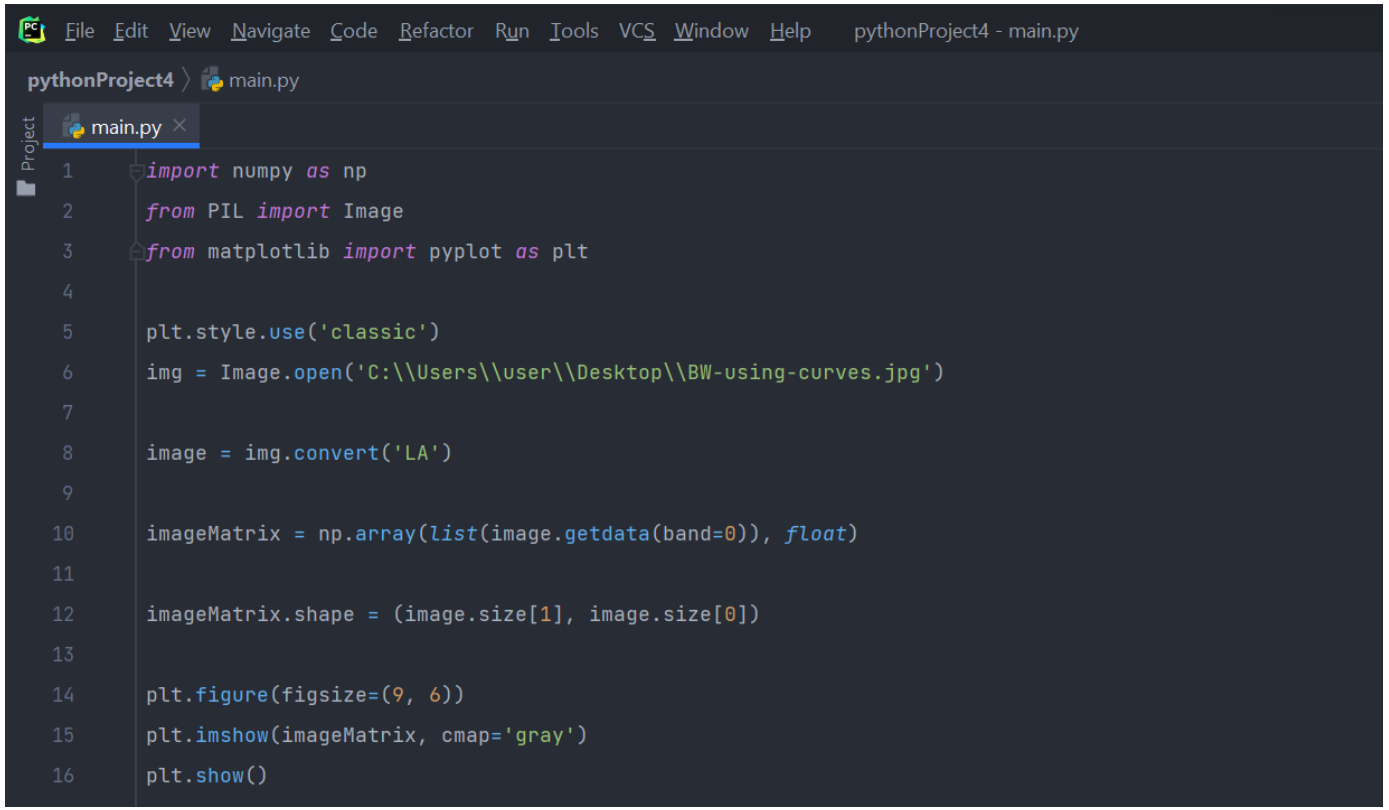
Practical Problem Report

Ali Shahheidar 400105777

Report



یک برنامه به زبان Python نوشته‌ایم که در خطوط 1 تا 16 ابتدا کتابخانه‌های مورد نیاز برای plot کردن را import کرده و عکسی به نام BW-using-curves را که در فایل عکس‌ها موجود می‌باشد، به عنوان ورودی می‌گیریم و عکس را به یک ماتریس تبدیل میکنیم. در نهایت این بخش مسئولیت اجرای عکس اصلی را دارد.

در ادامه و در خطوط 18 تا 26 برنامه به محاسبه تجزیه *SVD* می‌پردازیم که چگونگی این کار در کلاس به طور مفصل بحث شد ولی به صورت خلاصه سه ماتریس *U, Sigma, V* را تعریف می‌کنیم که ماتریس *Sigma* شامل مقادیر تکین می‌شود و در این نمادگذاری ما، ماتریس *V* ترانهاده نشده ولی در قضیه تجزیه مقدار تکین این ماتریس بسته به حقیقی یا مختلط بودن باید ترانهاده یا ترانهاده و مزدوج باشد.

```
18    U, Sigma, V = np.linalg.svd(imageMatrix)
19    imageMatrix.shape = (999, 1498)
20    U.shape = (999, 999)
21    Sigma.shape = (999,)
22    V.shape = (1498, 1498)
23
24    decomposition = np.matrix(U[:, :2]) * np.diag(Sigma[:2]) * np.matrix(V[:2, :])
25    plt.imshow(decomposition, cmap='gray')
26    plt.show()
27
```

