Informatyka,	studia	${\it niestacjonarne},$	mgr II st.	

semestr I

# Przetwarzanie obrazu i dźwięku

Prowadzący: mgr inż. Piotr Ożdżyński

**2015/2016** Sobota, 14:15

Data oddania:	Ocena:

Jakub Antosik XXXXXX Andrzej Lisowski 206087

Zadanie 1: Szkielet aplikacji do przetwarzania i analizy obrazów, operacje podstawowe, usuwanie szumu, modyfikacje histogramu, filtracja liniowa i nieliniowa, splot.

### 1. Cel

Celem zadania było zapoznanie się z metodami analizy i przetwarzania obrazów. W części implementacyjnej należało stworzyć program w wybranym przez siebie języku programowania, który będzie w stanie przeprowadzić różne operacje na obrazie. Pełen spis funkcjonalności zostanie przedstawiony w sekcji *Wprowadzenie*.

# 2. Wprowadzenie

Obraz w pamięci komputera jest reprezentowany przez macierz pikseli. Sam piksel jest zaś najmniejszym elementem obrazu, mogącym przyjmować różne wartości liczb naturalnych:

- 0 7 dla obrazów 1-bitowych
- 0 255 dla obrazów 8-bitowych (odcienie szarości)
- 0 16777215 dla obrazów 24-bitowych (po 8 bitów na każdy kolor RGB)

Poniżej przedstawione zostały teoretyczne podstawy trasformacji, którym poddane zostały testowe dane.

#### 2.1. Podstawowe operacje przetwarzania obrazu

Sekcja ta opisuje podstawowe operacje przetwarzania obrazów, często wykorzystywane w codziennym życiu.

#### 2.1.1. Zmiana jasności

Zmiana jasności obrazu polega na dodaniu do wartości każdego piksela pewnej stałej liczby k. Jeżeli stała jest dodatnia, mówimy o zwiększaniu jasności, jeżeli jest ujemna - jasność jest zmniejszana. W momencie, w którym wynik przekroczy wartości brzegowe piksela, przypisuje się mu  $p_{min}$  lub  $p_{max}$  zgodnie z poniższym wzorem:

$$p(i) = \begin{cases} p_{min} & \text{jeżeli } i+k < 0 \\ i+k & \text{jeżeli } p_{min} \le i+k \le p_{max} \\ p_{max} & \text{jeżeli } i+k > 0 \end{cases}$$

gdzie:

p(i) - wartość piksela po zmianie jasności, i - wartość piksela przed zmianą jasności,  $p_{min}$  - minimalna wartość piksela,  $p_{min} = 0$ ,  $p_{max}$  - maksymalna wartość piksela, k - zmiana jasności.

#### 2.1.2. Zmiana kontrastu

Zmiana kontrastu obrazu polega na zwiększeniu jasności jasnych pikseli przy jednoczesnym zmniejszeniu jasności ciemnych pikseli. Ciemne piksele należą do przedziału  $\langle 0, \frac{p_{max}}{2} \rangle$ , zaś jasne do przedziału  $\langle \frac{p_{max}}{2}, p_{max} \rangle$ .

Wzór wygląda następująco:

$$p(i) = \begin{cases} i \div k & \text{jeżeli } 0 \le i < \frac{p_{max}}{2} \\ i * k & \text{jeżeli } \frac{p_{max}}{2} \le i \le p_{max} \\ p_{max} & \text{jeżeli } i * k > p_{max} \end{cases}$$

gdzie:

p(i) - wartość piksela po zmianie kontrastu, i - wartość piksela przed zmianą kontrastu,  $p_{max}$  - maksymalna wartość piksela, k - współczynnik zmiany kontrastu.

#### 2.1.3. Wyznaczenie negatywu

Negatyw jest przedstawieniem pikseli obrazu jako różnicy wartości maksymalnej i obecnej:

$$p(i) = p_{max} - i$$

gdzie:

p(i) - wartość piksela po wyznaczeniu negatywu,

i - wartość piksela przed zmianą kontrastu,

 $p_{max}$  - maksymalna wartość piksela.

#### 2.2. Podstawowe filtry

Poniższa sekcja opisuje 2 podstawowe filtry, które podległy analizie - filtr ze średnią arytmetyczną oraz filtr medianowy.

