پاسخ تشریحی تست های درس نظریه زبانها کنکور ارشد مهندسی کامپیوتر سال 1401

تهیه کننده: استاد فردین شاپوری

مورخ: 20 شهریور ماه 1401

کانال تلگرامی استاد فردین شاپوری: @azmounecomputer

پست الکترونیکی: shapourifardin@gmail.com

Ostad Shapouri Telegram Channel: @azmounecomputer

1- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر – سال 1401)

الف) هر زبان تشخیص‌ناپذیر تورینگ، تصمیم‌ناپذیر است.

ب) مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا، یک مجموعه شمارای نامتناهی است.

ج) مجموعه همه ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا، یک مجموعه شمارای نامتناهی است.

د) هر زبان نامتناهی تشخیص‌پذیر تورینگ، یک زیرمجموعه نامتناهی تصمیم‌پذیر دارد.

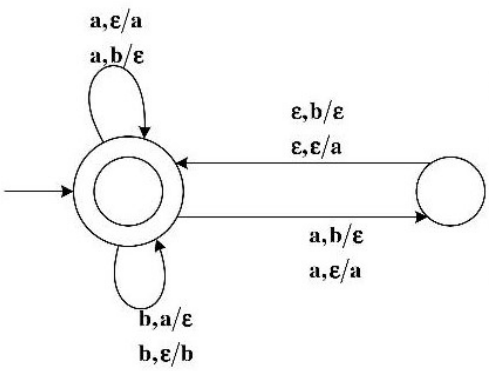
1) 4 2) 3 3) 2 4) 1

پاسخ: گزینه‌ی ۲.

خانواده زبان‌های تصمیم‌پذیر زیرمجموعه محض خانواده زبان‌های تشخیص‌پذیر است؛ بنابراین هر زبان تشخیص‌ناپذیر لزوما تصمیم‌ناپذیر است؛ پس گزاره (الف) صحیح است. از طرفی می‌دانیم مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا یک مجموعه ناشمارا است؛ لذا گزاره (ب) نادرست است. با روش‌های کدینگ مختلفی می‌توان نشان داد که مجموعه همه ماشین‌های تورینگ روی یک الفبا زیرمجموعه، مجموعه اعداد طبیعی است؛ با توجه به اینکه مجموعه اعداد طبیعی شمارا است؛ هر زیرمجموعه‌ای از آن هم شمارا است؛ بنابراین گزاره (ج) صحیح است. در مورد گزاره (د)، برای هر زبان بازگشتی شمارش‌پذیر L لزوما یک شمارش‌گر (Enumerator) وجود دارد که رشته‌های این زبان را شمارش می‌کند. اگر این شمارش‌گر را M بنامیم، می‌توان به صورت ساختاری از شمارش‌گر M به یک شمارش‌گری به نام M' رسید که رشته‌های زبان بازگشتی

L' را طبق ترتیب قاموسی شمارش کند در حالی که $L' \subseteq L$. همچنین با توجه به اینکه در گزاره (د) فرض شده زبان L نامتناهی است، در این صورت زبان L' هم لزوما نامتناهی است؛ پس گزاره (د) صحیح است. به این ترتیب از بین گزاره‌های داده شده فقط سه گزاره درست بوده و گزینه ۲ صحیح است.

2- زبان پذیرفته شده توسط پذیرنده پشته‌ای (PDA) روبه‌رو، کدام گزینه است؟ ($N_a(w)$ تعداد حرف a در رشته w را مشخص می‌کند.) (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر – سال 1401)



۱) $L=\{w\in\{a,b\}^* \mid N_b(w)\le N_a(w)\le ۳N_b(w)\}$

۲) $L=\{w\in\{a,b\}^* \mid N_a(w)\le N_b(w)\le ۳N_a(w)\}$

۳) $L=\{w\in\{a,b\}^* \mid N_b(w)\le N_a(w)\le ۲N_b(w)\}$

۴) $L=\{w\in\{a,b\}^* \mid N_a(w)\le N_b(w)\le ۲N_a(w)\}$

پاسخ: این تست حذف شده است.

