

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ  
М.В.ЛОМОНОСОВА

## ОТЧЁТ ПО ПРАКТИКУМУ

**«Вычислительный практикум по исследованию  
нелинейных динамических систем »**

Выполнил:  
студент 304 группы кафедры ВМ

Шмаль А.С.

Москва  
2022

## Процесс работы

1) Применение знаний из курса «Дифференциальные уравнения, такие как: системы ОДУ, типы особых точек, устойчивость решений» к исследованию поведения нелинейной динамической системы с параметрами

2) Практика в применении типовых численных методов для решения системы трансцендентных уравнений и задачи Коши для системы ОДУ на большом промежутке времени

3) Практика в модульном программировании на одном из языков программирования

4) Практика в разработке комфортного интерфейса - средств диалогового общения с программой, порождаемыми ею выходными данными в сеансе вычислительного эксперимента В данном задании рассмотрена и реализована модель химического реактора, которая имеет вид

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = A - y_1 y_2; \\ \dot{y}_2 = y_1 y_2 - \frac{y_2}{B + y_2}; \\ 0 \leq t < \infty, \end{cases}$$

где  $y_i > 0, A > 0, B > 0, y_i(0) = y_i^* + \epsilon y_i^* -$  координаты стационарной точки  $y^*(A, B), 0 < \epsilon < 1$ .

Найдем аналитически координаты всех стационарных точек системы:

$$\begin{cases} A - y_1 y_2 = 0, \\ y_1 y_2 - \frac{y_2}{B + y_2} = 0. \end{cases}$$

Из данной системы получаем стационарную точку:

$$\left( \frac{1 - A}{B}, \frac{AB}{1 - A} \right).$$

Отсюда для положительности  $y_i$  необходимо дополнительно потребовать:  $A < 1$ .

Для исследования вида особой точки составим характеристическое уравнение:

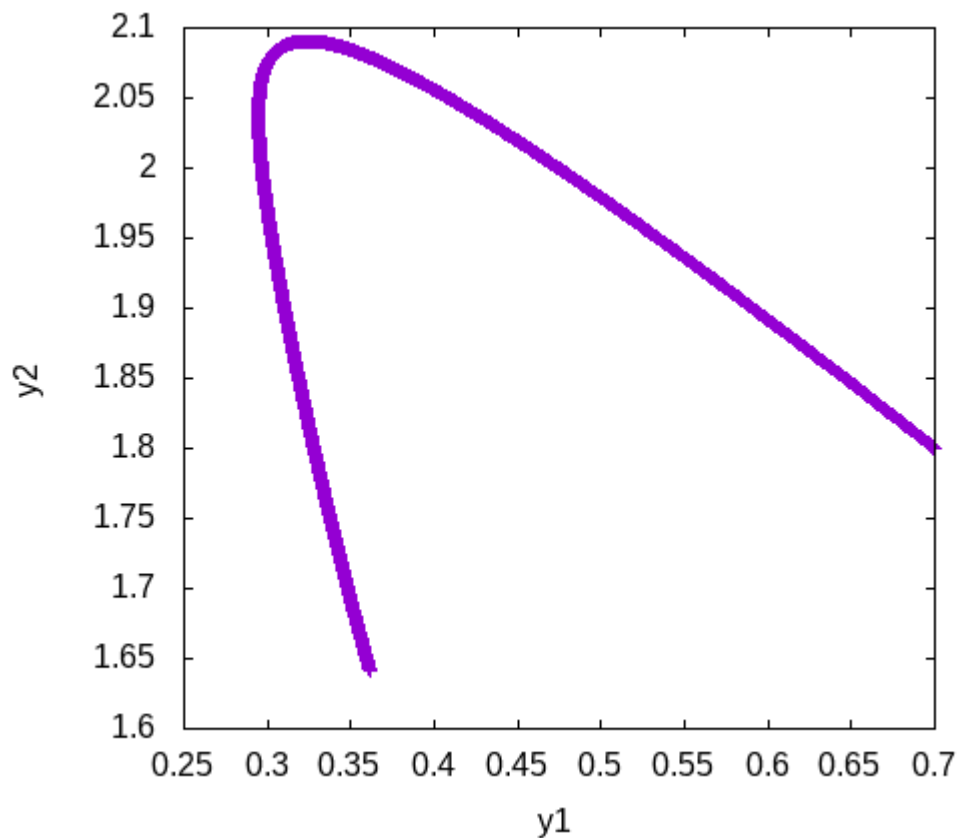
$$\lambda^2 - \left( \frac{(1 - A)A}{B} + \frac{AB}{(A - 1)} \right) \lambda + A(1 - A) = 0.$$

