها از آوردن اشکال خودداری شده است. با این حال با تغییر متغیر *Num\_of\_Iter* در متن کد نوشته شده می‌توانید اشکال را برای تکرارهای مختلف ملاحظه کنید.

۴- مجدداً سیگنال باند میانی را به فرکانس باند پایه 5KHz برگردانید و با مقایسه سیگنال حاصل و سیگنال اولیه، در مورد تعداد دفعات تکرار لازم در الگوریتم *Cordic* اظهار نظر کنید.

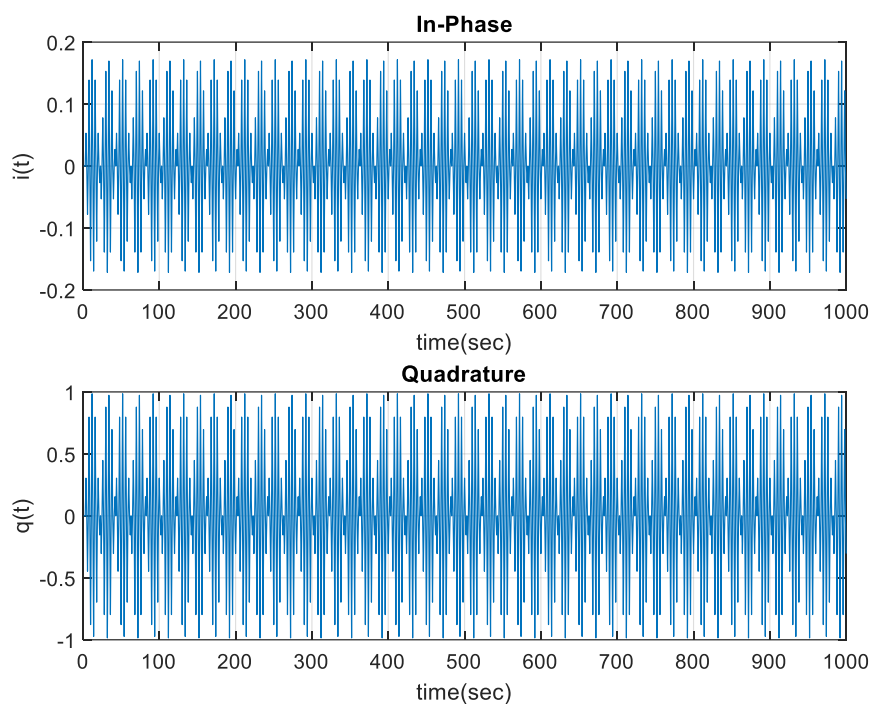
از رابطه (۱) و رابطه (۳) در کنار هم، رابطه (۴) نتیجه می‌شود. جهت سادگی ارجاع روابط قبلی مجدداً آورده می‌شود:

