Домашняя работа
Ерохина Алина

---

2. (a) Заметим, что слагаемое при $k = 6$ в любом случае попадет в обрезанное представление для достижения заданной абсолютной точности (оно слишком большое по сравнению с ε). Поэтому будем считать, что $n > 6$, где n – кол-во слагаемых в обрезанном представлении. Заметим, что для любого $k > 6$ $|w(z)| < f(k) = \frac{1}{k^2-k-6}$. Функция $f(k)$ убывает. Найдем $\int_n^\infty \frac{1}{x^2-x-6}dx = \Big|_n^\infty \frac{1}{5}\ln|\frac{3-x}{x+2}| = \frac{1}{5}\ln|\frac{n+2}{3-n}| < 10^{-6}$. Это верно в случае, если $n > 10^6$. Теперь можем строить график.

   (b) Используем модельный ряд $\sum_{k=1}^\infty b_k = \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^2+k}$.
   $S = s + \sum_{k=1}^\infty (\frac{1}{k^2-k-z} - \frac{1}{k^2+k})$, где $s = 1$.
   Рассмотрим $\frac{1}{k^2-k-z} - \frac{1}{k^2+k} = \frac{2k+z}{(k^2-k-z)(k^2+k)} \leqslant \frac{2k+2}{(k^2-k-z)k(k+1)} = \frac{2}{(k^2-k-z)k} \leqslant \frac{4}{k^3}$ с какого-то момента.
   $\int_n^\infty \frac{4}{x^3}dx = \Big|_n^\infty - \frac{2}{x^2} = \frac{2}{n^2} < 10^{-6} \Rightarrow n > 1414$. Строим график.

   (c) Построим $w_A(z) - w_B(z)$, а также горизонтальную линию $y = 2\varepsilon$ и убедимся, что разность не превышает заданную точность.

3. Воспользуемся методом Эйткина. Найдем искомые значения. Далее исследуем зависимость скорости сходимости от z. Рассмотрим данный ряд. Заметим, что вне окружности радиуса 1 ряд расходится, а внутри – сходится с высокой скоростью. Исследуем теперь скорость сходимости на самой окружности. Будем исследовать верхнюю дугу (угол от $-\pi$ до π). Делаем вывод о том, что при стремлении угла к 0 скорость сходимости возрастает с обеих сторон от 0.