Обработка множеств логических закономерностей с помощью дисперсионного критерия

Выпускная квалификационная работа

Выполнил: Лисяной А. Е.
Руководитель: д.ф.-м.н., проф. Рязанов В. В.

Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики
Кафедра Математических Методов Прогнозирования
МГУ им. М. В. Ломоносова

26 мая 2015 г.

Задачи выпускной квалификационной работы

1. Разработка метода кластеризации логических закономерностей
2. Построение множеств логических закономерностей небольшой мощности
3. Сравнение с существующими методами на прикладных задачах

Задача классификации

Определение задачи классификации

$X \in \mathbb{R}^D$ — пространство объектов

$Y = \{1, \ldots, M\}$ — конечное множество имен классов

$X^l = (x_i, y_i)_{i=1}^l$ — обучающая выборка

Построить $a\colon X \to Y$, аппроксимирующий $y^*(x_i) = y_i$ на X.

Алгоритмы решения задачи классификации

- Метод логистической регрессии
- Метод опорных векторов
- Решающие деревья
- Нейронные сети
- Логические алгоритмы классификации

Определение логической закономерности

Пусть каждый объект выборки $x \in X^l$ имеет размерность D и пусть $\Omega \subseteq \{1, 2, \ldots, D\}$. Предикат

$$\varphi(x) = P^{\Omega, \mathbf{c_1}, \mathbf{c_2}}(x) = \bigwedge_{j \in \Omega} P^{c_1^j, c_2^j}(f_j(x))$$

называется логической закономерностью класса K, если:

1. $\exists x \in K : \varphi(x) = 1$
2. $\forall x \notin K : \varphi(x) = 0$
3. $\varphi(x)$ максимизирует некоторый критерий качества Φ.

Кластеризация множества логических закономерностей

Построенное множество логических закономерностей:

- может содержать большое количество правил
- может содержать похожие правила

Это приводит к тому, что:

- логические закономерности сложно интерпретировать
- по похожим правилам плохо проводить классификацию

Задача кластеризации множества логических закономерностей

- По исходному множеству логических закономерностей построить множество меньшей мощности, тем самым упростив задачу интерпретации полученных правил.
- Построенное множество должно иметь качество классификации, сравнимое с исходным множеством.