$$x_{BB}(kT) = x_{IF}(kT)e^{-j2\pi f_{IF}kT} \quad (۱)$$

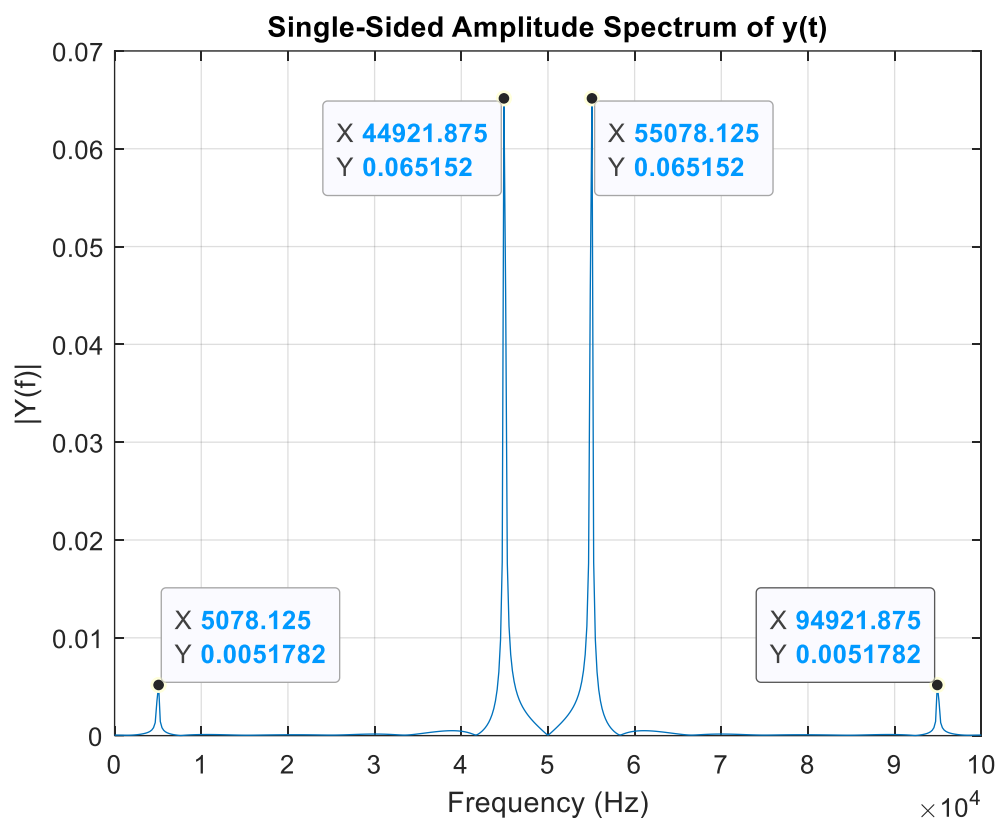
$$x_{IF,real}(kT) = x_{BB}(kT).Real\{e^{j2\pi f_{IF}kT}\} = x_{BB}(kT).cos(2\pi f_{IF}kT) \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} x_{BB,real}(kT) &= x_{BB}(kT) = x_{IF,real}(kT).Real\{e^{-j2\pi f_{IF}kT}\} \\ &= x_{IF,real}(kT).cos(2\pi f_{IF}kT) \\ &= 0.5 \times x_{BB}(kT) + 0.5 \times x_{BB}(kT).cos(4\pi f_{IF}kT) \end{aligned} \quad (۴)$$

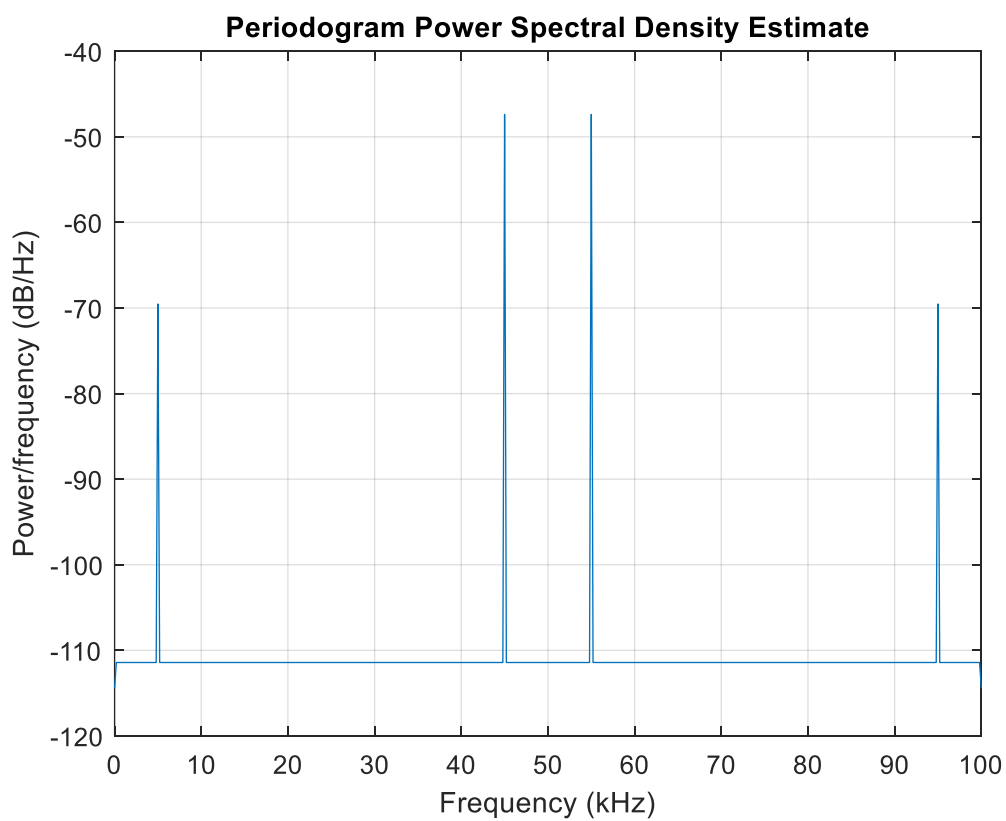
همانطور که از رابطه (۴) مشاهده می‌شود یک مولفه در باند پایه و یک مولفه در فرکانس  $2f_{IF}$  خواهیم داشت. نتایج حاصل از شبیه سازی در این قسمت به شرح زیر است:



شکل ۱۰: خروجی حقیقی مبدل *Down-Converter* پیاده شده با الگوریتم کوردیک در حوزه زمان



شکل ۱۱: خروجی حقیقی مبدل  $Down\text{-}Converter$  در حوزه فرکانس



شکل ۱۲: طیف توان: خروجی حقیقی مبدل  $Down\text{-}Converter$

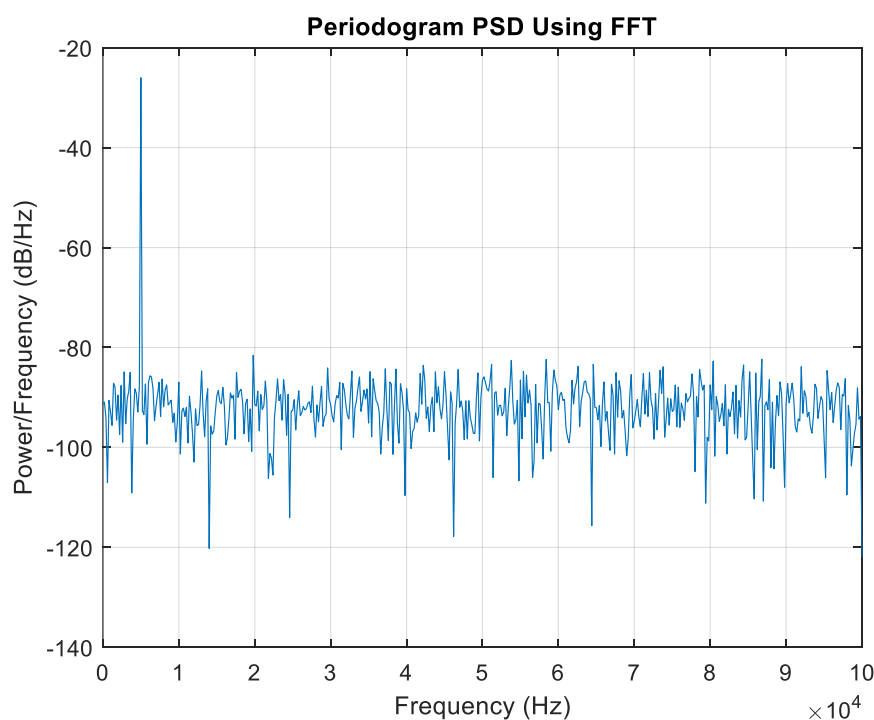
مجدداً مشاهده می‌شود با افزایش تعداد تکرار الگوریتم کوردیک، دقت گراف‌های حاصل بیشتر خواهد شد.

