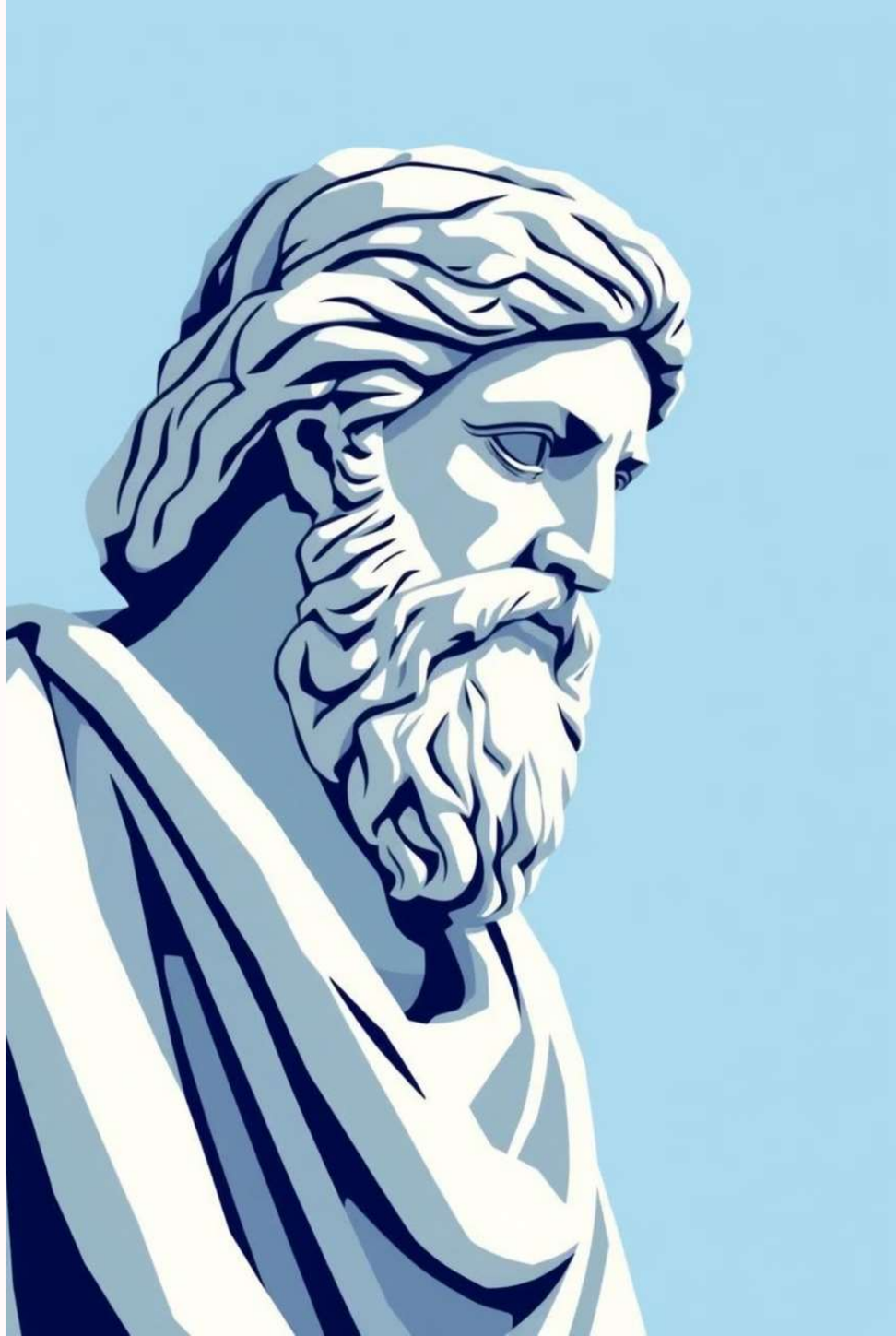
Introducción a la Lógica

La lógica es el estudio del razonamiento, centrándose en si la estructura de las afirmaciones es correcta, independientemente de su contenido en el mundo real.

