

تمرین‌های کامپیوتری، سری سوم
آخرین زمان تحویل: ۰۳/۰۲/۲۵ ساعت ۰۹:۰۰ (صبح)

توجه:

- در مواردی که خواسته شده نمونه‌هایی از یک متغیر تصادفی را تولید کنید، نیازی به گزارش کردن مقادیر تولید شده نیست؛ صرفاً ارائه‌ی نتایج خواسته شده کفایت می‌کند.
- جهت انسجام و سادگی پیشنهاد می‌شود برنامه متناظر با بندهای یک سوال، درون یک m-file واحد نوشته شود (متناظر با هر سوال یک m-file).
- علاوه بر پاسخ، m-file های خود را نیز بارگذاری کنید.

۱- الف) تعداد 100000 نمونه از متغیر تصادفی X با توزیع $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ تولید کنید.

ب) بر مبنای مباحث تئوری کلاس، نگاشتی ارائه کنید که تحت آن، متغیر تصادفی X (توصیف شده در بند الف) به متغیر تصادفی $U \sim \text{unif}(0,1)$ تبدیل شود.

ج) با اعمال نگاشت ارائه شده در بند ب به نمونه‌های متغیر تصادفی X که در بند الف تولید کرده‌اید، نمونه‌های متغیر تصادفی U را بسازید.

د) این بار نگاشتی ارائه کنید که تحت آن، متغیر تصادفی U (توصیف شده در بند ب) به متغیر تصادفی $Y \sim \exp(1)$ تبدیل شود.

ن) با اعمال نگاشت ارائه شده در بند د به نمونه‌های متغیر تصادفی U ، نمونه‌های متغیر تصادفی Y را بسازید.

و) سه هیستوگرام متناظر با نمونه‌های سه متغیر تصادفی X ، U و Y را ترسیم کنید و با آنچه انتظار دارید مقایسه کنید.

راهنمایی:

- برای تولید متغیر تصادفی نرمال از تابع randn استفاده کنید.
- تابع Q در متلب با دستور qfunc در دسترس است.
- توابع \ln و \log_{10} به ترتیب در متلب با دستورهای \log و $\log10$ قابل فراخوانیست.
- در تابع هیستوگرام تعداد بازه‌ها را 100 انتخاب کنید.

۲- مقدمه: می‌دانیم میانگین متغیر تصادفی X که به صورت $E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$ تعریف می‌شود به صورت تقریبی زیر قابل محاسبه است:

$$E\{X\} \cong \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k f_X(x_k) \Delta x \quad (1)$$

که در آن $x_k = k\Delta x$ و Δx مقدار کوچکی است. با توجه به اینکه $f_X(x_k)\Delta x \cong P(x_k < X < x_k + \Delta x)$ می‌توان نوشت:

$$E\{X\} \cong \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k P(x_k < X < x_k + \Delta x) \quad (2)$$

حال فرض کنید N نمونه از متغیر تصادفی X در دست باشد و از این N نمونه، N_k نمونه در گستره x_k تا $x_k + \Delta x$ قرار داشته باشد. در صورتی که N مقدار بزرگی باشد می‌توان نوشت $\frac{N_k}{N} \cong P(x_k < X < x_k + \Delta x)$ و بنابراین:

$$E\{X\} \cong \frac{1}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k N_k \quad (3)$$

پایان مقدمه.

الف) 50 ب) 200 ج) 1000

راه‌نمایی:

- برای تولید متغیر تصادفی نمایی از تابع `expnd` استفاده کنید.
- برای یادآوری تابع هیستوگرام به تمرین کامپیوتری سری اول مراجعه کنید.
- حداقل و حداکثر مجموعه‌ای از مقادیر را می‌توانید با توابع `min` و `max` استخراج کنید.

$E\{X^2\}$ (ج)	$\text{var}\{X\}$ (ب)	$E\{X\}$ (الف)
	$E\{X^4\}$ (د)	$E\{X^3\}$ (هـ)

- برای تخمین میانگین و واریانس نمونه‌های یک متغیر تصادفی به ترتیب از توابع mean و var استفاده کنید.