#### 2.2.1. Filtr ze średnią arytmetyczną

Filtr ze średnią arytmetyczną jest wykorzystywany w operacjach odszumiania obrazu. Algorytm polega na przypisaniu do nowej wartości pikseli średniej arytmetycznej badanego elementu oraz jego sąsiedztwa s. Sąsiedztwo może przyjmować wartości potęg kolejnych liczb nieparzystych większych od 1:

$$s \in \{9, 25, 49, \dots\}$$

$$p(i) = \frac{\sum_{x=-n}^{n} \sum_{y=-n}^{n} i_{x,y}}{s}$$

gdzie:

p(i) - wartość piksela po nałożeniu filtru,

i - wartość piksela przed nałożeniem filtru,

s - maska filtru,

n - rozpiętość maski filtru, obliczana ze wzoru:

$$n = \frac{\sqrt{s} - 1}{2}$$

x - współrzędna x piksela na obrazie,

y - współrzędna y piksela na obrazie.

Należy pamiętać, że piksele poddawane filtracji nie mogą być elementami brzegowymi obrazu, więc:

$$i_x + n \le x_{max} \wedge i_x - n \ge x_{min} \wedge i_y + n \le y_{max} \wedge i_y - n \ge y_{min}$$

gdzie:

i - wartość piksela przed zmianą kontrastu,

x - współrzędna x piksela na obrazie,

y - współrzędna y piksela na obrazie,

 $x_{max}$  - maksymalna wartość współrzędnej x na obrazie,

 $x_{min}$  - minimalna wartość współrzędnej x na obrazie,  $x_{min} = 0$ ,

 $y_{max}$  - maksymalna wartość współrzędnej y na obrazie,  $y_{min}$  - minimalna wartość współrzędnej y na obrazie,  $y_{min}=0$ .

## 2.2.2. Filtr medianowy

Filtr medianowy jest bardzo podobny do filtru ze średnią arytmetyczną. W tym przypadku jednak, nowa wartość piksela jest medianą badanego elementu praz jego sąsiedztwa s. Sąsiedztwo może przyjmować wartości potęg kolejnych liczb nieparzystych większych od 1:

$$s \in \{9, 25, 49, ...\}$$
  
 $p(i) = M_s$ 

gdzie:

p(i) - wartość piksela po nałożeniu filtru,

M - mediana,

s - maska filtru.

Należy pamiętać, że piksele poddawane filtracji nie mogą być elementami brzegowymi obrazu, więc:

$$i_x + n \le x_{max} \wedge i_x - n \ge x_{min} \wedge i_y + n \le y_{max} \wedge i_y - n \ge y_{min}$$

gdzie:

i - wartość piksela przed zmianą kontrastu,

n - rozpiętość maski filtru, obliczana ze wzoru:

$$n = \frac{\sqrt{s} - 1}{2}$$

x - współrzędna x piksela na obrazie,

y - współrzędna y piksela na obrazie,

 $x_{max}$  - maksymalna wartość współrzędnej x na obrazie,

 $x_{min}$  - minimalna wartość współrzędnej x na obrazie,  $x_{min} = 0$ ,

 $y_{max}$  - maksymalna wartość współrzędnej y na obrazie,

 $y_{min}$  - minimalna wartość współrzędnej y na obrazie,  $y_{min} = 0$ .

#### 2.3. Modyfikacje obrazu w oparciu o histogram

Histogram umożliwia przedstawienie rozkładu pikseli o określonych wartościach na wykresie. Poniższa sekcja prezentuje modyfikacje obrazu na podstawie jego histogramu.

#### 2.3.1. Jednostajna wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa

Obliczana jest ze wzoru:

$$g(f) = g_{min} + (g_{max} - g_{min}) \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{f} H(m)$$

gdzie:

f - wartość rozważanego kanału przed modyfikacją,

g - wartość rozważanego kanału po modyfikacji,

 $g_{min}$  - pożądana minimalna wartość przetwarzanego kanału,

 $g_{max}$  - pożądana maksymalna wartość przetwarzanego kanału,

N - suma pikseli na obrazie,

H(m) - wartość histogramu dla wartości m kanału.

# 2.3.2. Wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa o postaci wykładniczej

Obliczana jest ze wzoru:

$$g(f) = g_{min} - \frac{1}{\alpha} ln(1 - \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{f} H(m))$$

gdzie:

f - wartość rozważanego kanału przed modyfikacją,

g - wartość rozważanego kanału po modyfikacji,

 $g_{min}$  - pożądana minimalna wartość przetwarzanego kanału,

 $\alpha$  - współczynnik obiczany ze wzoru: TODO,

N - suma pikseli na obrazie,

H(m) - wartość histogramu dla wartości m kanału.