> La lógica se centra en la relación entre las afirmaciones y no en el contenido de una afirmación en particular.



La Estructura del Razonamiento

Estructura, no Verdad

La lógica asegura la validez de la conclusión si las premisas son ciertas, pero no determina si las premisas son ciertas en la realidad.

Ejemplo Clásico

- Todos los matemáticos usan sandalias.
- Cualquiera que use sandalias es un algebrista.
- Por lo tanto, todos los matemáticos son algebristas.

Lógica Proposicional

La Lógica Proposicional (o de enunciados) estudia las proposiciones y cómo se combinan mediante conectores lógicos, analizando sus posibles valores de verdad.

Proposiciones

Oraciones declarativas a las que se les puede asignar un único valor: **Verdad** (V) o **Falsedad** (F).

No Proposiciones

Preguntas, órdenes o exclamaciones no pueden ser V ni F (Ej: "¿Cómo te llamas?", "Llama a tu tía").

Las proposiciones se representan con letras minúsculas (p, q, r) para simplificar la lectura.

Tipos de Proposiciones y Conectores

Proposiciones Simples

No están unidas por conectores lógicos ni se descomponen en otras.

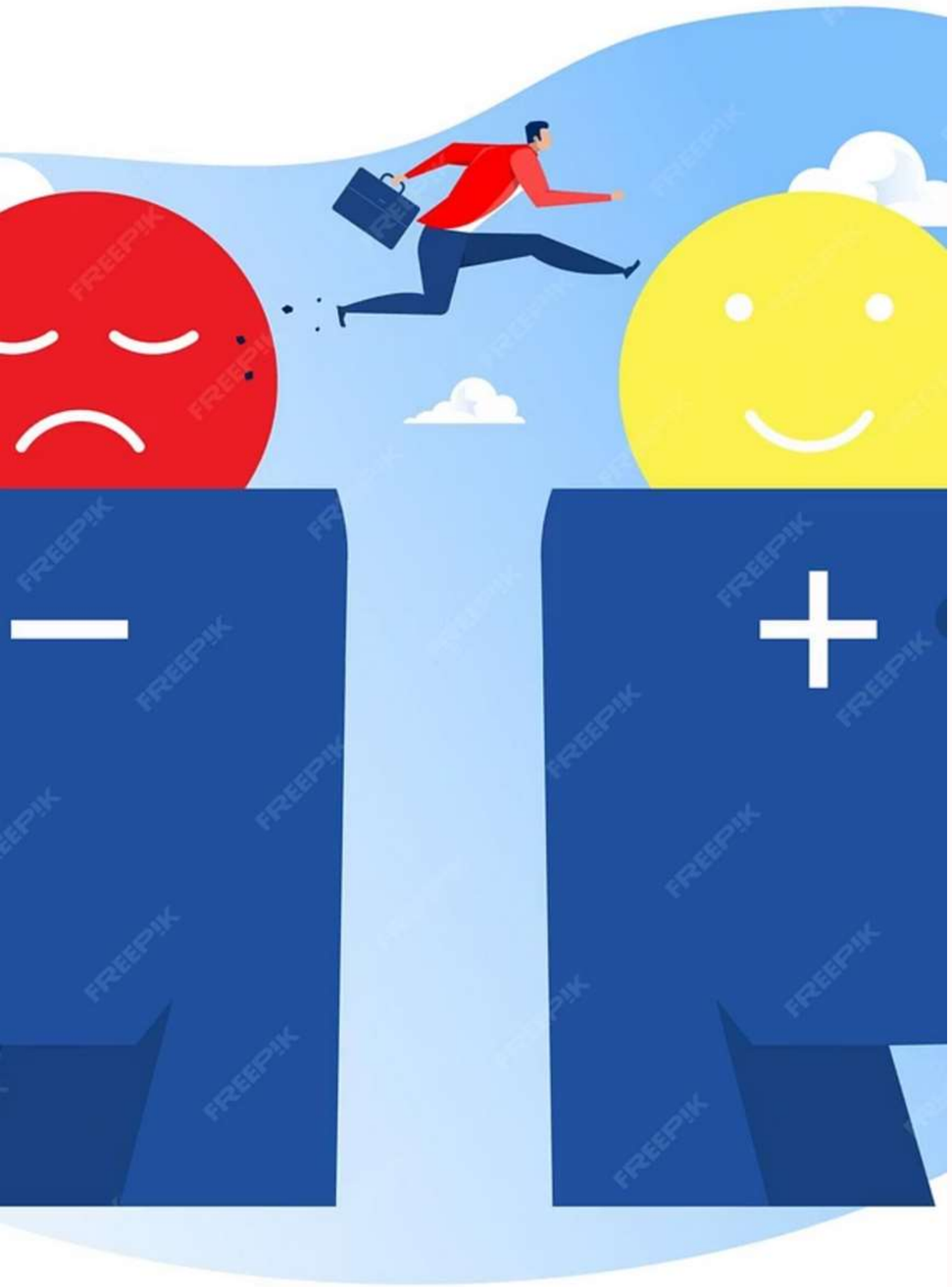
- p = Hoy estuvo soleado.
- q = Ayer estuvo lloviendo.