Кластеризация множества логических закономерностей

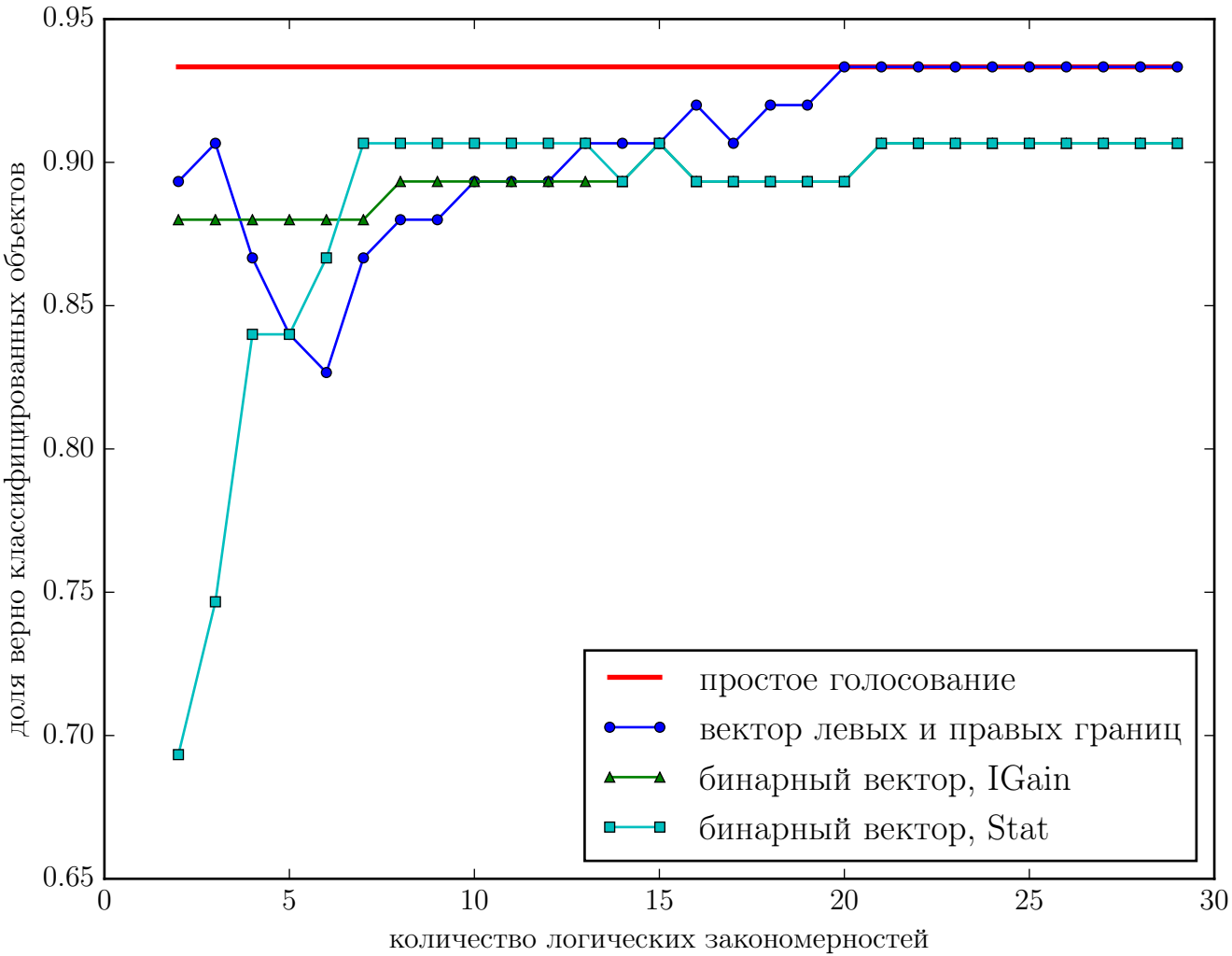
Алгоритм:

1. Для каждого из t правил составить признаковое описание
   - Вектор левых и правых границ
   - Бнаризованное описание правил
2. Кластеризовать на $k \leq t$ кластеров, найти их центры

$$\boldsymbol{S}^* = \arg\min_{\boldsymbol{S}} \sum_{i=1}^{k} \sum_{\boldsymbol{z}_j \in S_i} \|\boldsymbol{z}_j - \boldsymbol{\mu}_i\|^2$$