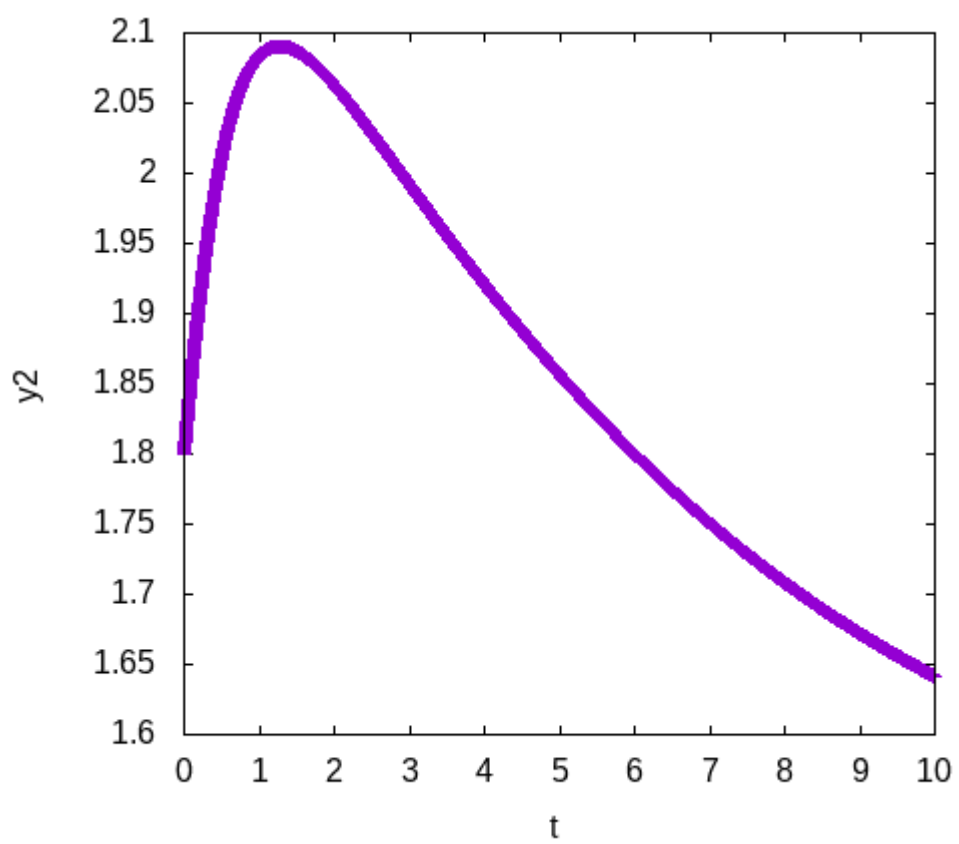
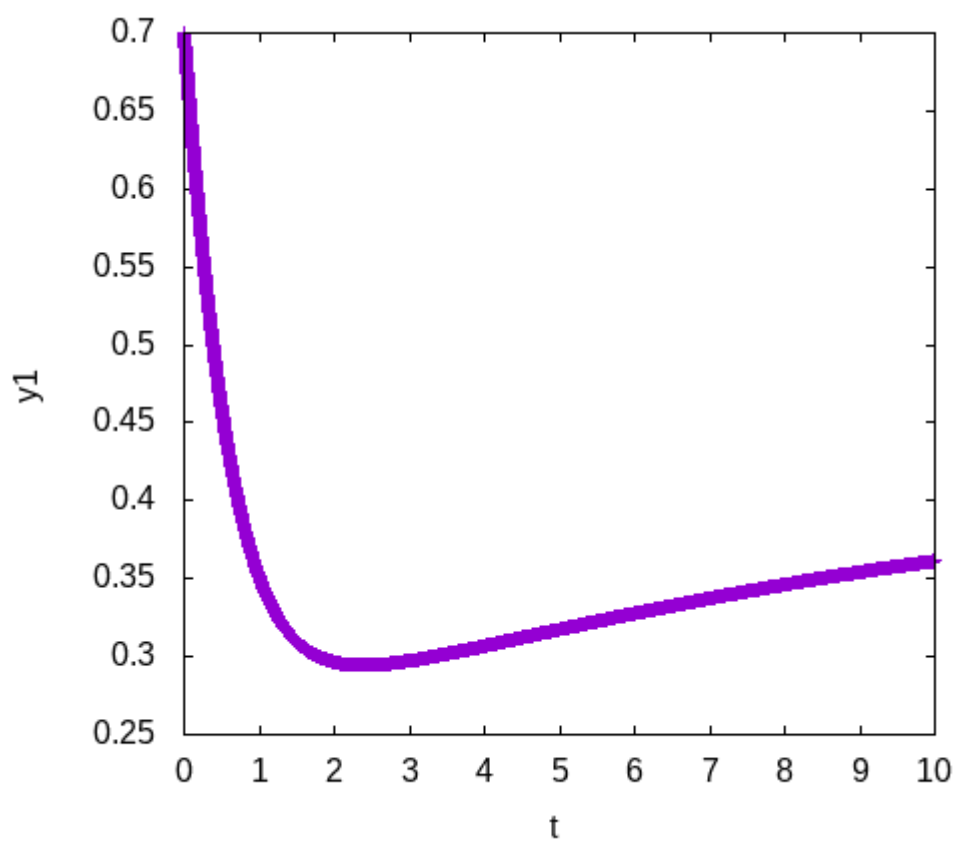
Тогда если корни этого уравнения вещественные, различные и одного знака, то особая точка — узел, если корни комплексные с вещественной частью, отличной от нуля, то особая точка — фокус.

## Примеры работы программы

При числе шагов  $N = 10000$ , шагом по времени в  $timestep = 0.001$ , погрешности  $\epsilon = 0.3$  и параметрах  $A = 0.6$   $B = 1$  получаем фазовый портрет для  $y_2(y_1)$  и следующие графики функций для  $y_1(t), y_2(t)$ :

Асимптотически устойчивый узел





При параметрах  $A = 0.1$  и  $B = 0.8$ :

Неустойчивый фокус