Proposiciones Compuestas

Se forman uniendo dos o más proposiciones simples con conectores lógicos.

> "El sol es una estrella y la tierra es un planeta."

Los conectores lógicos son símbolos que determinan el valor de verdad de la proposición compuesta en función de las partes que la componen.



Conector 1: La Negación (¬)

Función

Invierte el valor de verdad de una sola proposición.

Lectura

"No", "No es cierto que", "No es verdad que".

Regla

Si **p** es V, entonces **¬p** es F, y viceversa.

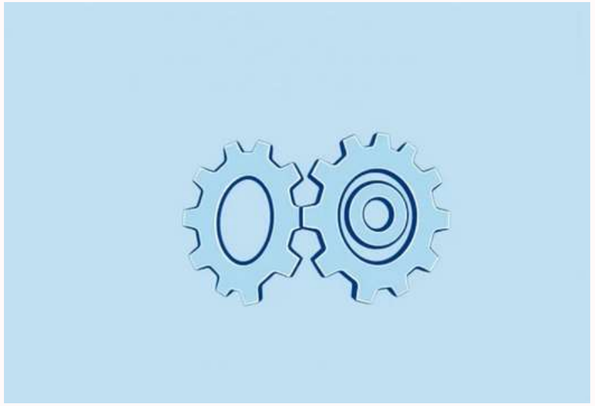
Ejemplo: Si p: "El Sol es un planeta." (F), entonces ¬p: "El Sol no es un planeta." (V).

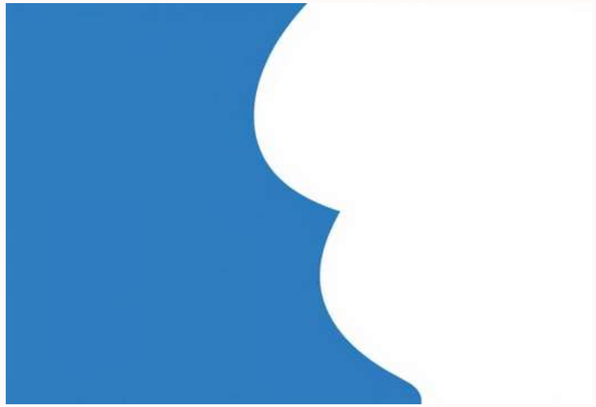
Conector 2: La Conjunción (∧)

Símbolo	Lectura	Regla Esencial
∧	"Y", "Pero", "Además", "Sin embargo".	Solo es **Verdadera** (V) si **ambas** proposiciones (**p** y **q**) son verdaderas.

La conjunción es estricta: si una de las partes es falsa, toda la proposición compuesta es falsa.