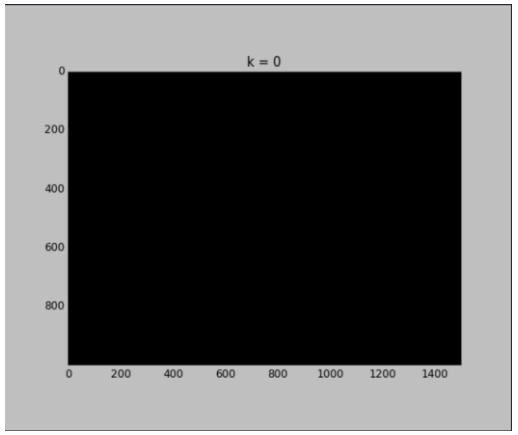
در نهایت، در خطوط 28 تا 36 برنامه با ورودی گرفتن مقادیر متفاوتی از مقدار تکین‌ها و با توجه به فرم تجزیه ناقص که تصویر آن‌را در زیر مشاهده می‌کنید، وضوح عکس را تغییر می‌دهیم. نتیجه‌ای که از این آزمایش می‌گیریم این است که با زیاد کردن مقدار تکین‌ها وضوح بهتری از عکس اصلی به‌دست می‌آید.

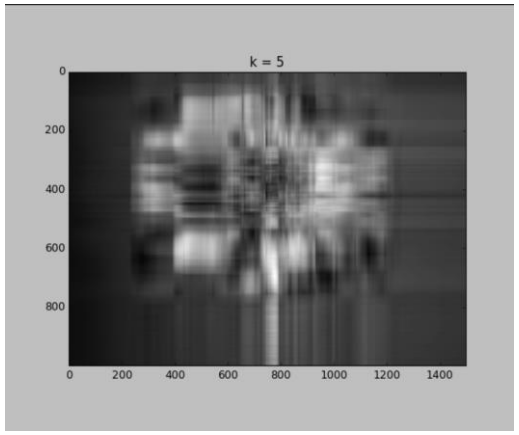
This is “the ” SVD

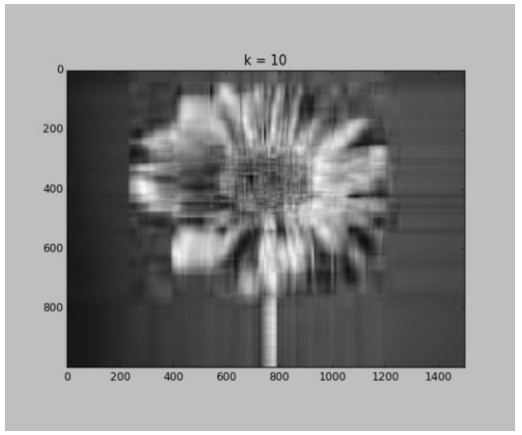
$$\begin{aligned} A &= U\Sigma V^* \\ &= \sigma_1 u_1 v_1^* + \cdots + \sigma_r u_r v_r^* \end{aligned}$$

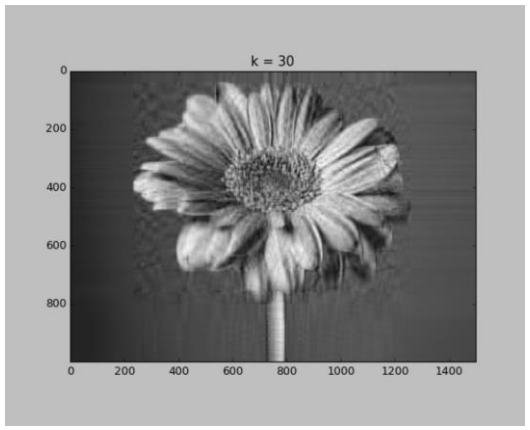
```
28  for i in [0, 5, 10, 15, 20, 30, 50, 300, 700]:
29      decomposition = np.matrix(U[:, :i]) * np.diag(Sigma[:i]) * np.matrix(V[:i, :])
30      plt.imshow(decomposition, cmap='gray')
31      title = "k = %s" % i
32      plt.title(title)
33      plt.show()
34
35  plt.stem(Sigma)
36  plt.show()
37
```

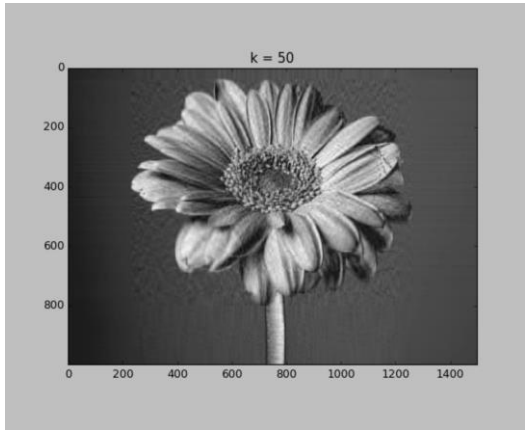
به ازای kهای مختلف یا به زعم نمادگذاری صفحه قبل که تجزیه ناقص را تا r مقدار مختلف ادامه داده است، ما نیز به ازای $k = 0, 5, 30, 50, 300, 700$ آزمایشات خود را ثبت می‌کنیم و مشاهده می‌شود با مقدار 0 تصویر اصلا پردازش نشده و با مقدار 700 تا تقریبا به عکس اصلی می‌رسیم.