یادآوری می‌شود که قانون انتقال $\delta(q_1,\varepsilon,\varepsilon)=(q_2,a)$ به منزله این است که در حالت q_1 بدون خواندن چیزی با گذار ε و بدون توجه به علامت سر پشته (بدون اینکه علامتی از سر پشته برداشته شود) به حالت q_2 برو و یک علامت a در بالای پشته قرار بده یا $\delta(q_1,a,b)=(q_2,\varepsilon)$ به منزله این است که در حالت q_1 با خواندن a از ورودی، اگر سر پشته علامت b باشد به حالت q_2 برو و علامت b را از سر پشته بردار. از طرفی در پذیرنده پشته ای پذیرش به دو قسم است: پذیرش توسط صرفا حالت نهایی و پذیرش توسط صرفا پشته خالی. با توجه به اینکه در گراف انتقال این ماشین حالت نهایی داریم پس پذیرش توسط حالت نهایی مد نظر طراح است. البته این دو شکل پذیرش را می توان تواما نیز بکار گرفت یعنی پذیرش در حالت نهایی با خالی شدن پشته. اگر فرض شود پذیرش توسط صرفا حالت نهایی باشد در حالت اولیه که نهایی هم هست با وجود قوانین انتقال $a,\varepsilon/a$ و $b,\varepsilon/b$ هر رشته ورودی روی الفبای دو نمادی a و b که به ماشین داده شود، ماشین آن را می‌پذیرد؛ بنابراین زبان ماشین برابر مجموعه $\{a,b\}^*$ بوده و در هیچ گزینه ای نیست. حالا اگر فرض کنیم مد نظر طراح پذیرش توسط تواما حالت نهایی و پشته خالی باشد، رشته abb توسط ماشین پذیرفته می‌شود ولی به زبان گزینه ۱ و ۳ تعلق ندارد و این گزینه‌ها رد می‌شوند. همچنین رشته abbb به زبان گزینه ۲ تعلق دارد ولی توسط ماشین پذیرفته نمی‌شود. بنابراین با رد گزینه به گزینه صحیح

Ostad Shapouri Telegram Channel

۴ می‌رسیم. با توجه به قوانین انتقال داده شده، این PDA غیرقطعی است. در حالت اولیه با دیدن هر a انتظار دیدن یک b یا دو تا b (عدم قطعیت) در رشته ورودی را داریم؛ بنابراین برای هر رشته‌ای که داخل زبان گزینه ۴ است، لزوما یک مسیر محاسبه وجود دارد که پس از مصرف رشته در آن مسیر، ماشین در حالت نهایی متوقف شده و پشته نیز خالی است و هر رشته‌ی خارج از این زبان نیز توسط ماشین رد می‌شود. در اعلام کلید اولیه، برای این تست گزینه ۴ به عنوان کلید ذکر شد ولی با اعلام کلید نهایی، این تست حذف شد؛ بنابراین نوع پذیرش مد نظر طراح پذیرش توسط صرفا حالت نهایی بوده و همان طور که ذکر شد طبق این نوع پذیرش، گزینه صحیح وجود ندارد.

3- زبان $L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$ را در نظر بگیرید. برای تولید این زبان گرامر زیر پیشنهاد شده است. (S متغیر شروع و a تنها حرف الفبا است.) (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر – سال 1401)

G: $S \rightarrow [Ra] \mid a$

$Ra \rightarrow aaR$

$aL \rightarrow La$

$aH \rightarrow ?\,a$

$R] \rightarrow L] \mid H$

$[L \rightarrow [R$

$[? \rightarrow \varepsilon$

کدام گزینه در خصوص نوع گرامر بالا و عبارتی که بایستی به جای ? قرار گیرد، درست است؟

1) نوع صفر (بدون محدودیت) – R

2) نوع یک (حساس به متن) – [R

3) نوع صفر (بدون محدودیت) – H

4) نوع یک (حساس به متن) – aH

پاسخ: گزینه‌ی 3.