> **Ejemplo:** "La Tierra es redonda (V) y el mar es azul (V)." → **Verdadero**.
>
> **Caso Falso:** "La Tierra es plana (F) y el mar es azul (V)." → **Falso**.





Conector 3: La Disyunción (∨)

Símbolo: ∨

Lectura: "O"

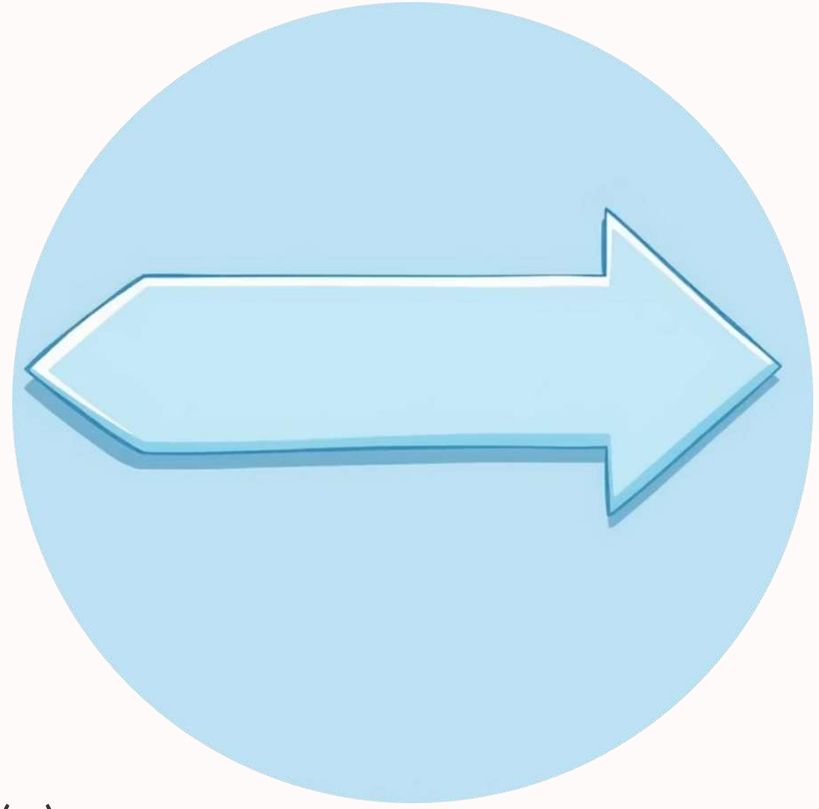
Inclusiva

La disyunción se interpreta como inclusiva, lo que significa que la proposición compuesta es verdadera si al menos una de las proposiciones simples es verdadera.

Regla Esencial: p ∨ q es **Falsa** (F) únicamente si **ambas** proposiciones son falsas. Si hay al menos una verdad, es verdadera.

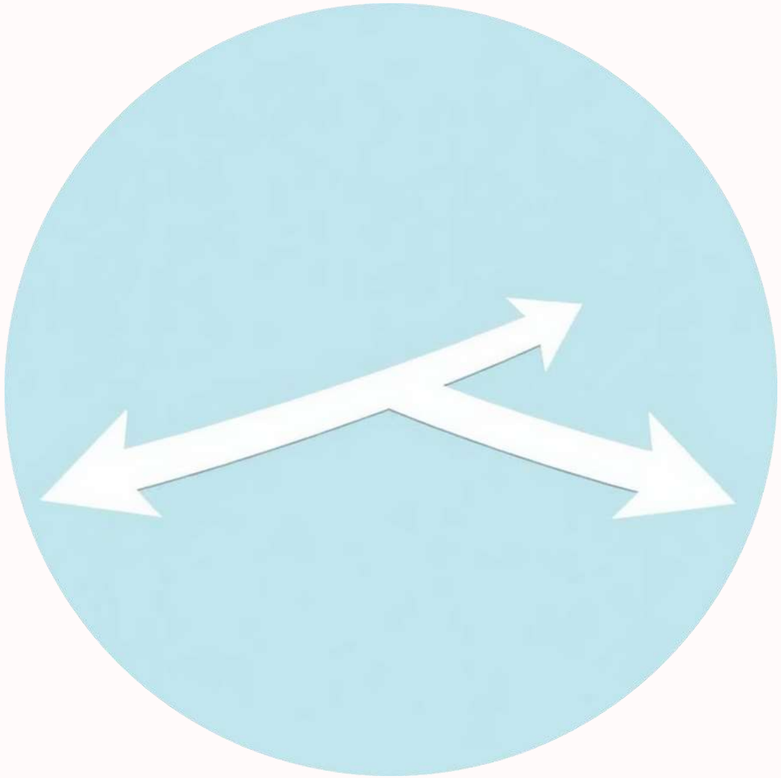
Ejemplo: "El examen es fácil (F) o el profesor dará una guía (V)." → **Verdadero**.