# 2.3.3. Wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa podana wzorem Raleigha

Obliczana jest ze wzoru:

$$g(f) = g_{min} + (2\alpha^2 ln(\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{f} H(m))^{-1})^{\frac{1}{2}}$$

gdzie:

f - wartość rozważanego kanału przed modyfikacją,

q - wartość rozważanego kanału po modyfikacji,

 $g_{min}$  - pożądana minimalna wartość przetwarzanego kanału,

 $\alpha$  - współczynnik obiczany ze wzoru: TODO,

N - suma pikseli na obrazie,

H(m) - wartość histogramu dla wartości m kanału.

# 2.3.4. Wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa określona przez potęgę 2/3

Obliczana jest ze wzoru:

$$g(f) = \left(g_{min}^{\frac{1}{3}} + \left(g_{max}^{\frac{1}{3}} - g_{min}^{\frac{1}{3}}\right) \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{f} H(m)\right)^{3}$$

gdzie:

f - wartość rozważanego kanału przed modyfikacją,

g - wartość rozważanego kanału po modyfikacji,

 $g_{min}$  - pożądana minimalna wartość przetwarzanego kanału,

 $g_{max}$  - pożądana maksymalna wartość przetwarzanego kanału,

N - suma pikseli na obrazie,

H(m) - wartość histogramu dla wartości m kanału.

# 2.3.5. Wyjściowa gęstość prawdopodobienstwa o postaci hiperbolicznej

Obliczana jest ze wzoru:

$$g(f) = g_{min} \left(\frac{g_{max}}{g_{min}}\right)^{\frac{1}{N}} \sum_{m=0}^{f} H(m)$$

gdzie:

f - wartość rozważanego kanału przed modyfikacją,

g - wartość rozważanego kanału po modyfikacji,

 $g_{min}$  - pożądana minimalna wartość przetwarzanego kanału,

 $g_{max}$  - pożądana maksymalna wartość przetwarzanego kanału,

N - suma pikseli na obrazie,

H(m) - wartość histogramu dla wartości m kanału.

## 2.4. Filtracja liniowa oparta o splot

Poniższa sekcja przedstawia zbadane przekształcenia filtracji liniowej. Polega ona na modyfikacji pikseli obrazu poprzez nałożenie na nie maski filtrującej. Wzór przedstawia się następująco:

$$g(p,q) = \sum_{i=-M}^{M} \sum_{j=-M}^{M} h(i,j)x(p+i,q+j), p = M, 2, ..., P-M-1, q = M, 2, ..., Q-M-1$$

ødzie:

x(p,q) - wartość rozważanego kanału przed modyfikacją,

g(p,q) - wartość rozważanego kanału po modyfikacji,

h(i,j) - wartość maski filtru.

#### 2.4.1. Filtr dolnoprzepustowy

Filtry dolnoprzepustowe są wykorzystywane do usuwania elementów o wysokiej częstotliwości. Dążą one to uśrednienia wartości sąsiadujących pikselów. Wykorzystane maski:

$$\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 2.4.2. Wyostrzanie krawędzi

Poniższe maski zostały użyte do wyostrzenia krawędzi:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 2.4.3. Wydobywanie szczegółów z tła: N, NE, E, SE

Wydobycie szczegółów z tła w kierunkach: północnym, północno-wschodnim, wschodnim i południowo-wschodnim zostało przebadane następującymi maskami:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## 2.4.4. Wydobywanie szczegółów z tła: S, SW, W, NW

Do wydobycia szczegółów z tła w kierunkach: południowym, południowo-zachodnim, zachodnim i północno-zachodnim zostało wykorzystane następujące maski:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

# 2.4.5. Wydobywanie szczegółów z tła bez zdefiniowanego kierunku (laplasjan)

Wydobycie szczegółów z tła bez zdefiniowanego kierunku jest możliwe przy nałożeniu następujących masek:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 2.4.6. Identyfikowanie linii

Identyfikowanie linii na obrazie zostało zrealizowane po nałożeniu masek:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

