

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
М.В.ЛОМОНОСОВА

ОТЧЁТ ПО ПРАКТИКУМУ
«Вычислительный практикум по исследованию
нелинейных динамических систем »

Выполнил:
студент 304 группы кафедры ВМ
Томашпаев А. С.

Москва
2022

Процесс работы

1) Применение знаний из курса «Дифференциальные уравнения, такие как: системы ОДУ, типы особых точек, устойчивость решений» к исследованию поведения нелинейной динамической системы с параметрами

2) Практика в применении типовых численных методов для решения системы трансцендентных уравнений и задачи Коши для системы ОДУ на большом промежутке времени

3) Практика в модульном программировании на одном из языков программирования

4) Практика в разработке комфортного интерфейса - средств диалогового общения с программой, порождаемыми ею выходными данными в сеансе вычислительного эксперимента В данном задании рассмотрена и реализована модель химического реактора, которая имеет вид

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = A - y_1 y_2; \\ \dot{y}_2 = y_1 y_2 - \frac{y_2}{B + y_2}; \\ 0 \leq t < \infty, \end{cases}$$

где $y_i > 0, A > 0, B > 0, y_i(0) = y_i^* + \epsilon y_i^* -$ координаты стационарной точки $y^*(A, B), 0 < \epsilon < 1$.

Найдем аналитически координаты всех стационарных точек системы:

$$\begin{cases} A - y_1 y_2 = 0, \\ y_1 y_2 - \frac{y_2}{B + y_2} = 0. \end{cases}$$

Из данной системы получаем стационарную точку:

$$\left(\frac{1 - A}{B}, \frac{AB}{1 - A} \right).$$

Отсюда для положительности y_i необходимо дополнительно потребовать: $A < 1$.

Для исследования вида особой точки составим характеристическое уравнение:

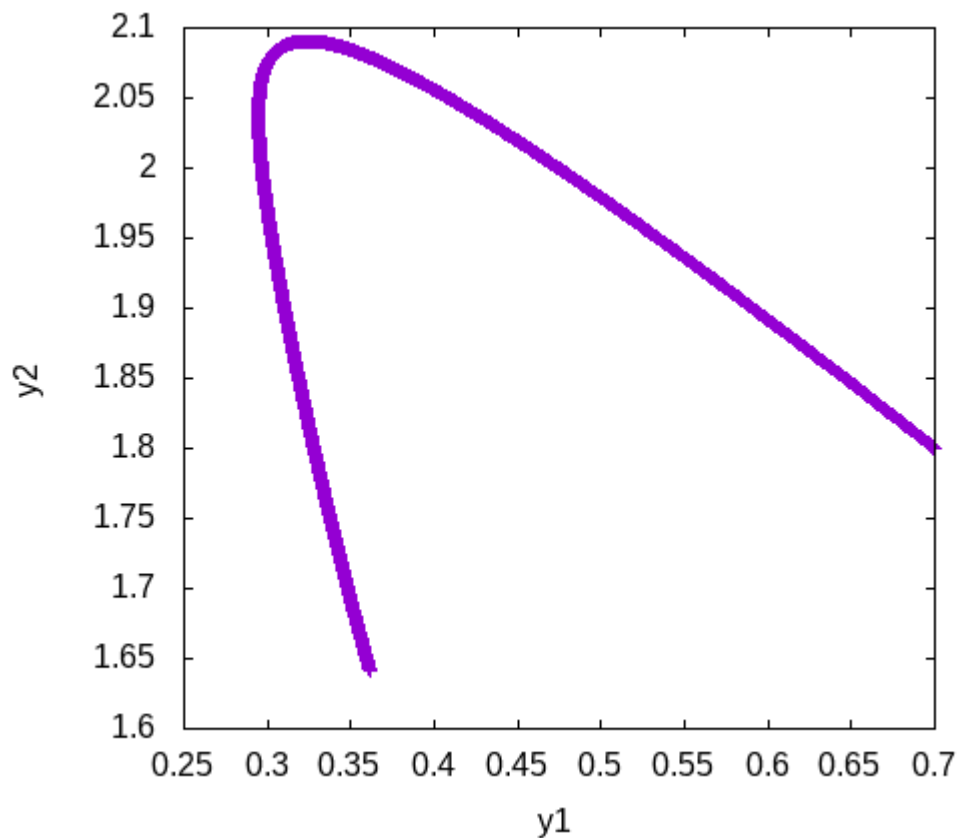
$$\lambda^2 - \left(\frac{(1 - A)A}{B} + \frac{AB}{(A - 1)} \right) \lambda + A(1 - A) = 0.$$