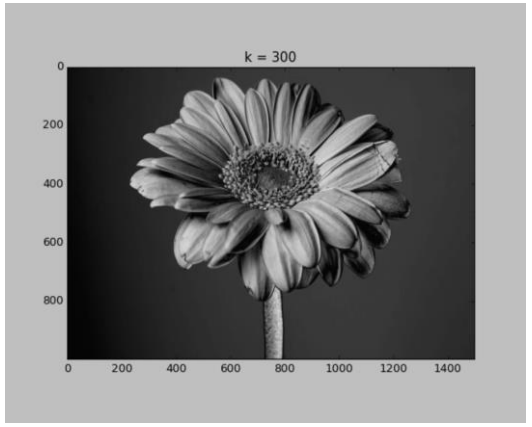


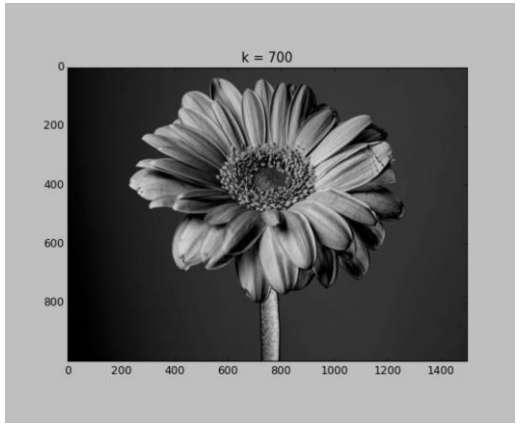






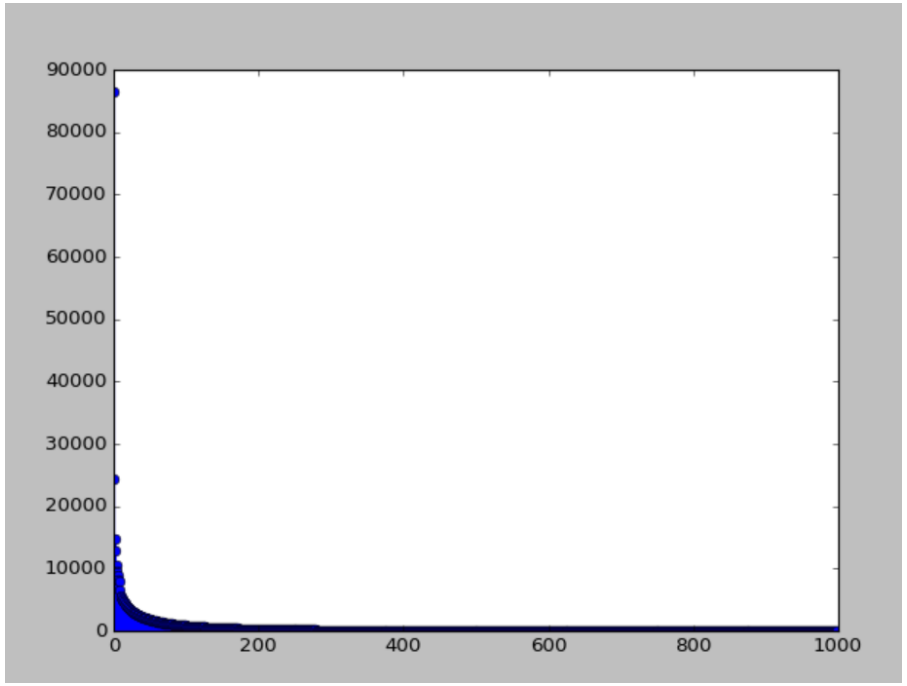






در نهایت و در خطوط 35 و 36 به رسم نمودار مقدار تکین‌ها می‌پردازیم که به طور کلی این نمودار به ما از ساختمان و رتبه ماتریس اطلاع می‌دهد و به صورت نزولی خواهد بود. در واقع با افزایش مقدار تکین‌ها (به عبارتی افزایش رتبه ماتریس) به یک نمودار نزولی برحسب مقدار تکین‌ها می‌رسیم...

دلیل اصلی اینکه مقدار تکین‌های کوچک بی‌اهمیت هستند این است : در واقع ایده کلیدی استفاده از مقدار تکین‌های بزرگ است و دلیل پشت آن هم این است که مقدار تکین‌ها مقدار واریانس یا انرژی هر بردار تکین را نشان می‌دهند و هرچه مقدار آن‌ها بیش‌تر شود با خطای کم‌تری عکس اصلی مارا نشان می‌دهند. از طرفی مقدار تکین‌های کوچک نویزها یا دیگر تغییرات بی‌اهمیت از عکس را نشان می‌دهند.



Thank You