Conectores 4 y 5: Condicional y Bicondicional



Condicional (→)
Establece: Causalidad o Dependencia
Lectura: "Si p, entonces q."
Regla Esencial: Solo es Falsa (F) si la Hipótesis (p) es Verdadera (V) y la Conclusión (q) es Falsa (F) (promesa rota).
Ejemplo:

- "Si estudias (V), entonces apruebas (V)" → V.
- "Si estudias (V) pero no apruebas (F)" → F.



Bicondicional (↔)
Establece: Equivalencia Lógica
Lectura: "p si y solo si q."
Regla Esencial: Es Verdadera (V) solo si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.
Ejemplo:

- "Hay nieve ↔ temperatura bajo cero".
- Es Verdadero cuando ambas son V o ambas son F.

Tablas de Verdad

Una Tabla de Verdad es un procedimiento gráfico que permite determinar todos los posibles valores de verdad de una proposición compuesta a partir de todas las combinaciones de valores de verdad de las proposiciones simples que la componen.

Fórmula Clave

El número de filas en una tabla de verdad se calcula con la expresión:

```
Número de Filas = 2^n
```

Donde n es el número de proposiciones simples que componen la proposición.

Ejemplos

- **1 proposición (p):** 2^1 = 2 filas
- **2 proposiciones (p, q):** 2^2 = 4 filas
- **3 proposiciones (p, q, r):** 2^3 = 8 filas

Tablas de Verdad para Conectores Lógicos Básicos

Negación

p	¬p
V	**F**
F	**V**

Invierte el valor de verdad.

p	q	p∧q	p∨q	p→q	p↔q
V	V	**V**	V	V	**V**
V	F	**F**	V	**F**	**F**
F	V	**F**	**V**	V	**F**
F	F	**F**	**F**	V	**V**
		Conjunción Solo es **V** si **ambas** son V.	**Disyunción** Solo es **F** si **ambas** son F.	**Condicional** Solo es **F** si (V → **F)**	**Bicondicional** Es **V** si **ambos** tienen el mismo valor.

Clasificación de Proposiciones Compuestas

Una vez construida la tabla de verdad para una proposición compuesta, su resultado final (la columna del conector principal) puede clasificarla como:

1

Tautología

La proposición compuesta es **siempre Verdadera (V)** para cualquier combinación de valores de sus proposiciones simples.

2

Contradicción

La proposición compuesta es **siempre Falsa (F)** para cualquier combinación de valores de sus proposiciones simples.

3

Contingencia

La proposición compuesta tiene **al menos un valor V y al menos un valor F** en sus resultados finales.

Lógica en Programación

La representación de los conectores lógicos en lenguajes de programación se basa en símbolos dobles o palabras clave.