۵- پیچیدگی و هزینه لازم برای اجرای الگوریتم *Cordic* را بررسی کنید.

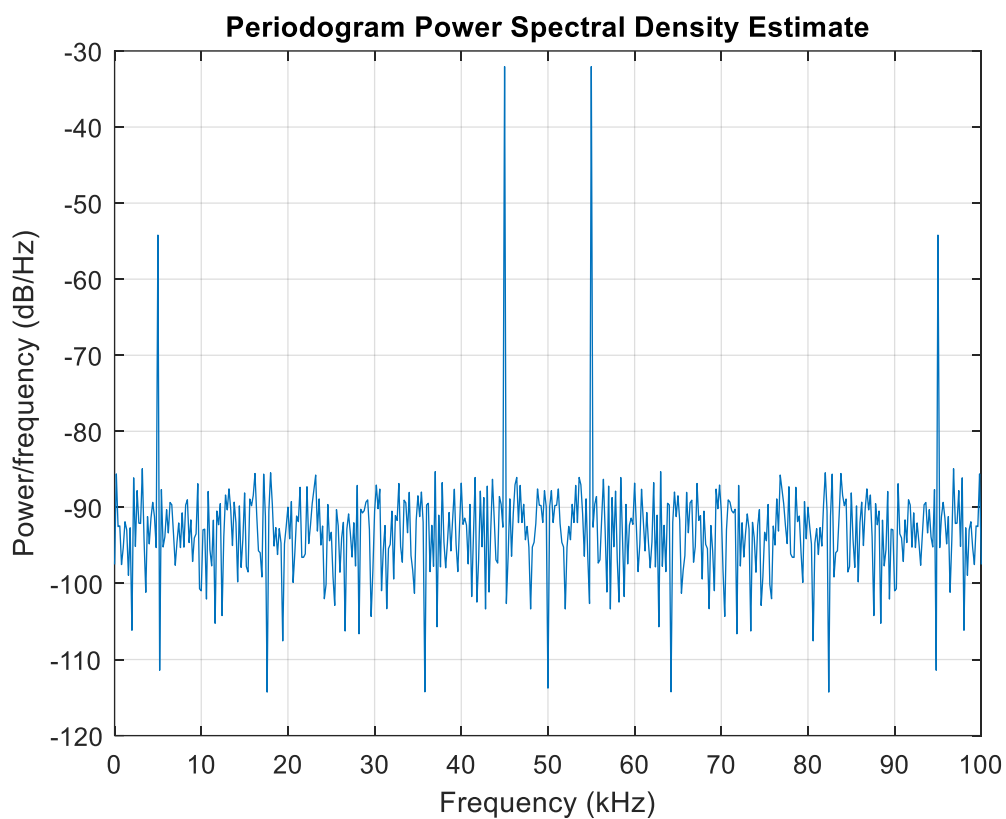
الگوریتم کوردیک از نظر پیچیدگی همانطور که قبلاً اشاره شد بسیار بهینه است و تنها به شیفت و جمع نیاز دارد، این عملیات در سخت افزار به سادگی قابل پیاده سازی است و بنابراین در فرکانس‌های بالای مدارهای سخت افزاری مثل FPGA این عملیات با سرعت بالا قابل انجام است. هم چنین هزینه‌ی این الگوریتم همانطور که قبلاً گفته شد ذخیره سازی مقادیر زوایای تانژانت وارون توان‌های مختلف یک دوم و مقادیر مختلف گین مبدل کوردیک به ازای تعداد تکرارهای مختلف است. این هزینه نسبت به ذخیره سازی همه‌ی مقادیر نمونه برداری شده سینوس و کسینوس بسیار به صرفه است. همچنین حجم محاسبات لازم نیز نسبت به روش فیلتر IIR بسیار کمتر است. یکی از مزایای این روش آن است که هم روی سخت افزار و هم روی نرم افزار با محاسبات کم و به ازای نرخ نمونه برداری مختلف و با حداقل نیاز به حافظه قابل پیاده سازی است.