#### 2.5. Filtracja nieliniowa

//TODO

#### 2.5.1. Operator Robertsa (Wariant I)

//TODO

## 2.5.2. Operator Robertsa (Wariant II)

//TODO

#### 2.5.3. Operator Sobela

//TODO

#### 2.5.4. Operator Kirsha

//TODO

#### 2.5.5. Operator Rosenfelda

//TODO

## 2.5.6. Operator Uolisa

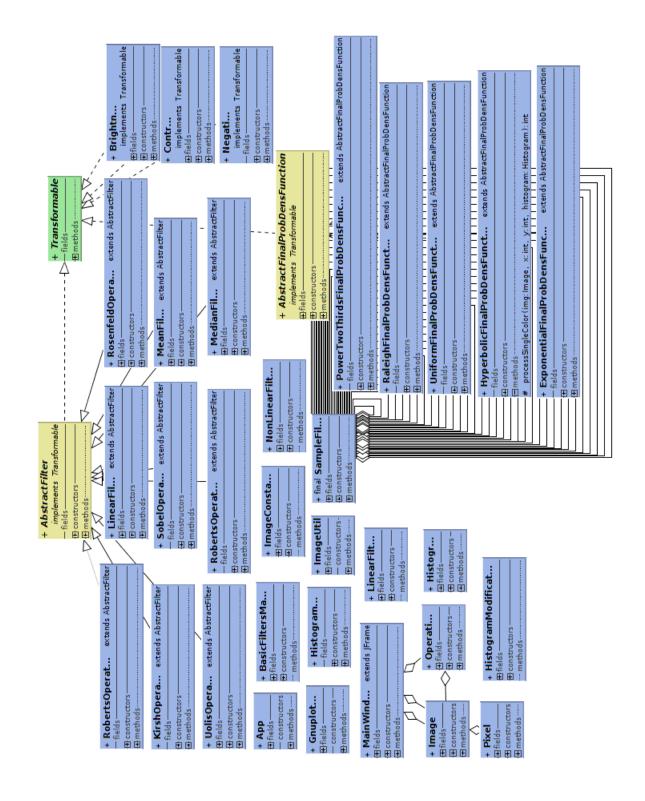
//TODO

# 3. Opis implementacji

Aplikacja została napisana w języku programowania Java. Wybór środowiska był podyktowany dużą ilością bibliotek mogących pomóc w realizacji zadania oraz osobistymi preferencjami członków zespołu. Warstwa GUI została realizowana przy użyciu standardowej bilbioteki graficznej Javy - Swing. Aplikacja wykorzystuje następujące bilbioteki zewnętrzne:

- JavaPlot.jar wykorzystywana do tworzenia histogramów; jest to javowa implementacja gnuplota
- log4j-1.2.17.jar wykorzystywana do obsługi logowania
- slf4j-api-1.7.12.jar wykorzystywana do obsługi logowania
- slf4j-log4j12-1.7.12.jar wykorzystywana do obsługi logowania

Poniżej przedstawiony został diagram UML klas znajdujących się w programie. Aby zachować czytelność, nie zamieszczono połączeń pomiędzy wywołaniami obiektów, a także ukryto informacje na temat metod i parametrów.



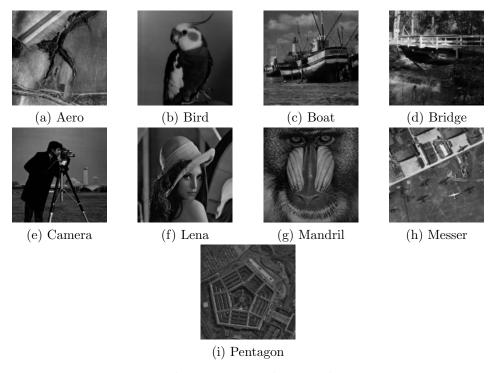
# 4. Materiały i metody

Testowy zbiór przekształcanych obrazów można podzielić na 3 główne grupy:

- obrazy 1-bitowe
- obrazy 8-bitowe (w skali szarości)
- obrazy 24-bitowe (RGB)



Rysunek 1: Testowe obrazy 1-bitowe



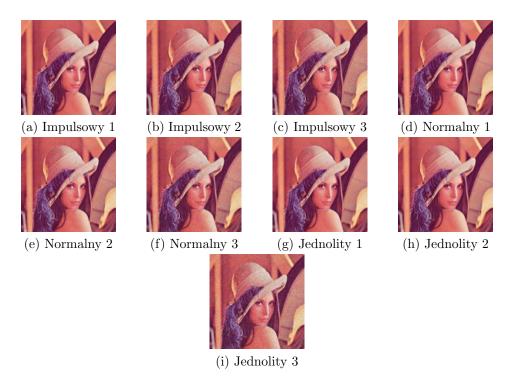
Rysunek 2: Testowe obrazy 8-bitowe



Rysunek 3: Testowe obrazy Lena 8-bitowe zaszumione



Rysunek 4: Testowe obrazy 24-bitowe



Rysunek 5: Testowe obrazy Lena 24-bitowe zaszumione

Badania zostały zrealizowane przy pomocy stworzonej aplikacji. Użytkownik definiował wejściowy obraz, który potem był poddawany wybranemu przez niego przekształceniu. Wyniki były zapisywane na dysku. Szczegółowa konfiguracja współczynników podczas transformacji zostanie podany w sekcji Wyniki.