Ostad Shapouri Telegram Channel: @aznounecomputer

در گرامرهای حساس به متن برای هر قاعده به شکل $lhs \rightarrow rhs$ باید داشته باشیم: $|lhs| \leq |rhs|$. در حالی که این محدودیت برای مثال در قاعده $R] \rightarrow H$ نقض شده، بنابراین گرامر داده شده از نوع حساس به متن نیست و از نوع بدون محدودیت است؛ لذا با این اطلاع گزینه های ۲ و ۴ رد می شود. حال اگر به جای ? بین H و R علامت H را بگذاریم، زبان گرامر حاصل برابر همان زبان L خواهد بود. به عنوان مثال مراحل اشتقاق یا جایگزینی برای تولید رشته‌های $aa, aaaa \in L$ به صورت زیر است؛ به این ترتیب گزینه ۳ صحیح است:

$$S \Longrightarrow [Ra] \Longrightarrow [aaR] \Longrightarrow [aaH \overset{2}{\Rightarrow} [Haa \Longrightarrow aa$$

$$S \Longrightarrow [Ra] \Longrightarrow [aaR] \Longrightarrow [aaL] \overset{2}{\Rightarrow} [Laa] \Longrightarrow [Raa] \overset{2}{\Rightarrow} [aaaaR]$$

$$\Longrightarrow [aaaaH \overset{4}{\Rightarrow} [Haaaa \Longrightarrow aaaa$$

4- فرض کنید L_1 و L_2 زبان‌های مستقل از متن (context-free) و R زبانی منظم (regular) باشند، کدام گزینه لزوماً زبانی مستقل از متن نخواهد بود؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر – سال 1401)

1) $L_1 \cup L_2$ 2) $R - L_2$ 3) $L_1 - R$ 4) $L_1 L_2$

پاسخ: گزینه ی ۲.

زبان‌های مستقل از متن تحت اجتماع و الحاق بسته‌اند؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شوند و با توجه به اینکه زبان‌های مستقل از متن تحت تفاضل منظم بسته‌اند، گزینه ۳ نیز رد می شود. اما حاصل گزینه ۲ لزوما یک زبان مستقل از متن نیست. اگر فرض کنیم $R - L_2$ لزوما یک زبان مستقل از متن است به سادگی به تناقض می‌رسیم. کافی است به عنوان مثال R برابر مجموعه منظم Σ^* در نظر گرفته شود، در این صورت مجموعه $R - L_2$ برابر زبان $\overline{L_2}$ بوده و نتیجه گرفته می‌شود که زبان‌های مستقل از متن تحت عمل مکمل بسته‌اند که این تناقض است چون زبان‌های مستقل از متن تحت عمل مکمل بسته نیستند؛ پس گزینه ۲ کلید سوال است.

Ostad Shapouri Telegram Channel: @azmounecomputer

5- گرامر روبه‌رو کدام یک از زبان‌های زیر را توصیف می‌کند؟ (کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر – سال 1401)

$S \rightarrow aSd \mid A \mid B$

$A \rightarrow aAc \mid C$

$B \rightarrow bBd \mid C$

$C \rightarrow bCc \mid \varepsilon$

1) $L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m + n = p + q\}$

2) $L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m + p = n + q\}$

3) $L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m + n + p = q\}$

4) $L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m = q \text{ and } n = p\}$

پاسخ: گزینه‌ی ۱.

با شروع از سرترم S و بکارگیری n بار قاعده بازگشتی $S \rightarrow aSd$ شبه‌جملاتی به فرم $a^n S d^n$ بدست می‌آید و اگر طبق قواعد داده شده اشتقاق را ادامه بدهیم خواهیم داشت:

$$S \overset{n}{\Rightarrow} a^n S d^n \Rightarrow a^n A d^n \overset{m}{\Rightarrow} a^n a^m A c^m d^n \Rightarrow a^n a^m C c^m d^n \overset{k+1}{\Longrightarrow} a^n a^m b^k c^k c^m d^n$$

$$S \overset{n}{\Rightarrow} a^n S d^n \Rightarrow a^n B d^n \overset{m}{\Rightarrow} a^n b^m B d^m d^n \Rightarrow a^n b^m C d^m d^n \overset{k+1}{\Longrightarrow} a^n b^m b^k c^k d^m d^n$$

بنابراین زبان گرامر داده شده برابر است با:

$$L(G) = \{a^n a^m b^k c^k c^m d^n\} \cup \{a^n b^m b^k c^k d^m d^n\} = \{a^m b^n c^p d^q \mid m + n = p + q\}$$

Ostad Shapouri Telegram Channel: @azmoonecomputer