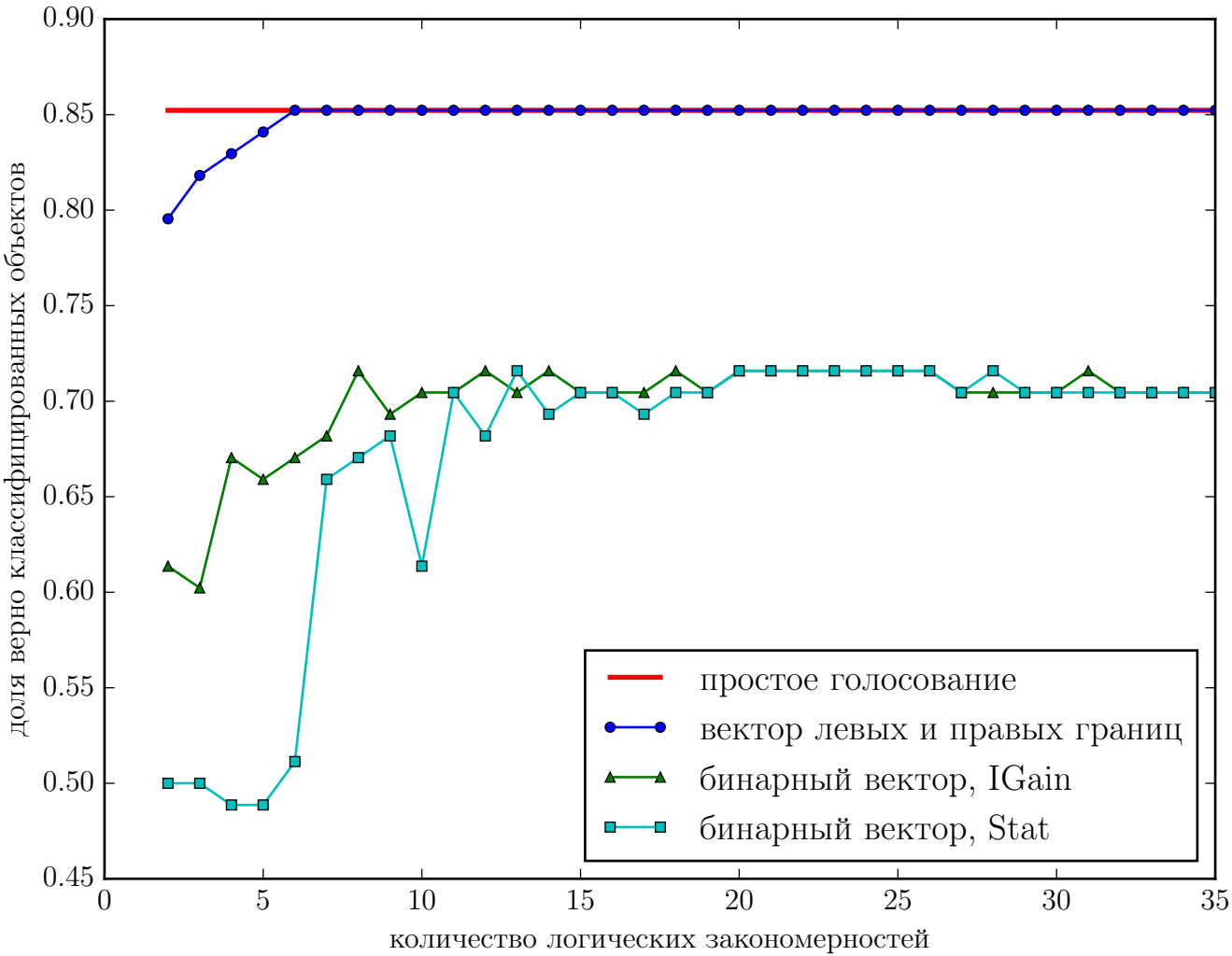
3. По центрам кластеров построить k новых правил
   - Выбрать центры кластеров в качестве новых правил
   - Центры кластеров + критерий качества $\rightarrow$ новые правила

Эксперименты и сравнение на прикладных задачах



Выборка «Ирисы Фишера». Метод простого голосования.

Эксперименты и сравнение на прикладных задачах



Выборка «Вино». Метод простого голосования.

Список результатов

- Создан метод обработки множеств логических закономерностей с помощью кластеризации на основе дисперсионного критерия.
- Проведено сравнение метода обработки, использующего вектор левых и правых границ, и метода обработки, использующего бинаризованное описание логических закономерностей.
- Экспериментально показано, что удается получить обработанное множество логических закономерностей с меньшим числом элементов и сравнимым с исходным множеством качеством классификации.

Критерии качества логической закономерности

Критерий Stat

$p_1, \ldots, p_K$ — верно выделяемые объекты

$P_1, \ldots, P_K$ — выделяемые объекты

$$\text{Stat} = -\ln \frac{C_{P_1}^{p_1} \ldots C_{P_K}^{p_K}}{C_l^{p_1+\cdots+p_K}}$$

Критерий IGain

P, N — объекты из K и не из K

p, n — объекты из K и не из K, выделенные правилом

$$H(p,q) = -p\log_2(p) - q\log_2(q)$$

$$\text{IGain} = H\left(\frac{P}{P+N}, \frac{N}{P+N}\right) - \frac{p+n}{P+N} H\left(\frac{p}{p+n}, \frac{n}{p+n}\right) - \frac{P+N-p-n}{P+N} H\left(\frac{P-p}{P+N-p-n}, \frac{N-n}{P+N-p-n}\right)$$