۶- در صورتیکه سیگنال باند پایه با نویز جمع شود چه تاثیری در نتیجه حاصل می‌شود؟

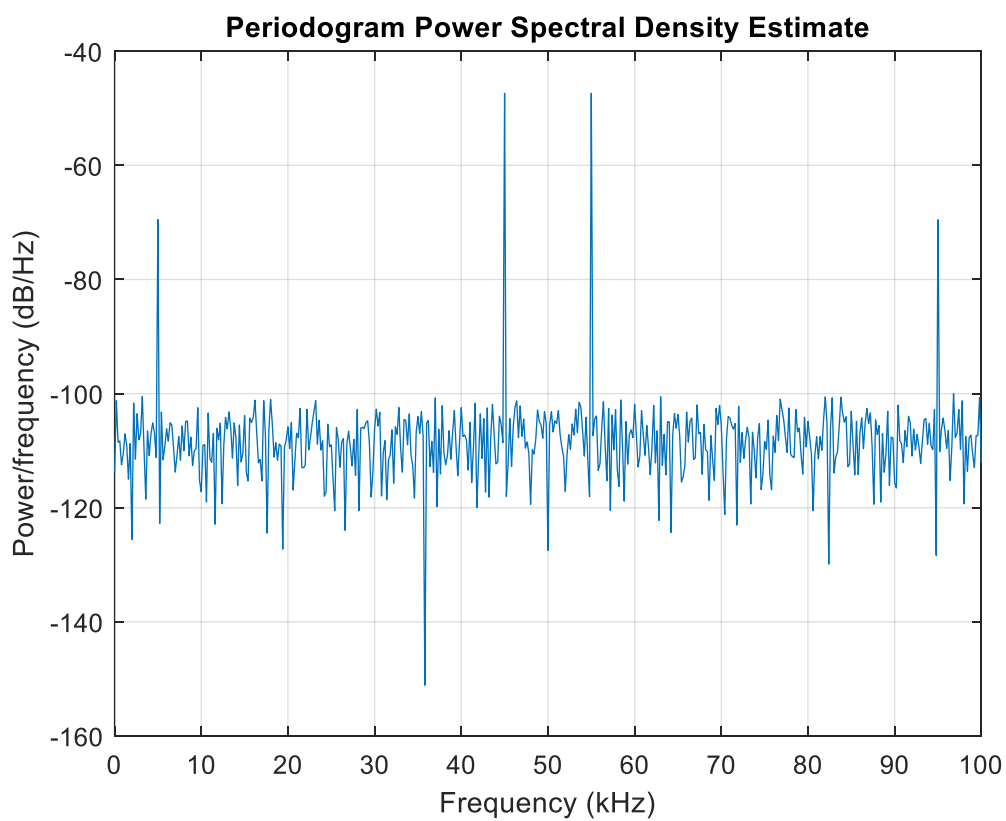
۱۰۰۰ نمونه از نویز سفید گوسی ایستادن با توان یک صدم وات را با استفاده از تابع *wgn* تولید کرده و با سیگنال باند پایه جمع نموده و آزمایش را مجدداً تکرار کرده ایم. مطابق اشکال زیر ملاحظه می‌شود که این امر در طیف فرکانسی سیگنال اثر چندانی ندارد و شکل موج‌های حوزه زمان نیز به دلیل فرکانس بالایی که دارند اثر کمتری از نویز دریافت می‌کنند. منتها در چگالی طیف توان اثر نویز مشاهده می‌شود (شکل ۱۳ الی شکل ۱۵). البته با افزایش سطح توان نویز، اثر نویز زیاد تر شده و مبدل را به حالت غیرایده آل می‌برد.



شکل ۱۳: چگالی طیف توان سیگنال نویزی شده



شکل ۱۴: چگالی طیف توان سیگنال نویزی مدوله شده در باند  $IF$



شکل ۱۵: چگالی طیف توان سیگنال باند پایه (خروجی  $Down-Converter$ ) در حالت نویزی