Negación (¬)

Símbolo: ! (Java, C++)

Palabra Clave: NOT (Python, SQL)

Conjunción (∧)

Símbolo: && (Lenguajes tipo C)

Palabra Clave: AND (Python, SQL)

Disyunción (∨)

Símbolo: || (Lenguajes tipo C)

Palabra Clave: OR (Python, SQL)

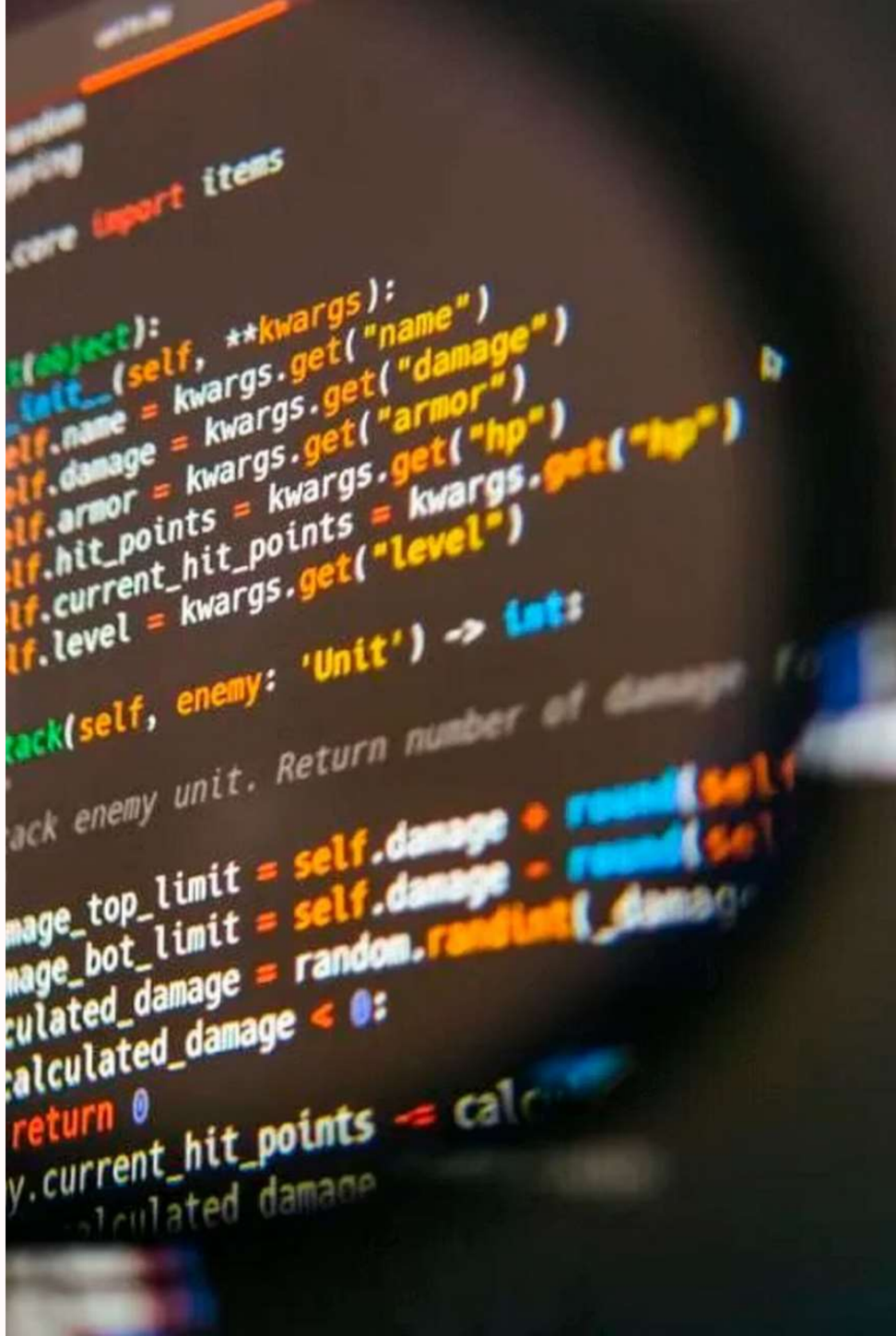


Tabla de verdad

$[(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg p] \rightarrow q$

p	q	¬p	¬p → q	(¬p → q) ∧ ¬p	[(¬p → q)∧ ¬p] → q
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V