



ساختمان‌های گسسته

نیم‌سال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۰

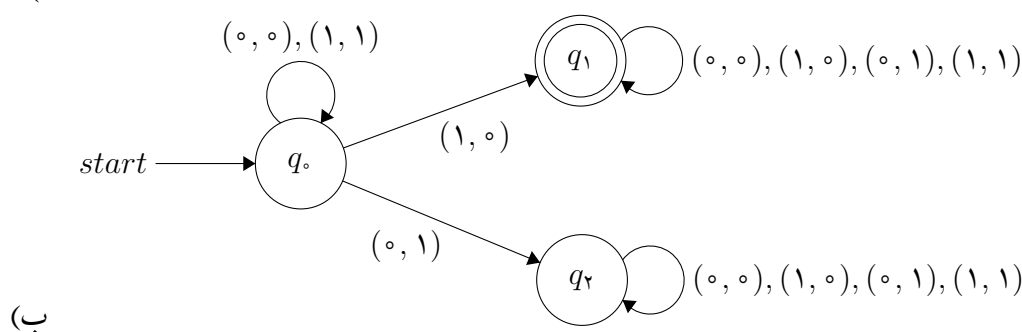
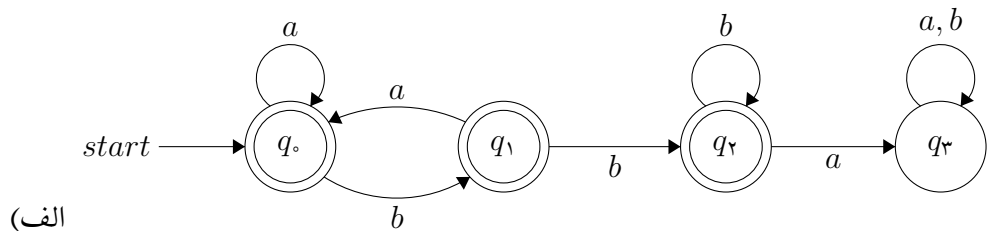
مدرس: حمید ضرابی زاده

تمرین سری دهم

مدل‌سازی محاسبات

مبحث آزمون پایانی

۱. ثابت کنید هر زبان متناهی، یک زبان منظم است.
۲. برای هریک از زبان‌های زیر، یک ماشین حالت متناهی قطعی طراحی کنید.
 - (الف) $L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \text{است } abbaab \text{ زیررشته‌ی } \omega\}$
 - (ب) $L_2 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid n_a(\omega) \equiv 0 \pmod{3}\}$
۳. یک ماشین حالت متناهی غیرقطعی با حداکثر ۷ حالت طراحی کنید که اگر هر کدام از حروف a یا b یا c فرد بار در رشته آمده بود آن را بپذیرد.
۴. برای هریک از زبان‌های زیر یک عبارت منظم بنویسید.
 - (الف) $L_1 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \text{تعداد } a \text{ ها در } \omega \text{ فرد است}\}$
 - (ب) $L_2 = \{a^n b^m \mid (n + m) \equiv 0 \pmod{2}\}$
 - (ج) $L_3 = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid n_a(\omega) \equiv 0 \pmod{3}\}$
۵. الفبایی تک حرفی مانند $\Sigma = \{a\}$ را در نظر بگیرید. آیا تمامی زبان‌ها روی این الفبا منظم‌اند؟ بدون استفاده از لم پمپاژ ادعایتان را ثابت کنید.
۶. زبان گرامرهای زیر را توصیف کنید.
 - (الف) $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b$
 - (ب) $S \rightarrow aSb \mid \lambda$
 - (ج) $S \rightarrow AB$
 - $A \rightarrow aAb$
 - $B \rightarrow bBc$
۷. در هر مورد بگویید ماشین حالت متناهی چه زبانی را توصیف می‌کند.



۸. در هر مورد زبان عبارت منظم داده شده را توصیف کنید.

الف) $a(aa)^*(bb)^*$

ب) $(\circ(1 + \circ)(\circ\circ + \circ 1 + 1\circ + 11))^* + 1(\circ\circ + \circ 1 + 1\circ + 11)$

ج) $1^*(\circ 1^+ \circ)^* 1^*$

۹. زبان L را در نظر بگیرید. زبان L' را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$L' = \{y \mid \exists x \in \Sigma^* : xy \in L\}$$

ثابت کنید اگر زبان L منظم باشد، زبان L' منظم است.

۱۰. الفبای $\Sigma = \{1, 2, 3\}$ را در نظر بگیرید. حال زبانی را بر روی این الفبا در نظر بگیرید که رشته‌های آن زبان، اعدادی در مبنای ۳ و به فرم 2^n هستند. ثابت کنید هیچ ماشین حالت‌متناهی برای تشخیص این زبان وجود ندارد.

۱۱. ثابت کنید زبان $\{1^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$ منظم نیست.

۱۲. با استفاده از NFA و DFA ثابت کنید اجتماع دو زبان منظم، منظم است.

۱۳. ثابت کنید زبان‌های زیر نامنظم‌اند.

الف) $L_1 = \{w \mid w = a^{2^n}, n \in \mathbb{N}\}$

ب) $L_2 = \{w \mid w = a^p, p \text{ یک عدد اول است}\}$

ج) $L_3 = \{w \mid w = a^n b^m c^k, \text{ if } (n = 1) \text{ then } m = k\}$

۱۴. برای زبان زیر یک ماشین تورینگ ارائه دهید.

$$L = \{w\#w \mid w \in \{\circ, 1\}^*\}$$

۱۵. ثابت کنید هر زبان منظم یک ماشین تورینگ دارد.

۱۶. ثابت کنید ماشین تورینگ با چند نوار معادل با ماشین تورینگ با یک نوار است.

۱۷. زبان C را از روی زبان‌های A و B می‌سازیم. هر رشته در زبان C به شکل $s = a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_n b_n$ است که $a_1 a_2 \dots a_n \in A$ و $b_1 b_2 \dots b_n \in B$ باشد. ثابت کنید اگر A و B منظم باشند زبان C هم منظم است.

۱۸. ثابت کنید زبان‌های منظم تحت عملیات قرینه کردن همه رشته‌ها بسته‌اند.

۱۹. ثابت کنید مجموعه‌ی تمام ماشین‌های تورینگ شمارا است.

۲۰. فرض کنید یک ماشین تورینگ تک‌نویس، ماشین تورینگی باشد که هر خانه‌ی نوار را بتواند حداکثر یکبار تغییر دهد (شامل قسمت ورودی نوار). نشان دهید که این نوع از ماشین‌های تورینگ، از نظر قدرت با ماشین‌های تورینگ معمولی معادل‌اند.