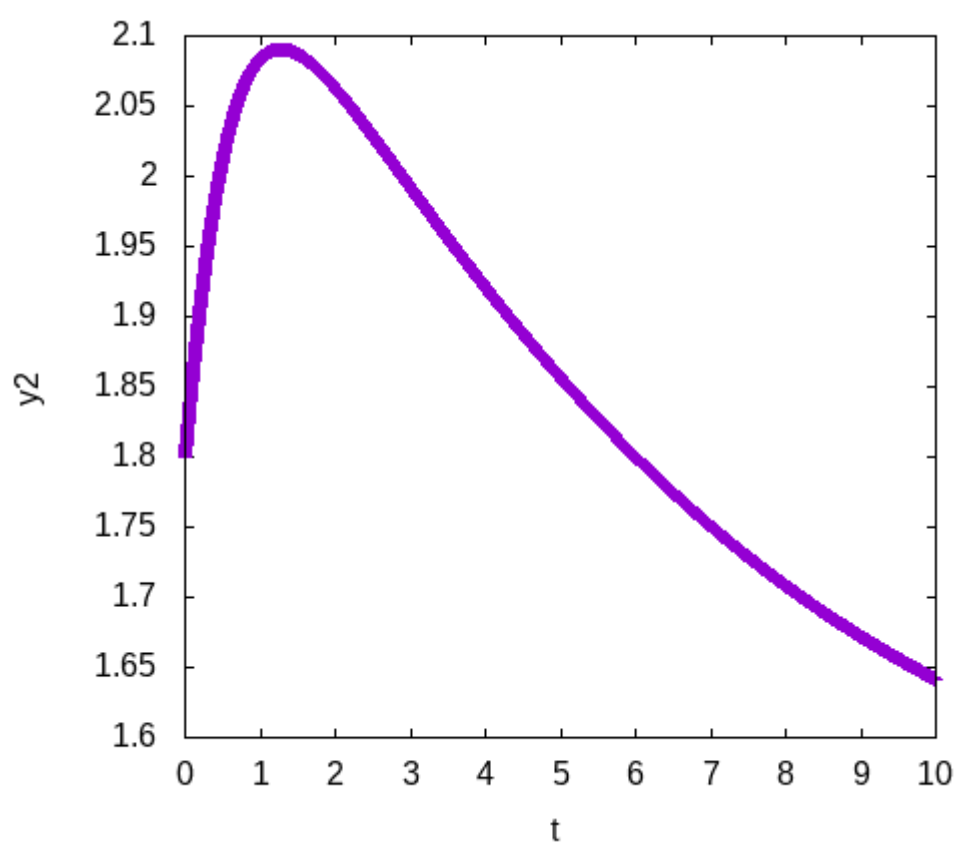
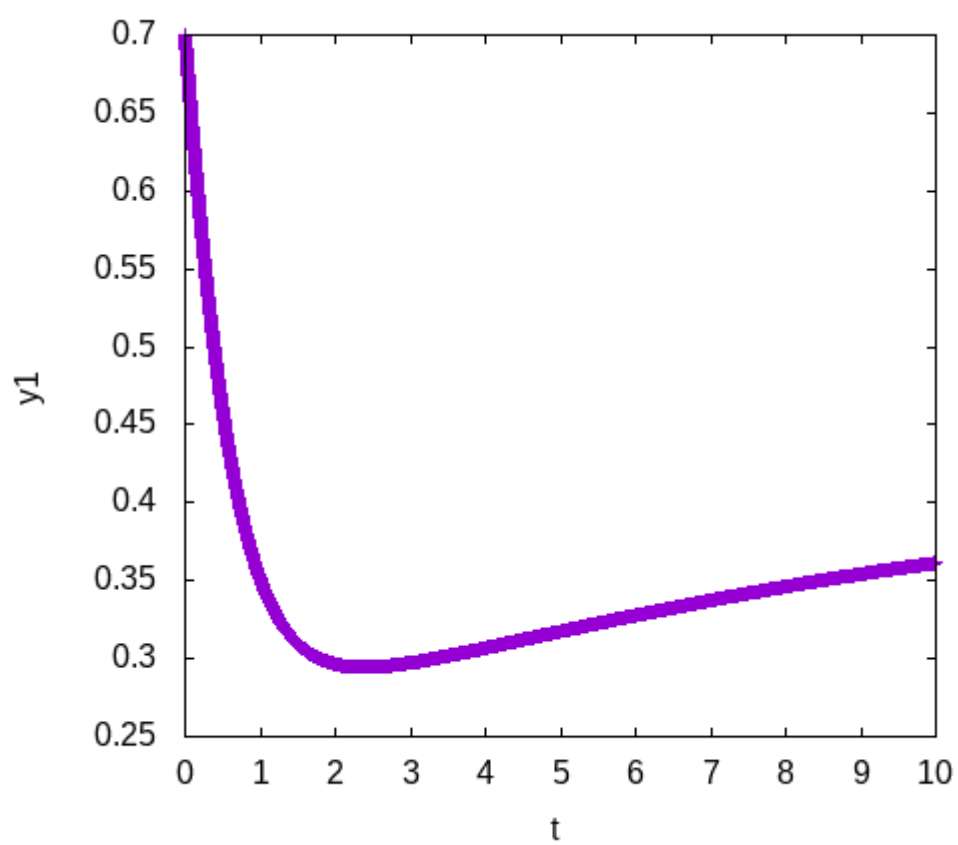
Тогда если корни этого уравнения вещественные, различные и одного знака, то особая точка — узел, если корни комплексные с вещественной частью, отличной от нуля, то особая точка — фокус.

Примеры работы программы

При числе шагов $N = 10000$, шагом по времени в $timestep = 0.001$, погрешности $\epsilon = 0.3$ и параметрах $A = 0.6$ $B = 1$ получаем фазовый портрет для $y_2(y_1)$ и следующие графики функций для $y_1(t), y_2(t)$:

Асимптотически устойчивый узел





При параметрах $A = 0.1$ и $B = 0.8$:

Неустойчивый фокус