# 5. Wyniki

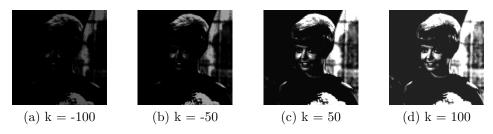
Poniżej przedstawione zostały efekty przeprowadzonych badań. Przeanalizowano wybrane obrazy 1-, 8- i 24-bitowe.

### 5.1. Podstawowe operacje przetwarzania obrazu

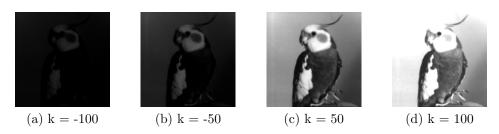
Sekcja przedstawia wyniki podstawowego przetwarzania obrazów - zmiany jasności, kontrastu oraz wyznaczenia negatywu.

#### 5.1.1. Zmiana jasności

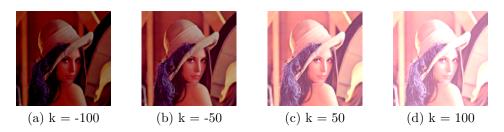
Poniżej przedstawione zostały wyniki zmiany jasności dla 3 wybranych obrazów.



Rysunek 6: Zmiana jasności w obrazie Girl 1-bitowym



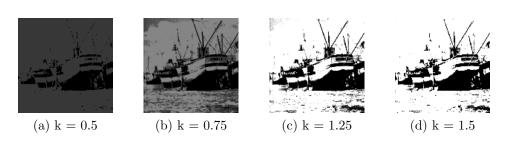
Rysunek 7: Zmiana jasności w obrazie Bird 8-bitowym



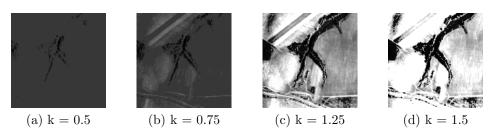
Rysunek 8: Zmiana jasności w obrazie Lena 24-bitowym

## 5.1.2. Zmiana kontrastu

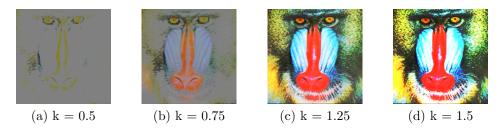
Poniżej przedstawione zostały wyniki zmiany kontrastu dla 3 wybranych obrazów.



Rysunek 9: Zmiana kontrastu w obrazie Boat 1-bitowym



Rysunek 10: Zmiana kontrastu w obrazie Aero 8-bitowym



Rysunek 11: Zmiana kontrastu w obrazie Mandril 24-bitowym

#### 5.1.3. Wyznaczenie negatywu

Poniżej przedstawione zostały wyniki wyznaczenia negatywu dla 3 wybranych obrazów.



Rysunek 12: Negatyw wybranych obrazów

### 5.2. Podstawowe filtry

Sekcja przedstawia wyniki nałożenia na obrazy podstawowych filtrów - ze średnią arytmetyczną i medianowego.

#### 5.2.1. Filtr ze średnią arytmetyczną

Poniżej przedstawione zostały wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 8- i 24-bitowy dla szumów:

- Impulsowy 3
- Jednolity 3
- Normalny 3

W sprawozdaniu przedstawiono wyniki dla trzech masek: 3x3, 5x5 i 7x7.



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

Rysunek 13: Wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 8-bitowy, szum Impulsowy 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

Rysunek 14: Wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 8-bitowy, szum Jednolity 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5

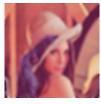


(c) Maska7x7

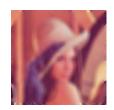
Rysunek 15: Wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 8-bitowy, szum Normalny 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

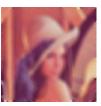
Rysunek 16: Wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 24-bitowy, szum Impulsowy 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

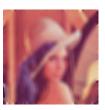
Rysunek 17: Wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 24-bitowy, szum Jednolity 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska7x7

Rysunek 18: Wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 24-bitowy, szum Normalny 3

### 5.2.2. Filtr medianowy

Poniżej przedstawione zostały wyniki nałożenia filtru medianowego na obraz Lena 8- i 24-bitowy dla szumów:

- Impulsowy 3
- Jednolity 3
- Normalny 3

W sprawozdaniu przedstawiono wyniki dla trzech masek: 3x3, 5x5 i 7x7.



(a) Maska 3x3

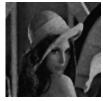


(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

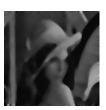
Rysunek 19: Wyniki nałożenia filtru medianowego na obraz Lena 8-bitowy, szum Impulsowy 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

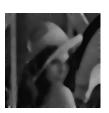
Rysunek 20: Wyniki nałożenia filtru ze średnią arytmetyczną na obraz Lena 8-bitowy, szum Jednolity 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska7x7

Rysunek 21: Wyniki nałożenia filtru medianowego na obraz Lena 8-bitowy, szum Normalny 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

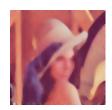
Rysunek 22: Wyniki nałożenia filtru medianowego na obraz Lena 24-bitowy, szum Impulsowy 3



(a) Maska 3x3



(b) Maska 5x5



(c) Maska 7x7

Rysunek 23: Wyniki nałożenia filtru medianowego na obraz Lena 24-bitowy, szum Jednolity 3







(b) Maska 5x5



Rysunek 24: Wyniki nałożenia filtru medianowego na obraz Lena 24-bitowy, szum Normalny 3

5.3. Modyfikacje obrazu w oparciu o histogram

//TODO

5.3.1. Jednostajna wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa

//TODO

5.3.2. Wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa o postaci wykładniczej

//TODO

5.3.3. Wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa podana wzorem Raleigha

//TODO

5.3.4. Wyjściowa gęstość prawdopodobieństwa określona przez potęgę 2/3

//TODO

5.3.5. Wyjściowa gęstość prawdopodobienstwa o postaci hiperbolicznej

//TODO

5.4. Filtracja liniowa oparta o splot

//TODO

5.4.1. Filtr dolnoprzepustowy

//TODO

5.4.2. Wyostrzanie krawędzi

//TODO

5.4.3. Wydobywanie szczegółów z tła: N, NE, E, SE

//TODO

5.4.4. Wydobywanie szczegółów z tła: S, SW, W, NW

//TODO

```
5.4.5. Wydobywanie szczegółów z tła bez zdefiniowanego
      kierunku (laplasjan)
  //TODO
5.4.6. Identyfikowanie linii
  //TODO
5.5. Filtracja nieliniowa
  //TODO
5.5.1. Operator Robertsa (Wariant I)
  //TODO
5.5.2. Operator Sobela
  //TODO
5.5.3. Operator Kirsha
  //TODO
5.5.4. Operator Rosenfelda
  //TODO
5.5.5. Operator Uolisa
  //TODO
```

# 6. Dyskusja

Sekcja ta powinna zawierać dokładną interpretację uzyskanych wyników eksperymentów wraz ze szczegółowymi wnioskami z nich płynącymi. Najcenniejsze są, rzecz jasna, wnioski o charakterze uniwersalnym, które mogą być istotne przy innych, podobnych zadaniach. Należy również omówić i wyjaśnić wszystkie napotakane problemy (jeśli takie były). Każdy wniosek powinien mieć poparcie we wcześniej przeprowadzonych eksperymentach (odwołania do konkretnych wyników). Jest to jedna z najważniejszych sekcji tego sprawozdania, gdyż prezentuje poziom zrozumienia badanego problemu.

## 7. Wnioski

W tej, przedostatniej, sekcji należy zamieścić podsumowanie najważniejszych wniosków z sekcji poprzedniej. Najlepiej jest je po prostu wypunktować. Znów, tak jak poprzednio, najistotniejsze są wnioski o charakterze uniwersalnym.

# Literatura

- $[1] \ http://ftims.edu.p.lodz.pl/pluginfile.php/18220/mod\_resource/content/1/Zadanie1.pdf, 2015$
- $[2] \ http://ics.p.lodz.pl/\ tomczyk/available/po\_en/second.html, 2015$
- $[3] \ https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Mathematics, 2015$
- $[4] \ \ https://pl.wikipedia.org/wiki/Filtracja\_obraz\%C3\%B3w, 2015$